



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias de la Computación
&
Universidad Diego Portales
Facultad de Ingeniería



Título:

“Estrategias en Portafolios de Inversión: Generación de Escenarios y Optimización del Riesgo”

Tesis presentada por:
Gerardo Yussef Mata Esmá

Como requisito para obtener el título de Ingeniero en Ciencias de la Computación.

Asesor:
Dra. María Auxilio Osorio Lama
Coasesor:
Dr. Paul Bosch Pérez

Puebla, Pue. , 23 de septiembre de 2008.

Prefacio

La presente tesis tiene por objetivo principal, implementar un algoritmo y desarrollar un software, que sirva de complemento a las metodologías usadas hoy en día para la toma de decisiones en portafolios de inversión, basándose en la **generación de Escenarios** y la **minimización del VaR (Value at Risk)** por medio de la programación lineal, para lo cual se comprueba que es más factible usar el **CVaR (Conditional Value at Risk)** como variable a optimizar.

Para el desarrollo de esto, se propuso como objetivos específicos la obtención y manejo de información financiera relevante para la toma de decisiones, lo que incluye riesgos y correlaciones de las acciones seleccionadas, modelación de los precios accionarios y la obtención del portafolio óptimo.

Con respecto a los pronóstico de precios, se utilizaron técnicas de simulación de Monte Carlo y procedimientos matriciales como la descomposición de Cholesky para obtener retornos correlacionados de la misma manera en que se han correlacionado en el pasado, generando resultados más acordes a la realidad dentro de las restricciones y dificultades que existen con respecto a la modelación de las fluctuaciones bursátiles.

También se implementó un algoritmo de optimización desarrollado por Uryasev y Rockafellar [7, 17, 19]. Este algoritmo entrega como resultado un portafolio óptimo de inversión en base a la minimización del VaR.

Finalmente, se creó una interfaz cuya funcionalidad fue pensada para que el usuario trabaje de manera sencilla y fácil de comprender, su estructura fue diseñada dividiendo las tareas principales, en cada ventana la información está distribuida de manera práctica, es decir, cada evento se lleva a cabo, paso a paso, no obstante también se cuenta con las ventanas de ayuda si en algún momento se tiene alguna duda de lo que se requiera hacer. Otro aspecto importante, es su diseño visual, el cual cuenta con botones, gráficas, cuadros de diálogo, cuadros de resultados, menús y ventanas despegables, con el fin de que el usuario tenga una ambiente de trabajo agradable y sólo se enfoque en el estudio y análisis de la información.

Agradecimientos

A Dios por todas las bendiciones recibidas.

A mis padres María Yanuf Esma Zamora y José Luis Mata Galicia, por su apoyo y comprensión que me han brindado para lograr mis metas.

A mis hermanos Marian Yanuf Mata Esma y José Salim Mata Esma por su cariño y estimularme en los momentos difíciles.

A la Dra. María Auxilio Osorio Lama y al Dr. Paul Bosch Pérez por su amistad, por su apoyo por hacer realidad esta tesis y guiarme para seguir creciendo intelectualmente.

A Rubí Bermúdez García por estar en todo momento, darme un apoyo incondicional y un gran cariño.

ÍNDICE

Prefacio	1
Agradecimiento.....	2
CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN	5
1.1 Aspectos Generales del Riesgo en Portafolios	6
1.2 Simulaciones de Monte Carlo	9
1.3 Value at Risk (VaR)	10
1.4 Conditional Value at Risk (CVaR)	13
1.5 Análisis de los Datos Históricos de un Portafolio de Inversión	16
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	20
2.1 Selección de las acciones que forman el portafolio de la tesis	21
2.2 Generación de escenarios	33
2.3 Introducción a una Metodología Estocástica	33
2.4 Proceso de Wiener	34
2.5 Proceso de Wiener Generalizado	35
2.6 Generalización de Pronóstico de Precios	36
2.7 Modelo Predictivo	37
2.7.1 Correlación de los retornos	38
2.7.1.1 Descomposición de Cholesky	39
2.7.2 Generación de los escenarios	41
2.8 Value at Risk, Marco teórico.....	45
2.9 Conditional Value at Risk, Marco teórico.....	47
2.10 Algoritmo de optimización para el cálculo del VaR	52
2.10.1 Algoritmo CVaR	53

CAPÍTULO III INTERFAZ	58
3.1 Entorno de Trabajo	59
3.2 Metodología para el desarrollo de la interfaz	59
3.2.1 Análisis para la creación de Escenarios y Optimización de CVaR	59
3.2.2 Actor y Casos de uso	63
3.2.3 Diagrama de Casos de uso	63
3.2.4 Diagrama de Flujo	64
3.2.5 Algoritmo de la Interfaz	65
3.3 Interfaz	69
3.3.1 Descripción General	69
3.3.2 Ejecución de la Interfaz	71
CAPÍTULO IV RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	87
4.1 Resultados para Empresas Chilenas	88
4.2 Resultados para Empresas Mexicanas.....	94
4.3 Validación del Algoritmo de Optimización.....	98
CAPÍTULO V CONCLUSIÓN.....	100
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	103
GLOSARIO	105

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Aspectos Generales del Riesgo en Portafolios

Durante los últimos años, las instituciones financieras han realizado numerosas investigaciones en el área de administración de riesgos, con el objeto de obtener medidas que gestionen eficientemente los riesgos a las que se ven sometidas.

Los riesgos financieros que afectan a las entidades son los mismos que han afectado en años anteriores, sin embargo, han sido las técnicas de medición de estos riesgos las que han ido evolucionando con el paso de tiempo, situándonos en la actualidad en el concepto del VaR (Valor del Riesgo o Value at Risk), el cual estima el riesgo de los portafolios de inversión con bases probabilísticas.

Se entiende por riesgo a la existencia de alguna probabilidad de caer en pérdidas, donde las pérdidas serían la obtención de una rentabilidad menor a la que se esperaba. De esta manera el riesgo financiero se ve reflejado en la pérdida de valor económico de los activos esperados, producto de la variabilidad que experimentan los retornos, así el valor económico de una cartera de inversión se ve influenciado por distintos factores de riesgo como son: tasas de interés, tipos de cambio, precios de acciones, entre otros.

De esta manera, resulta imprescindible la identificación, medición y la gestión de los riesgos financieros que se enfrenta. A continuación se muestra algunos de los riesgos financieros más comunes:

a) Riesgo de tipo de interés: Este a su vez está compuesto por diferentes riesgos (para más detalle se recomienda ver [1]).

a.1) Riesgo de Mercado: Es aquel que origina pérdidas de capital en el valor de mercado de los activos, producto de variaciones en la tasa de interés. La mayor o menor variación en los precios de los activos ante variaciones de tasas dependerá de las características propias de los activos.

a.2) Riesgo de Reinversión: Éste se produce cuando la reinversión del propio activo o de sus flujos de caja debe realizarse a unos tipos inferiores a los previstos.

a.3) Riesgo de Volatilidad: Se refiere a aquellos activos que llevan incorporadas determinadas opciones y cuyo precio depende, además del nivel de los tipos de interés, de factores que puedan influir en el valor de las opciones incorporadas, como puede ser la volatilidad en los tipos de interés. El riesgo de volatilidad o volatility risk es el derivado de que un cambio en la volatilidad afecte negativamente al precio del bono.

b) Riesgo de Crédito: también conocido como Riesgo de insolvencia, se genera ante la incapacidad de cumplimiento de las obligaciones por parte del emisor de esta. Dentro de este tipo encontramos el riesgo soberano el cual hace referencia a la cesación de pago de las obligaciones de un país.

c) Riesgo de Iliquidez: Señala la incapacidad de poseer flujo de caja necesario para hacer frente a las obligaciones de corto plazo, o dicho de otra manera, la falta de capital de trabajo suficiente. Además se entiende como la incapacidad de vender un activo a su precio original.

d) Riesgo Legal: Hace referencia a todos los aspectos normativos que puedan influir directa o indirectamente en los resultados de una compañía. Dentro de este encontramos el riesgo impositivo el cual se generaría ante la posibilidad de que desaparezcan determinadas ventajas fiscales, producto de estos riesgos legales.

En un inicio, los modelos de riesgo se orientaron a medir el riesgo de los portafolios de inversiones de las instituciones financieras. Dichas instituciones, motivadas por el incentivo de reducir los requerimientos de capitalización que les impusieron las autoridades regulatorias, han sido las principales promotoras del marco metodológico de la administración de riesgo.

La capacidad de contar con un sistema que evalúe el riesgo de mercado de la cartera de inversión, ha sido una necesidad constante para los inversionistas institucionales. Es por esto que han florecido a través del tiempo herramientas para evaluar y administrar la volatilidad que enfrentan los portafolios de inversión.

De esta forma en los 70's se empleaba el análisis Gap para medir la exposición al riesgo de tasa de interés, determinado por la diferencia entre activos y pasivos para distintos tramos de madurez.¹

En los años 80's se comenzó a emplear la duración (renta fija) como herramientas para medir la exposición al riesgo de tasa de interés. La cual mide la sensibilidad o elasticidad precio de un instrumento producto de un cambio en la tasa de interés, es decir, cuánto se podría perder si las tasas suben un tanto por ciento. Esta medida es un poco mejor a la anterior ya que toma en cuenta la madurez y cupón específicos de cada activo. Por otra parte, los Betas (renta variable) miden la sensibilidad de un instrumento financiero ante variaciones del mercado en su conjunto, representado por un índice.²

¹Más información en:

<http://www.gestiopolis.com/recursos/documentos/archivodocs/definanzas/sensitasainterres.htm>

²Más información en: http://dspace.uniandes.edu.co:5050/dspace/bitstream/1992/607/1/mi_688.pdf

1.2 Simulaciones de Monte Carlo

Tomar decisiones bajo condiciones de incertidumbre implica realizar esfuerzos para proyectar el futuro con el fin de prever situaciones de riesgo, prepararse para enfrentar condiciones indeseables, evitar opciones erróneas y aprovechar situaciones favorables.

Para esto, las simulaciones de Monte Carlo son una muy buena herramienta con base científica, con la cual se puede llegar a predecir una serie de situaciones o posibles escenarios para un evento.

Los orígenes de esta técnica están ligados al trabajo desarrollado por Stan Ulam y John Von Neumann a finales de los 40's en el laboratorio de Los Álamos, cuando investigaban el movimiento aleatorio de los neutrones. En años posteriores, la simulación de Monte Carlo se ha venido aplicando a una infinidad de ámbitos como alternativa a los modelos matemáticos exactos o incluso como único medio de estimar soluciones para problemas complejos.

Así, en la actualidad es posible encontrar modelos que hacen uso de simulaciones de Monte Carlo en las áreas de contabilidad, negocios, finanzas, biología, química, física e incluso investigación social. En otras palabras, la simulación de Monte Carlo está presente en todos aquellos ámbitos en los que el comportamiento aleatorio o probabilístico desempeña un papel fundamental.

Finalmente Nassir Sapag (1998), define los procesos de Monte Carlo como una técnica de simulación de escenarios inciertos que permite obtener valores esperados para variables no controlables, a través de una selección aleatoria, donde la probabilidad de escoger un resultado corresponde a la dada por su distribución.

1.3 Value at Risk (VaR)

En un marco innovador, el banco estadounidense J.P. Morgan en la década de los 90's difunde una metodología compuesta por modelos de VaR los cuales estiman el riesgo de los portafolios de inversión con bases probabilísticas.

Ésta metodología "RiskMetrics"³ fue divulgada en el año 1995, lo cual generó una revolución en la administración de riesgos, dando paso al conocido VaR y en los últimos años, el Condicional Value at Risk (CVaR).

Desde que el Comité de Basilea anunció en 1995 que el establecimiento de las reservas de capital de las instituciones financieras tienen que basarse en las metodologías de VaR. En la actualidad han surgido diversos estudios y análisis de la amplia variedad de metodologías que cabe aplicar en las instituciones financieras, [2].

En términos simples, VaR es la necesidad de cuantificar con un determinado nivel de confianza el monto o porcentaje de pérdida que un portafolio enfrentará en un período determinado de tiempo. En otras palabras, es la medición de la máxima pérdida esperada dado un horizonte de tiempo bajo condiciones normales de mercado y con un nivel de riesgo dado. Y más específicamente el VaR representa un quantil de la distribución de pérdidas y ganancias, el que comúnmente se selecciona como el 95% o 99% de la distribución.

La filosofía del VaR es medir la relación entre rentabilidad y riesgo para formar la cartera eficiente, introducidos por Markowitz y Sharpe, [3]. Según Garman y Blanco [4], el VaR de un portafolio es la mínima pérdida esperada para un horizonte de tiempo y un nivel de confianza determinado, medido en una moneda de referencia específica.

³ Más información en www.riskmetrics.com/

En general, el supuesto más utilizado es el de normalidad, lo cual permite representar todas las observaciones mediante la conocida campana de Gauss y aplicar sus propiedades estadísticas.

Por lo tanto si queremos determinar el VaR de un portafolio, para un horizonte de tiempo de un día y exigiendo un nivel de significación del 5%. Esto significa que solamente el 5% de las veces, o 1 de 20 veces (es decir una vez al mes con datos diarios, o cada 5 meses con datos semanales) el retorno del portafolio caerá más de lo que señala el VaR.

Se debe multiplicar 1.645 veces (usando una confianza de un 95%) por la desviación estándar respecto al retorno de la cartera.

$$VaR = 1.645 \cdot \sqrt{E(t) \cdot Cov \cdot E(t)^T} \quad (\text{Ec. 1.1})$$

Donde:

- $E(t)$: Vector de ponderadores no negativos que suman uno.
- Cov : Matriz de varianzas y covarianzas para los retornos de los n activos.
- $E(t)^T$: Vector de ponderadores no negativos que suman uno transpuesto

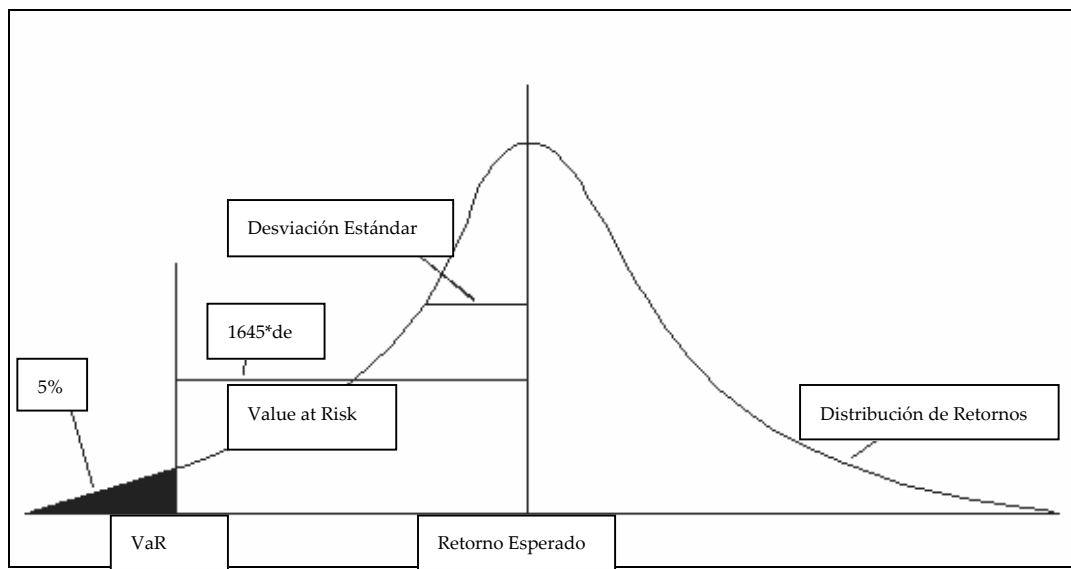


Figura 1.1 Representación gráfica del Value at Risk

Fuente:[5]

Dado lo anterior, utilizando la metodología del VaR, el Banco J.P Morgan, comenzó a calcular todos los días, la máxima pérdida probable en que incurrirían en las próximas 24 horas, [6].

Producto de la popularidad del VaR, en Chile la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS), dejó este indicador como medida de riesgo para regulación bancaria, por lo que fue incorporada por las Compañías de Seguros y las Administradoras de Fondos de Inversión (AFPs) como parte de la normativa institucional⁴.

Por ejemplo, si el VaR de un portafolio está calculado en \$ 3.518.033,25 pesos en un día, con un intervalo de confianza del 95%, no quiere decir que obligatoriamente se pierdan los \$ 3.518.033,25 pesos, sino que, en el caso de haber pérdidas, lo máximo que se puede perder de hoy a mañana y con una probabilidad de 0.95, es \$3.518.033,25 pesos. De esta forma se puede ajustar el capital necesario.

⁴ Norma de carácter general N° 148, emitida por la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS), sobre sistema de evaluación del riesgo de mercado de la cartera de inversiones de las entidades aseguradoras y reaseguradoras, (*VaR*)

1.4 Condicional Value at Risk (CVaR)

El VaR, como medida de riesgo, es inestable y difícil de trabajar numéricamente cuando las pérdidas no están “normalmente distribuidas”, lo cual en la práctica es el caso más frecuente, ya que las distribuciones tienden a presentar “colas anchas” [7]. Por lo que ha mostrado ser coherente sólo cuando está basado en la desviación estándar de distribuciones normales de los retornos de los activos, ya que bajo una distribución normal el VaR es proporcional a la desviación estándar de los retornos de los instrumentos.

Por otro lado, el VaR posee características matemáticas indeseables tales como falta de subaditividad y convexidad, para más detalle ver [8].

De esta manera, cuando los retornos no se distribuyan normales, la falta de subaditividad produce que el VaR asociado a un portafolio que combina dos instrumentos sea mayor que la suma de los riesgos VaR de los portafolios individuales.

La función VaR, la cual denotaremos por $\zeta_\alpha(x)$, se define como el percentil de la función de distribución de pérdidas mediante la fórmula:

$$\zeta_\alpha(x) = \min\{\zeta \in \mathfrak{R} \mid \psi(x, \zeta) \geq \alpha\} \quad (\text{Ec. 1.2})$$

Donde $\psi(x, \zeta)$ es la función de distribución resultante de la función de pérdida y “x” es la posición o pesos en el portafolio de inversión.

Para entender el concepto de *subaditividad*, veamos el caso siguiente: Sea $\zeta_\alpha(x_1)$ la medida de VaR asociado con el portafolio x_1 , entonces diremos que ζ_α es *subaditiva* si dados los portafolios x_1 y x_2 , se tiene que:

$$\zeta_\alpha(x_1 + x_2) \leq \zeta_\alpha(x_1) + \zeta_\alpha(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \quad (\text{Ec. 1.3})$$

Es decir, la combinación de dos portafolios debería tener asociado un riesgo menor, producto de la diversificación “*no poner todos los huevos en la misma canasta*”.

Sin embargo, esto no se satisface por el VaR y producto de su mal comportamiento como medida de riesgo, nos conduciría a subdividir las inversiones o portafolio para reducir el riesgo. Contradiendo rotundamente la teoría de la diversificación, [9].

Por otro lado, al no cumplir la convexidad, la minimización del VaR no nos asegura haber obtenido el portafolio óptimo que minimice la función objetivo (pérdidas), ya que podría tener extremos locales múltiples.

Finalmente, una deficiencia muy importante del VaR es que éste no proporciona una indicación sobre la magnitud de las pérdidas que podrían experimentarse más allá del monto indicado por su medida, ya que simplemente proporciona un límite menor para las pérdidas en la cola de la distribución de retornos, [8].

En este contexto ha surgido una medida alternativa que cuantifica las pérdidas que podrían ser halladas en la cola de la distribución de pérdidas, llamada Condicional Value at Risk (CVaR), el cual puede ser empleado como una herramienta dentro de modelos de optimización de portafolios de inversión, la cual tiene propiedades superiores al VaR en muchos aspectos.

El CVaR mantiene la consistencia con VaR en el limitado escenario donde el cálculo de éste último es tratable (cuando las pérdidas se distribuyen normalmente), donde trabajar con CVaR, VaR o mínima varianza de Markowitz producen los mismos resultados [7], es decir conducen al mismo portafolio óptimo. Además en la práctica la minimización del VaR produce un portafolio óptimo cercano a la minimización del CVaR, ya que por definición la pérdida calculada en función del CVaR es menor o igual a la pérdida obtenida con el VaR.

Esta medida, para distribuciones continuas es también conocida por Mean Excess Loss, Expected Shortfall o Tail VaR. Sin embargo, para distribuciones discretas, el CVaR puede ser distinto. Por definición, para distribuciones continuas, el α -CVaR es la pérdida esperada que excede al α -VaR, en otras palabras, es el valor medio de las pérdidas peores a $(1-\alpha) \cdot 100\%$. Para un $\alpha=0.99$, el CVaR será al el promedio sobre el 1% de las peores pérdidas.

En general para funciones de distribuciones de pérdidas (incluyendo distribuciones discretas) el CVaR se define como el promedio ponderado del VaR condicionado a las pérdidas que exceden a ésta medida.

El CVaR a diferencia del VaR posee muy buenas propiedades matemáticas, las cuales se pueden ver con mayor profundidad en [7].

Nuestro objetivo, es encontrar el portafolio óptimo, donde el riesgo asociado (VaR) sea mínimo, para ello utilizaremos la notable formulación matemática desarrollada por Rockafellar y Uryasev [7], implementando el algoritmo que optimiza el CVaR, para lo cual se utilizará los datos del "Bloomberg", proporcionados por AGF.

Estos datos serán tratados estadísticamente, de modo de obtener las series de tiempo de las rentabilidades de las diferentes acciones que compondrán el portafolio de inversión y a través de un algoritmo de MonteCarlo, generaremos los escenarios que se utilizarán en el problema general de optimización del CVaR, con el que se obtendrá el vector de pesos a invertir en cada acción del portafolio y cuyo riesgo asociado (VaR), será mínimo.

1.5 Análisis de los Datos Históricos de un Portafolio de Inversión.

Los datos históricos de las acciones serán obtenidos por “Bloomberg”⁵, donde se dispondrá de datos diarios de las acciones para un T definido por nosotros. Para una “buena” estimación es conveniente contar con un horizonte de T = 10 años al menos, para los activos que compondrá el portafolio. Es importante dejar en claro que el Bloomberg da la opción de descargar los precios con sus respectivos reajustes, de modo que la información sea lo más “real” posible.

Primero que todo es bueno separar las acciones por sector:

Retail	Minería	Forestal	Telefónica	Bancos	Eléctrica
Ripley	CAP	Masisa	Entel	Chile	AES Gener
La Polar	Soquimich S.A	Copec	Telefónica	Santander	Colbun
D&S	Madeco	CMPC	Sonda	BCI	Enersis
Fallabela					Endesa
Cencosud					

Figura 1.2 Ejemplo de Acciones Chilenas agrupadas por Sector

Fuente: Elaboración propia

⁵ Bloomberg es el abastecedor principal global de datos, noticias y análisis, proporciona datos en tiempo real y datos financieros y de mercado.

Más información en: <http://www.bloomberg.com/>

Las acciones que finalmente compondrán el portafolio tienen que tener un cierto grado de diversificación con respecto a distintos mercados, como por ejemplo: retail (ventas al detalles), minería, transporte, eléctrica, entre otras.

En palabras simples, la diversificación es, como ya mencionamos anteriormente, *“No poner todos los huevos en la misma canasta”* y su objetivo principal es el de alcanzar la máxima rentabilidad con el menor riesgo posible, trayendo los siguientes beneficios.

- Reduce la vulnerabilidad del portafolio ante variaciones severas del mercado.
- Reduce la volatilidad (riesgo) del portafolio.

Por ejemplo, si se tiene un portafolio con 2 activos:

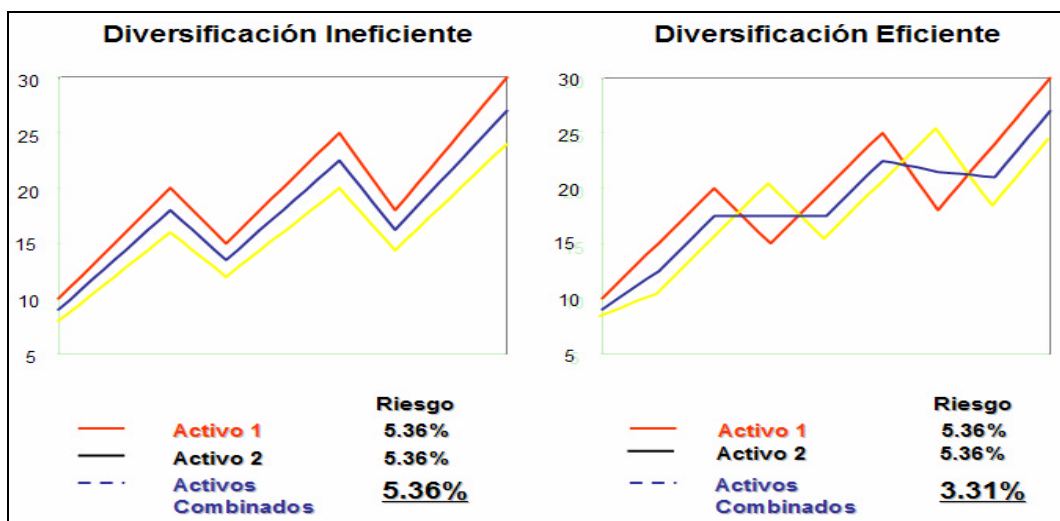


Figura 1.3 Ejemplo de diversificar acciones (activos) en un portafolio

Fuente: [10]

En la figura 1.3, se aprecia claramente que con una apropiada diversificación de la cartera se reduce el riesgo, esto es cuando se combinan activos que no están relacionadas y se logra un menor riesgo.

El riesgo que eventualmente se puede eliminar por medio de la diversificación es el riesgo propio⁶. El riesgo propio resulta del hecho de que mucho de los peligros que acechan a una determinada empresa son específicamente suyos y tal vez de sus competidores inmediatos.

Pero también hay un riesgo que no se puede evitar y aunque uno diversifique no se puede eliminar, esto se conoce como riesgo de mercado ⁷ [11]. En conclusión, si bien existen beneficios de la diversificación, el riesgo de un portafolio no se puede eliminar totalmente sino minimizar.

El riesgo de mercado deriva del hecho de que hay otros peligros que acechan a la economía que amenazan a todos los negocios, ésta es la razón por la que los inversionistas están expuestos a la incertidumbre del mercado, como por ejemplo la inflación⁸, independiente del número de acciones de empresas diferentes que posea el portafolio.

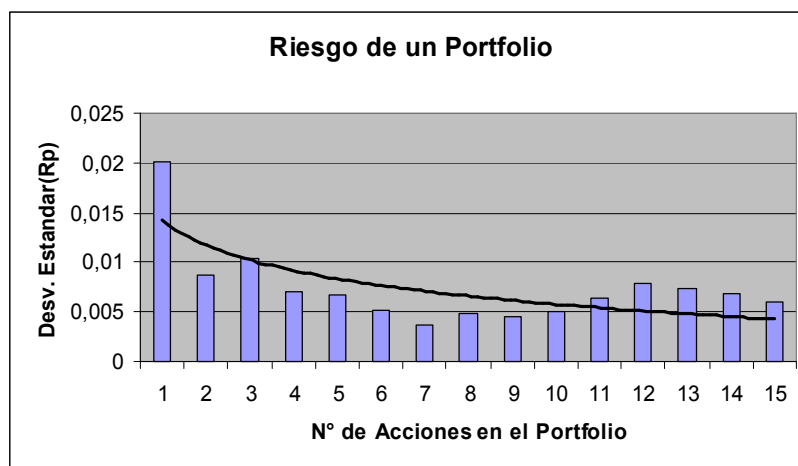


Figura 1.4 Ejemplo de diversificar aumentando el número de acciones del portafolio
Fuente: Elaboración propia

⁶ El riesgo propio, también se conoce como riesgo no sistemático, riesgo residual, riesgo específico o riesgo diversificable.

⁷ El riesgo de mercado, se conoce también como riesgo sistemático o riesgo no diversificable.

⁸ Es un desequilibrio económico caracterizado por la subida general de los precios y provocado por la excesiva emisión de billetes de banco, un déficit presupuestario o por falta de adecuación entre la oferta y la demanda. (más información en: <http://www.gestiopolis.com>)

También serán incluidas las empresas mexicanas obtenidas del programa Bloomberg, las cuales se muestran a continuación.

Empresas Mexicanas:	
ALFAA MM Equity	GFNORTEO MM Equity
AMXL MM Equity	GFAMSAA MM Equity
ARCA MM Equity	GFINBURO MM Equity
TELECOA1 MM Equity	GMEXICOB MM Equity
CEMEXCP MM Equity	GMODELOC MM Equity
CICSAB1 MM Equity	TLEVICPO MM Equity
ARA MM Equity	IDEALB1 MM Equity
COMERUBC MM Equity	ICHB MM Equity
GEOB MM Equity	PENOLES MM Equity
HOMEX MM Equity	KIMBERA MM Equity
ICA MM Equity	PINFRA MM Equity
FEMSAUBD MM Equity	SARE MM Equity
GRUMAB MM Equity	SORIANAB MM Equity
GAPB MM Equity	TELMEXL MM Equity
OMAB MM Equity	TVAZTCPO MM Equity
BIMBOA MM Equity	URBI MM Equity
GCARSOA1 MM Equity	WALMEXV MM Equity
ELEKTRA MM Equity	

Figura 1.5 Empresas Mexicanas que conforman la base de datos obtenidas del programa Bloomberg

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Selección de las acciones que forman el portafolio de la tesis

Primero que todo por medio del Bloomberg, obtenemos los precios diarios de cierre para todas las acciones del IPSA (Índice de Precio Selectivo de Acciones es el principal índice bursátil de Chile, elaborado por la Bolsa de Comercio de Santiago) desde el 13 de enero de 1994 hasta el 10 de agosto del 2007. Posteriormente se ordenan las acciones por fecha de inicio de forma ascendente.

El criterio de selección del portafolio es el siguiente:

- Más de diez años de datos históricos en los precios de cierre.
- Presencia bursátil igual a un 100%.

Al tener una gran presencia bursátil, esto asegura que las acciones son bien líquidas en el mercado accionario.

Por consiguiente las acciones que cumplen estos requisitos y que se utilizarán en esta tesis se verán en la Figura 2.1, las que están destacadas de color gris, son las seleccionadas.

De esta manera, las acciones con las que se trabajará corresponden a la mitad del IPSA, ósea un total de 20 acciones, con datos históricos desde el 22-05-1997 al 10-08-2007, con lo cual se llega a tener más de 10 años de información con 2667 muestras por cada empresa.

En la figura 2.2 se muestra la evolución de precios para las acciones seleccionadas (1997 al 2007).

N	N_seleccionadas	Accion	Fecha inicio	Presencia bursatil %
1	1	CCU	ene-94	100,00
2	2	CTCA	ene-94	100,00
3	3	COLBUN	ene-94	100,00
4	4	ENDESA	ene-94	100,00
5	5	ENTEL	ene-94	100,00
6	6	CMPC	ene-94	100,00
7	7	COPEC	ene-94	100,00
8	8	ENERSIS	ene-94	100,00
9	9	ALMEN	jun-94	100,00
10	10	BCI	jun-94	100,00
11		CAMPOS	jun-94	92,78
12	11	CAP	jun-94	100,00
13	12	VAPORES	jun-94	100,00
14		EDELNOR	jun-94	98,33
15	13	IANSA	jun-94	100,00
16	14	MADECO	jun-94	100,00
17		SMCHILEB	jun-94	97,22
18	15	SQM/B	jun-94	100,00
19		CONCHA	jun-94	99,44
20		TATTER	jun-94	73,33
21	16	LAN	jun-94	100,00
22		INVERC	dic-94	92,78
23		SECUR	jul-95	95,56
24	17	FALAB	nov-96	100,00
25	18	DYS	dic-96	100,00
26	19	ANDINAB	abr-97	100,00
27	20	BSAN	may-97	100,00
28		QUINENC	jun-97	95,00
29		CHILE	nov-97	100,00
30		AGUAS/A	nov-01	96,67
31		CORPBANC	nov-02	100,00
32		LAPOLAR	sep-03	100,00
33		CENCOSUD	may-04	100,00
34		MASISA	may-04	100,00
35		COLO/B	jun-05	95,00
36		RIPLEY	jul-05	100,00
37		SK	oct-05	99,44
38		INVERMAR	nov-05	99,44
39		IAM	nov-05	100,00
40		ANTAR	ago-07	100,00

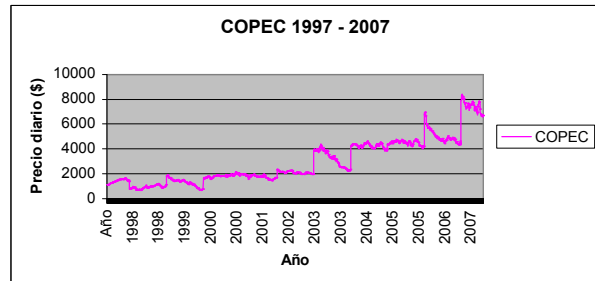
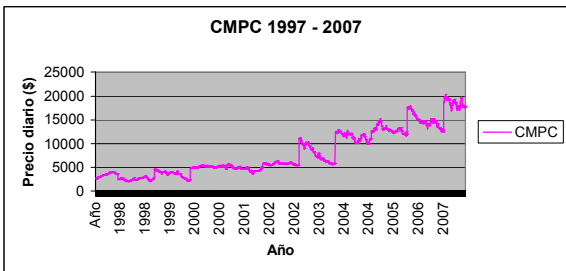
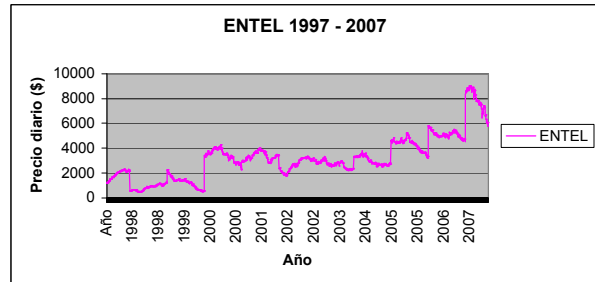
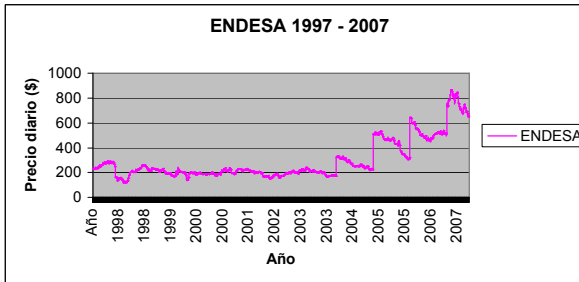
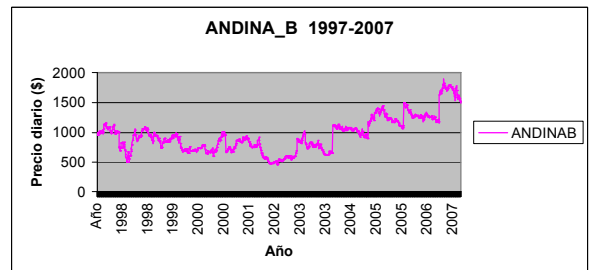
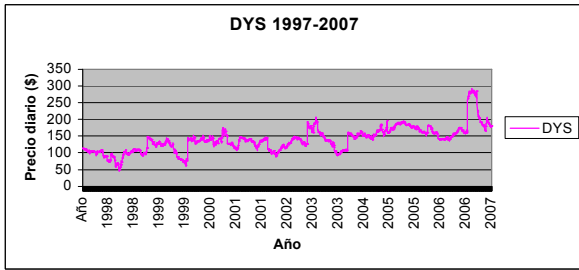
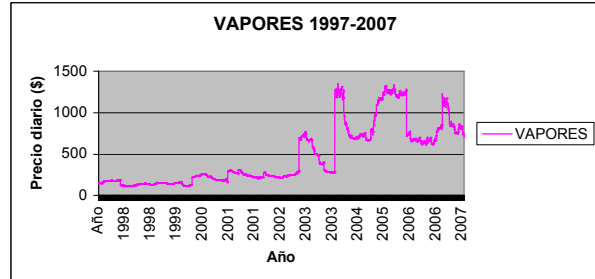
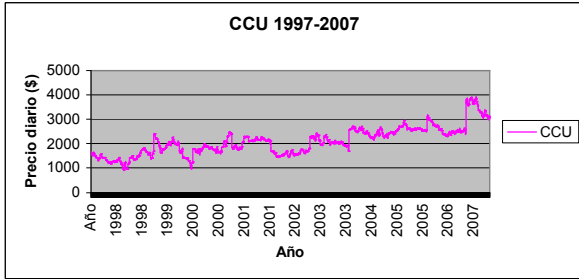
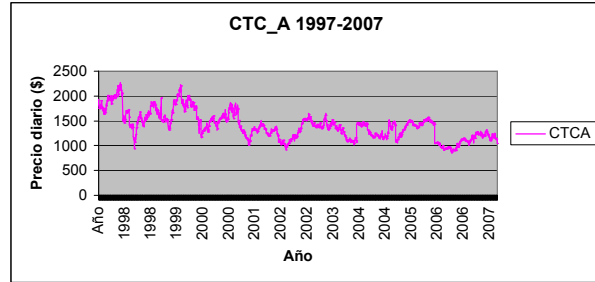
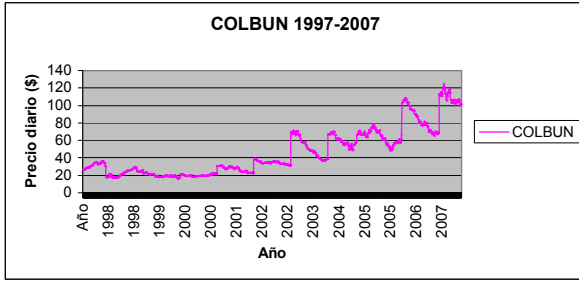
Figura 2.1 Ejemplo de Acciones Chilenas Seleccionadas para la Memoria

Fuente: Elaboración propia⁹

⁹ Los datos históricos del precio de todas las acciones del IPSA del viernes 10 de agosto del 2007 fueron obtenidos por el Bloomberg, proporcionado por AGF.

La Presencia Bursátil (%), fue obtenido desde: www.bolsadesantiago.cl, el día mencionado.

Comportamiento de las Series de Precios de Forma Gráfica



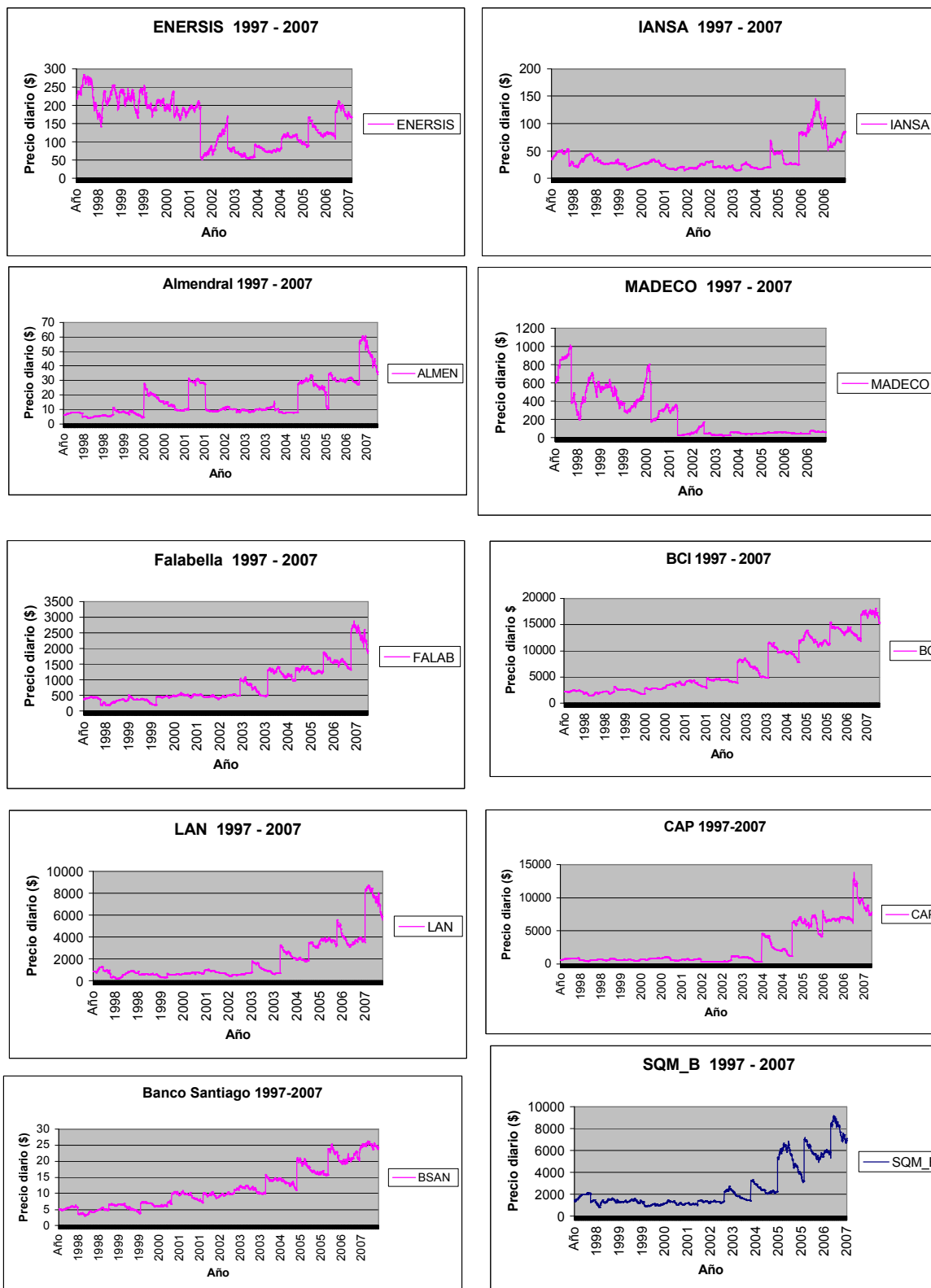


Figura 2.2 Evolución de precios para las acciones seleccionadas (1997 al 2007)

Fuente: Elaboración propia

En la figura 2.3 se muestran las rentabilidades de las acciones que conforman el portafolio para las empresas chilenas.

Rentabilidad Promedio 97- 07		
Acción	Diaria	Semanal
ALMEN	0,12%	0,62%
BCI	0,08%	0,44%
BSAN	0,06%	0,33%
CAP	0,12%	0,63%
CCU	0,06%	0,31%
CTCA	0,00%	-0,01%
VAPORES	0,08%	0,43%
COLBUN	0,06%	0,31%
DYS	0,06%	0,32%
ANDINAB	0,03%	0,19%
ENDESA	0,05%	0,28%
ENTEL	0,07%	0,35%
CMPC	0,07%	0,37%
COPEC	0,08%	0,40%
IANSA	0,03%	0,18%
ENERSIS	0,01%	0,05%
LAN	0,12%	0,68%
MADECO	-0,06%	-0,27%
FALAB	0,09%	0,46%
SQM_B	0,07%	0,36%

Figura 2.3 Rentabilidad histórica período (1997 al 2007)

Fuente: Elaboración propia

En la figura 2.4 se observa a detalle las rentabilidades anuales de las empresas chilenas seleccionadas.

Acción	Detalle de Rentabilidades Anuales									
	(97-98)	(98-99)	(99-00)	(00-01)	(01-02)	(02-03)	(03-04)	(04-05)	(05-06)	(06-07)
ALMEN	-38,26%	61,77%	155,10%	-51,39%	-10,63%	2,69%	-2,95%	251,13%	-2,66%	79,97%
BCI	26,46%	26,54%	26,17%	26,54%	26,15%	24,68%	23,79%	23,49%	22,78%	22,92%
BSAN	23,27%	23,78%	20,96%	23,08%	19,11%	16,73%	15,81%	16,01%	13,01%	13,55%
CAP	89,93%	91,84%	90,83%	95,84%	91,76%	90,35%	88,44%	84,45%	84,70%	87,89%
CCU	58,09%	62,82%	60,61%	59,45%	57,03%	51,85%	51,27%	54,96%	47,98%	45,15%
CTCA	32,18%	37,15%	31,07%	24,92%	26,62%	20,62%	21,58%	23,14%	20,40%	20,52%
VAPORES	77,42%	78,40%	76,41%	78,33%	80,15%	78,18%	78,63%	85,21%	87,12%	84,85%
COLBUN	30,33%	31,83%	27,52%	26,41%	26,71%	26,37%	29,74%	30,14%	28,22%	27,03%
DYS	99,60%	101,60%	94,74%	92,18%	89,98%	85,88%	88,48%	86,94%	81,53%	83,15%
ANDINAB	34,78%	35,94%	33,78%	32,81%	29,56%	28,39%	27,84%	28,27%	27,84%	28,24%
ENDESA	54,96%	58,08%	56,73%	57,36%	57,42%	53,19%	54,40%	56,37%	51,72%	50,64%
ENTEL	69,88%	71,01%	66,25%	65,50%	63,77%	63,20%	65,47%	65,01%	65,11%	63,17%
CMPC	32,57%	34,34%	34,50%	34,23%	36,53%	32,70%	30,89%	27,96%	27,79%	28,64%
COPEC	74,42%	75,68%	74,88%	75,42%	75,56%	69,92%	67,51%	65,68%	62,00%	60,16%
IANSA	-43,80%	-44,77%	-44,99%	-43,72%	-44,94%	-43,92%	-43,57%	-44,44%	-48,69%	-46,83%
ENERSIS	47,14%	49,01%	47,38%	48,84%	46,31%	44,22%	46,20%	49,44%	46,49%	45,73%
LAN	156,45%	157,49%	153,07%	155,52%	157,22%	153,02%	153,13%	156,11%	151,57%	151,14%
MADECO	52,13%	54,08%	52,44%	49,54%	40,78%	39,22%	37,56%	35,83%	31,67%	27,53%
FALAB	67,54%	69,29%	64,66%	63,57%	61,11%	57,20%	59,13%	61,79%	57,45%	54,24%
SQM_B	49,34%	50,83%	49,21%	49,95%	48,82%	47,10%	47,19%	49,55%	47,98%	44,50%

Figura 2.4 Detalle rentabilidades período (1997 al 2007)
Empresas Mexicanas

En la figura 2.5 se muestra un listado con las empresas mexicanas, también aparece su descripción para cada empresa así como la fecha de inicio de sus transacciones.

No	EMPRESAS	DESCRIPCIÓN	Fecha de inicio
1	ALFAA MM Equity	Conglomerado mexicano Alfa	Nov-04
2	AMXL MM Equity	telefónica AMERICA MOVIL-L	Nov-04
3	ARCA* MM Equity	Embotelladora	Nov-04
4	TELECOA1MM Equity	Telecomunicaciones	Nov-04
5	CEMEXCP MM Equity	Constructora	Nov-04
6	CICSAB1 MM Equity	Construcción e ingeniería	Oct-04
7	ARA* MM Equity	Casas Ara	Nov-04
8	COMERUBC MM Equity	Controladora comercial	Nov-04
9	GEOB MM Equity	Constructoras de vivienda	Nov-04
10	HOMEX* MM Equity	Desarrolladora Homex, SA de CV	Nov-04
11	ICA* MM Equity	Empresa de ingeniería, procuración y construcción	Nov-04
12	FEMSAUBD MM Equity	Fomento Económico Mexicano, S.A. de C.V.	Nov-04
13	GRUMAB MM Equity	Productora de Tortilla	Nov-04
14	GAPB MM Equity	Operador de aeropuertos mexicano GAP	Feb-06
15	OMAB MM Equity	Grupo Aeroportuario del Centro Norte	Nov-06
16	BIMBOA MM Equity	Empresa productora de pan	Nov-04
17	GCARSOA1MM Equity	Controladora comercial	Nov-04
18	ELEKTRA* MM Equity	Tienda especializada	Nov-04
19	GFNORTEO MM Equity	Grupo financiero Banorte	Nov-04
20	GFAMSAA MM Equity	Tienda especializada	May-06
21	GFINBURO MM Equity	Grupo financiero	Nov-04
22	GMEXICOB MM Equity	Productora de Cobre	Nov-04
23	GMODELOC MM Equity	Productora de Cerveza	Nov-04
24	TLEVICPO MM Equity	Telecomunicaciones	Nov-04
25	IDEALB1 MM Equity	Impulsora del Desarrollo y el Empleo	Sep-05
26	ICHB MM Equity	Empresa siderúrgica	Nov-04
27	PE&OLES* MM Equity	Industria minera	Nov-04
28	KIMBERA MM Equity	Fabricadora de papel	Nov-04
29	PINFRA* MM Equity	Promotora y Operadora de Infraestructura S.A. de C.V	Dic-05
30	SARE MM Equity	Sistema de Apertura Rápida de Empresas	Nov-04
31	SORIANAB MM Equity	Cadena de supermercados	Nov-04
32	TELMEXL MM Equity	Industria telefónica	Nov-04
33	TVAZTCPO MM Equity	Telecomunicaciones	Nov-04
34	URBI* MM Equity	Desarrolladora de proyectos y conjuntos residenciales	Nov-04
35	WALMEXV MM Equity	Cadena de supermercados	Nov-04

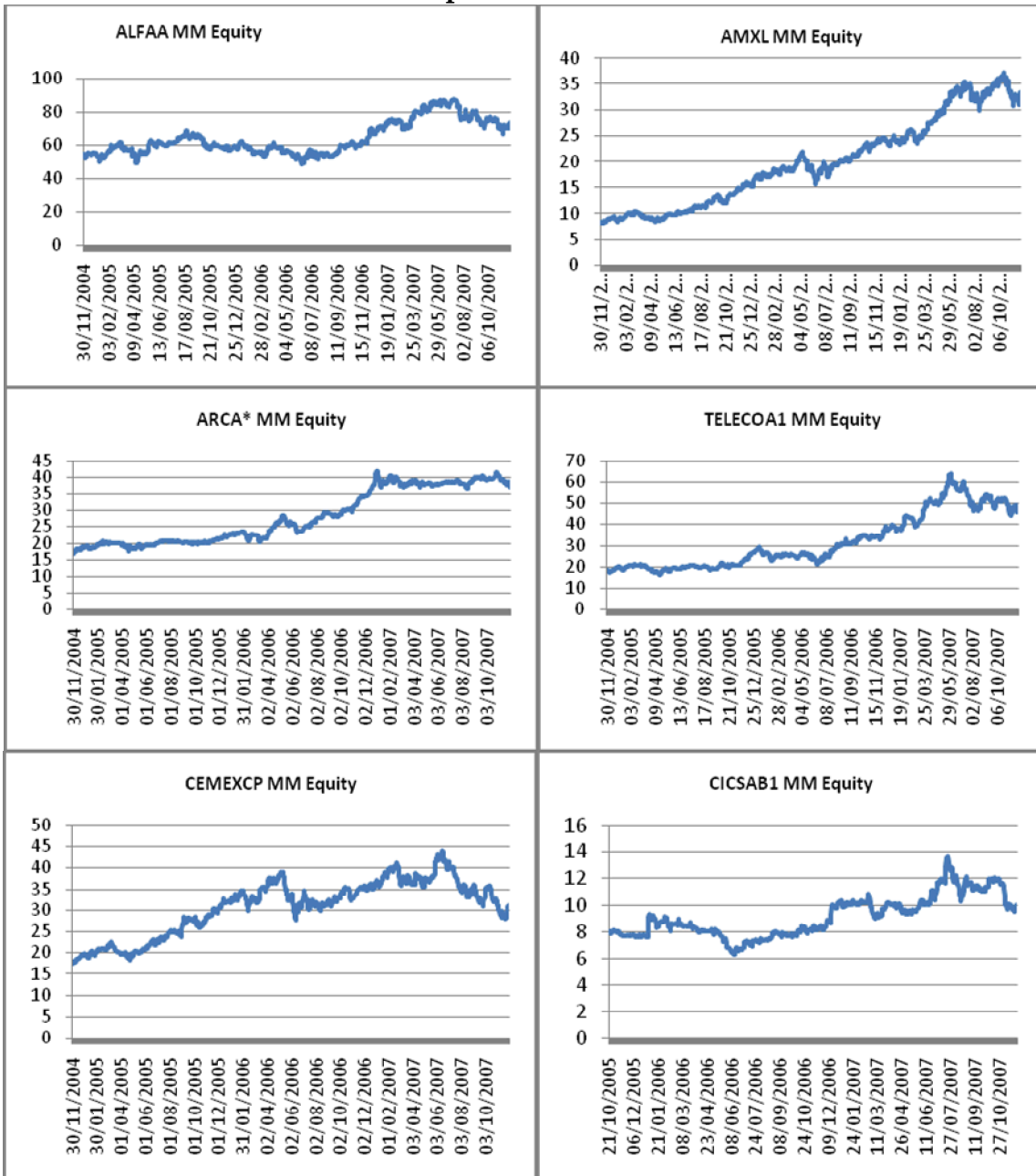
Figura 2.5 Empresas Mexicanas con su respectiva descripción y fecha de inicio
Fuente: Elaboración propia

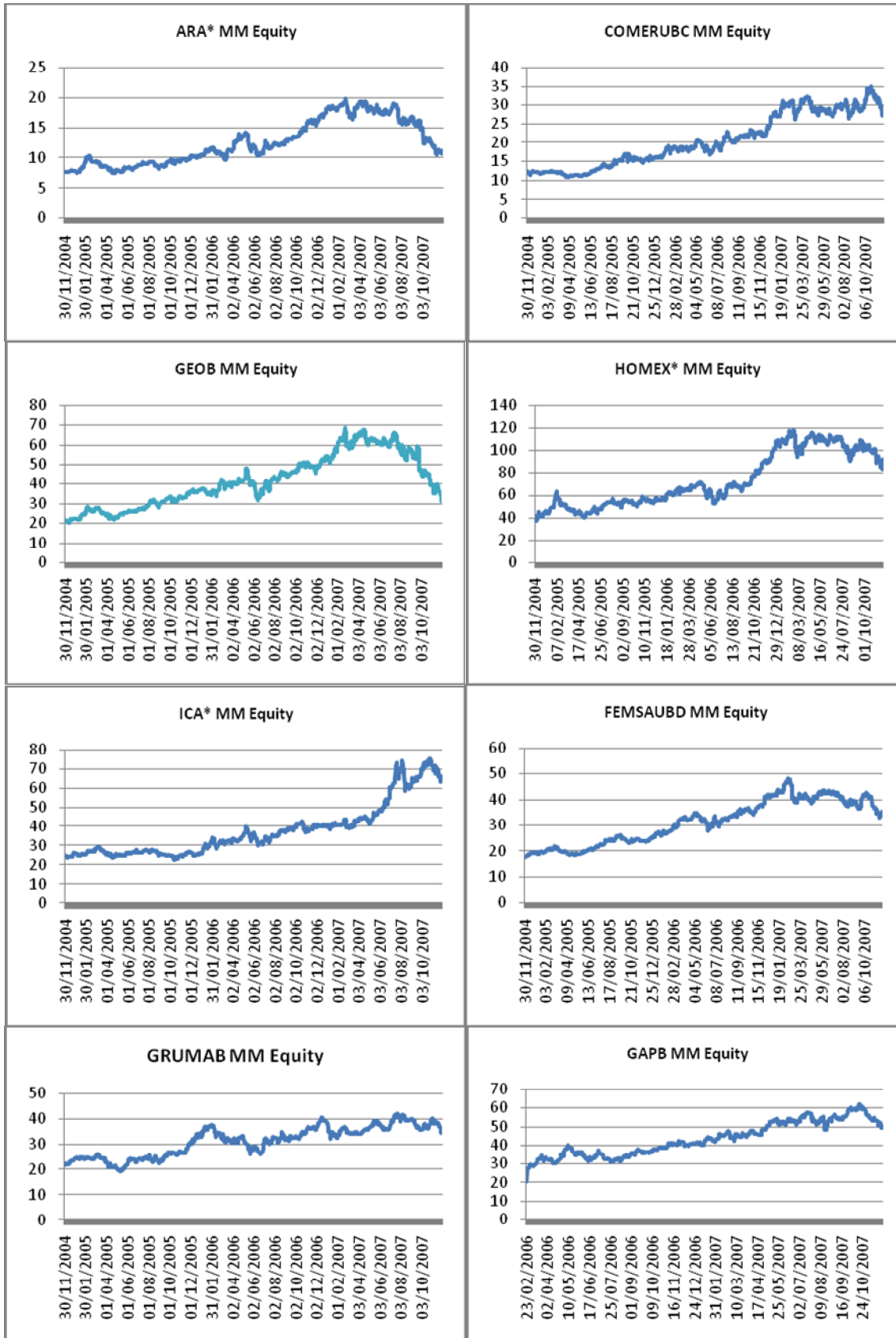
Es importante remarcar que los datos históricos obtenidos fueron a partir de la fecha del 30 de noviembre del 2004 hasta el 30 de noviembre del 2007 lo cual tenemos una base histórica de 3 años, esto es porque las políticas del programa de Bloomberg no permitía extraer más información de otro país en este caso México, sin embargo, para nuestro caso de estudio esta información es de gran utilidad para realizar pruebas optimización.

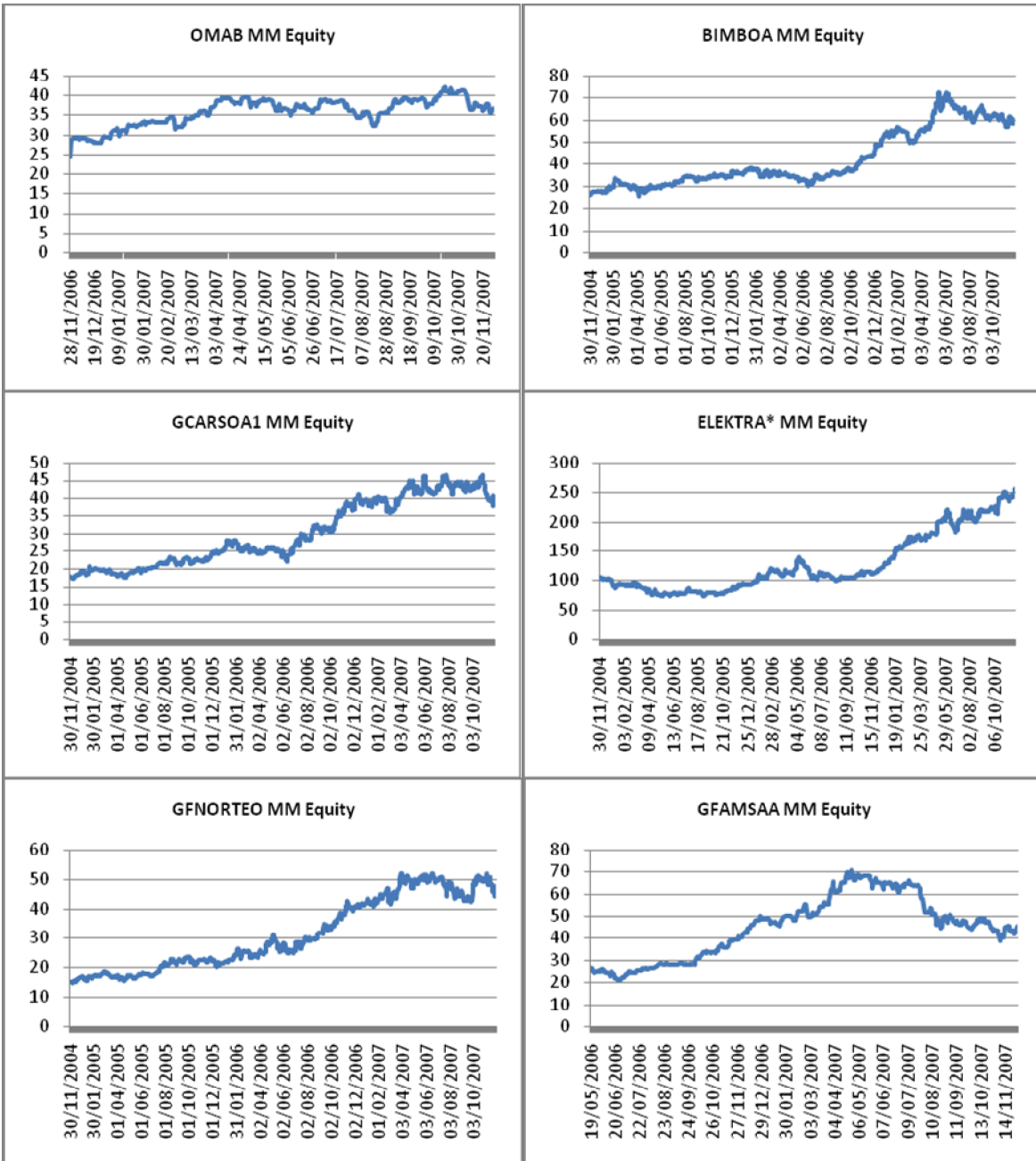
En la figura aparecen marcadas de color gris, las empresas donde sus fechas de inicio de sus transacciones son diferentes a las demás esto es porque en nuestra base de datos original aparecen datos nulos, ya que como se puede observar de las 35 empresas obtenidas, 29 comienza sus transacciones el 30 de noviembre del 2004 mientras que las demás comienzan en fechas posteriores, lo cual debe tomar en cuenta el usuario si desea trabajar con estas empresas.

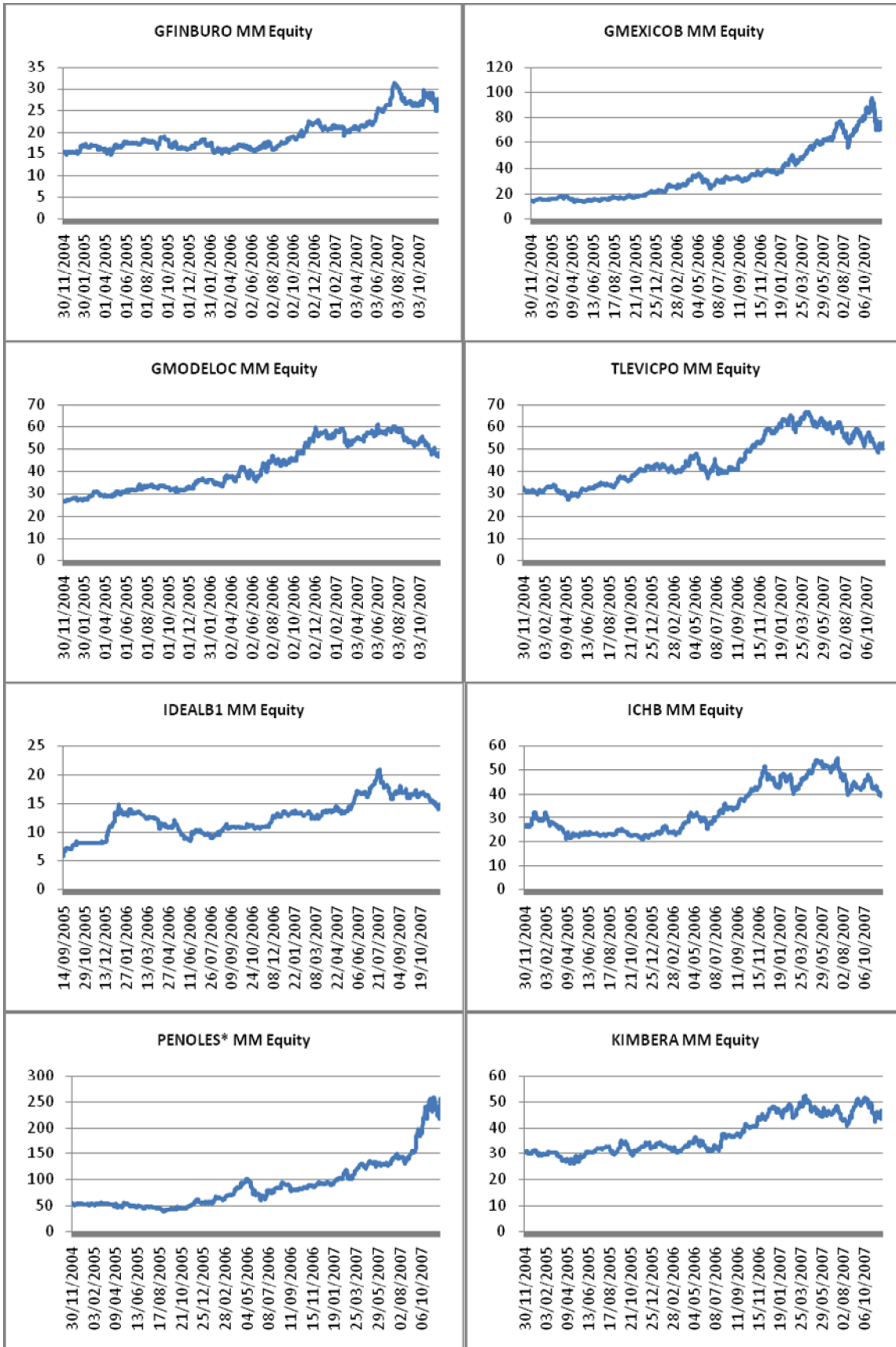
A continuación en la figura 2.6, se muestran las gráficas del historial de cada una de las empresas para conocer su desempeño y tener un mejor criterio de que empresas seleccionar para un portafolio determinado.

Empresas Mexicanas









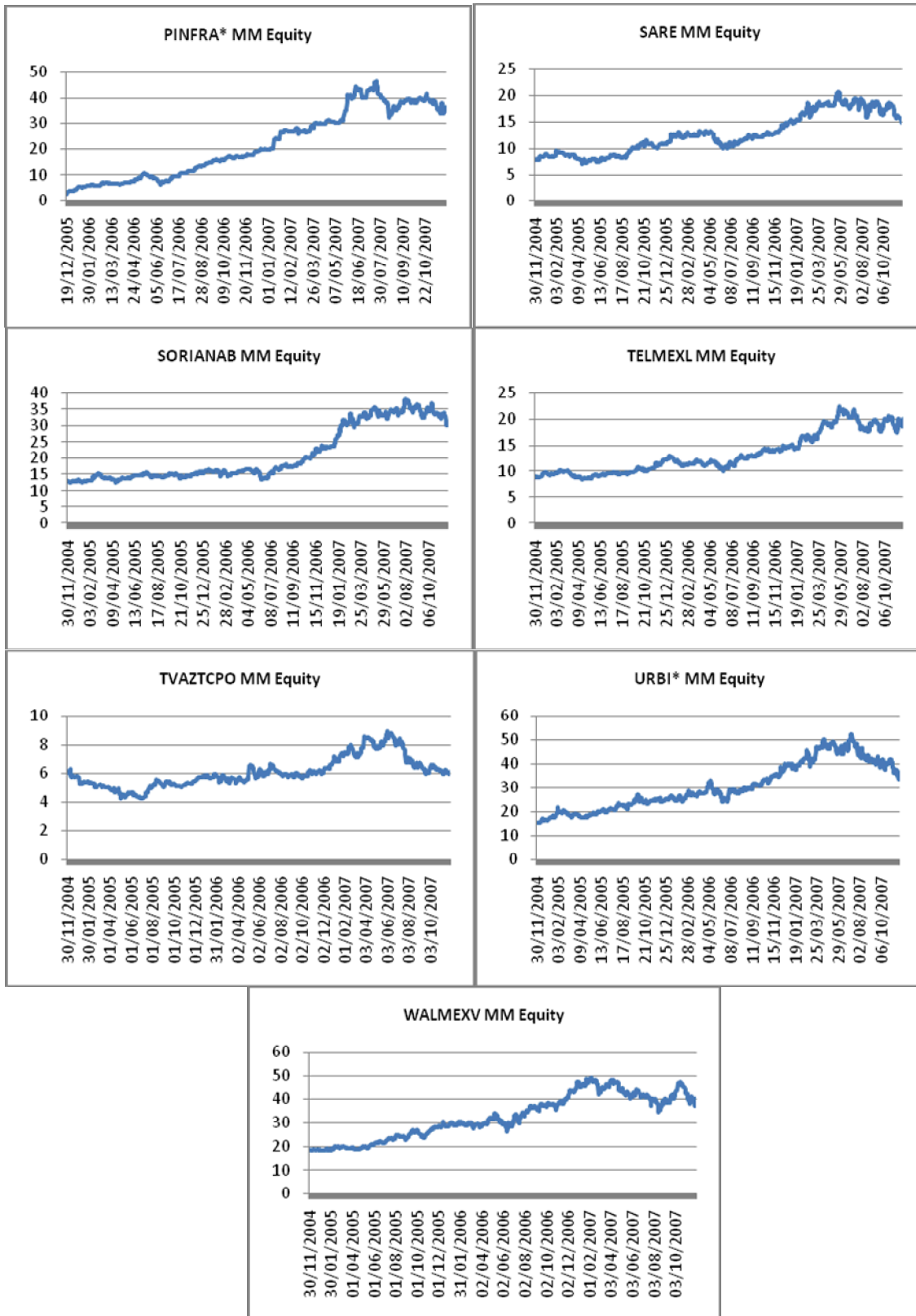


Figura 2.6 Historial de las Empresas Mexicanas

2.2 Generación de escenarios mediante el proceso de Wiener y la técnica de simulación de Montecarlo.

La finalidad de un generador de escenarios es producir un conjunto de valores de las variables de decisión involucradas, bajo un determinado horizonte de planeación, cuya salida es un escenario o el conjunto de ellos y que contiene el comportamiento histórico de las variables.

Una alternativa para la generación de los escenarios de rentabilidades futuras es el uso de los procesos de Wiener usando procedimientos matriciales y técnicas de simulación de MonteCarlo.

2.3 Introducción a una Metodología Estocástica

De cualquier variable cuyos valores vayan cambiando de forma incierta a través del tiempo, se puede decir que sigue un proceso estocástico. Estos tipos de procesos pueden ser clasificados como:

- *Proceso estocástico de tiempo discreto*: donde el valor de la variable puede cambiar sólo en algunos puntos definidos del tiempo.
- *Proceso estocástico de tiempo continuo*: es aquel en donde los cambios pueden tener lugar en cualquier instante de tiempo.
- *Procesos de variables continuas*: los valores que pueden tomar las variables están definidos por un rango.
- *Procesos de variables discretas*: se definen una gama de valores posibles, los cuales quedan fijos durante todo el proceso.

Durante este trabajo, el cual en esta parte, está orientado a pronósticos de precios accionarios de variables continuas y de tiempo continuo, ya que han probado ser una herramienta muy útil para este tipo de propósitos.

2.4 Proceso de Wiener

Este proceso es un tipo de proceso estocástico de Markov también conocido como Movimiento Browniano, en donde su media es 0 y su varianza es igual a 1. Este proceso es bastante usado en física para describir el movimiento de partículas que están sujetas a grandes cantidades de variaciones.

Formalmente, una variable sigue un proceso de Wiener si cumple con las siguientes propiedades:

Propiedad 1: *La variación δz durante un pequeño período de tiempo δt es:*

$$\partial z = \varepsilon \sqrt{\partial t} \quad (\text{Ec. 2.1}).$$

donde ε es una variable aleatoria con distribución normal estándar $\phi(0,1)$.

Propiedad 2: *Los valores de δz para dos intervalos pequeños de tiempo δt son independientes.*

Siguiendo con lo expuesto en la propiedad 1, en donde ε por sí misma tiene una distribución normal con:

$$E(\partial z) = 0 \quad \text{y} \quad \text{Var}(\partial z) = \partial t \quad (\text{Ec. 2.2}).$$

La segunda propiedad implica que z sigue un proceso de Markov.

Considerando un incremento del valor de z durante aproximadamente un período largo de tiempo T , podemos denotar este incremento por medio de $z(T) - z(0)$.

Por otro lado, esto también podría ser mirado como la suma de pequeños incrementos de z en N (pequeños) intervalos de tiempo δt , en donde:

$$N = \frac{T}{\delta t}$$

Así,

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\delta t} \quad (\text{Ec. 2.3}).$$

Donde ε_i ($i=1,2,\dots,N$) son variables aleatorias con distribución $\phi(0,1)$. Por otro lado de la segunda propiedad del proceso de Wiener, se deduce que las variables son independientes entre sí. Entonces, siguiendo con lo expuesto anteriormente en (Ec. 2.3), se deduce que $z(T) - z(0)$ esta normalmente distribuida con:

$$E(z(T) - z(0)) = 0 \quad \text{y} \quad \text{Var}(z(T) - z(0)) = N\delta t = T$$

2.5 Proceso de Wiener Generalizado

El proceso de Wiener básico dz , tiene una tasa de cambio cero y una varianza 1 [12]. La tasa de cambio igual a cero, significa que el valor esperado de z en cualquier instante futuro será igual a su valor actual. Por otro lado, que la varianza sea igual a 1 significa que la varianza de los cambios en z en un intervalo de tiempo T será igual a T .

Generalizando el proceso de Wiener para una variable x en términos de z tenemos que:

$$dx = a \cdot dt + b \cdot dz \quad (\text{Ec. 2.4}).$$

donde a y b son constantes.

Para entender la ecuación anterior, es útil considerar una suma de dos componentes independientes, donde el término $a \cdot dt$ implica que x tiene una tasa de cambio de “ a ” por unidad de tiempo. Sin considerar el término representado por “ b ”, la ecuación podría representarse de la siguiente manera:

$$dx = a \cdot dt$$

Lo cual por medio de la resolución de la ecuación diferencial nos da que:

$$x = x_0 + at$$

Donde x_0 es el valor de x en el tiempo 0. Esto implica que por cada período de tiempo t el valor de x se irá incrementando a una tasa de at .

El término $b \cdot dz$ de la ecuación puede ser considerado como un ruido o una variación al patrón seguido por x . De esta forma la cantidad de ruido o variabilidad de la ecuación va a estar definido como b veces el proceso de Wiener.

2.6 Generalización de Pronóstico de Precios

El modelo de comportamiento de precios accionarios desarrollado anteriormente, es conocido como Movimiento Browniano Geométrico y en su forma discreta se representa por medio de:

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot \partial t + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\partial t} \quad (\text{Ec. 2.5}).$$

o

$$dS = \mu \cdot S \cdot \partial t + \sigma \cdot S \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\partial t} \quad (\text{Ec. 2.6}).$$

La variable ∂S representa el cambio en el precio de la acción, en un pequeño intervalo de tiempo ∂t y ε es una variable aleatoria proveniente de una distribución normal estándar (con media cero y desviación estándar 1).

La parte izquierda de la ecuación (2.5) corresponde al retorno de la acción en el intervalo de tiempo ∂t . El término $\mu \cdot \partial t$ corresponde al valor esperado de los retornos y $\sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\partial t}$ representa la componente estocástica de los retornos.

La ecuación (2.5) muestra que $\partial S/S$ está normalmente distribuido con media $\mu \cdot \partial t$ y desviación estándar $\sigma \cdot \sqrt{\partial t}$, en otras palabras:

$$\frac{\partial S}{S} : \phi(\mu \cdot \partial t, \sigma \cdot \sqrt{\partial t})$$

2.7 Modelo Predictivo

Se usarán los procesos de movimiento browniano como modelo para la generación de rentabilidades futuras. Para ello se generarán números aleatorios normales a los cuales se les incorporan las rentabilidades esperadas, desviaciones estándares y las correlaciones aleatorias de los activos, en base a los datos históricos, generando así un pronóstico de las rentabilidades futuras.

Según lo expuesto anteriormente, la forma en la cual se pronosticarán las rentabilidades diarias futuras será de la forma propuesta en (2.3.1), con la salvedad de que al trabajar con información diaria y querer pronosticar un día, el diferencial del tiempo será igual a 1. De esta forma, para este caso particular, la ecuación quedará definida por¹⁰:

$$\frac{dS}{S} = \mu + \sigma \cdot B^t \cdot \varepsilon \quad (\text{Ec. 2.7}).$$

Para cada valor de la variable aleatoria ε , con distribución normal, se genera un escenario de rentabilidad futura para la siguiente unidad de tiempo. Esto se repite un número grande veces y se usan todos esos escenarios para obtener medidas como la rentabilidad promedio y la varianza de las acciones. Esto es lo que se conoce como simulación de Monte Carlo.

¹⁰ Esta forma de modelación es la recomendada en los artículos [12] y [13].

2.7.1 Correlación de los retornos

En el análisis de retornos es muy importante evaluar la correlación de estos, ya que este indicador nos da una idea del comportamiento de un activo al producirse una variación en el valor de otro activo.

En otras palabras el coeficiente de correlación nos indica en qué medida dos acciones se mueven en un mismo sentido.

Al generar números aleatorios y obtener los distintos escenarios de rentabilidades esperadas por medio de la ecuación (2.7), tanto los retornos como las volatilidades corresponderán aproximadamente a los obtenidos a través de los datos históricos (en teoría son iguales), pero el comportamiento de las acciones entre sí no estará modelado.

Esto quiere decir que al no tomar en cuenta en la modelación de los retornos las correlaciones, éstas serán totalmente independientes unas de otras (coeficientes de correlaciones cercanos a cero), lo cual al momento de construir portafolios significa obtener pronósticos bastante alejados de la realidad.

Una alternativa para modelar esto utiliza la descomposición de Cholesky, que se analiza en la siguiente sección.

2.7.1.1 Descomposición de Cholesky

La forma en que se pueden generar pronósticos de retornos correlacionados de la misma forma en que se han correlacionado en el pasado, es por medio de la descomposición o factorización de Cholesky.

En álgebra lineal, la descomposición de Cholesky corresponde a una descomposición matricial, en la cual una matriz simétrica definida positiva se descompone en el producto de dos matrices.

Teorema 1: *Toda matriz A simétrica es definida positiva si y sólo si existe una matriz S triangular superior con diagonal estrictamente positiva tal que:*

$$A = S' \cdot S$$

Esta descomposición de la matriz A , se conoce como factorización de Cholesky.

Una de las aplicaciones más importantes de las factorizaciones triangulares presentadas es que permiten resolver un sistema como dos sistemas triangulares, es decir mediante dos procedimientos de sustitución: uno hacia adelante y otro en reversa.

A continuación se demostrará cómo por medio de la descomposición de Cholesky se pueden obtener series de datos correlacionadas a partir de datos que no estaban correlacionados.

Sean:

μ : La media de los datos históricos

Σ : Su matriz de varianzas y covarianzas.

R : La matriz de correlación de los datos históricos.

Entonces:

$$R = D^t \cdot \Sigma \cdot D \quad (\text{Ec. 2.8}).$$

Donde D es una matriz diagonal con el elemento

$$D_{i,i} = (\Sigma_{i,i})^{-1/2} \quad (\text{Ec. 2.9}).$$

Es decir, D es la matriz que tiene en la diagonal las inversas de las desviaciones estándares.

Sea S la descomposición de Cholesky de la matriz Σ :

$$\Sigma = S^t \cdot S$$

Sustituyendo esta expresión en (2.8), se obtiene:

$$R = D^t \cdot S^t \cdot S \cdot D$$

$$R = (S \cdot D)^t \cdot (S \cdot D)$$

Lo cual significa que la matriz de la factorización de Cholesky de R es $S \cdot D$

A continuación se demostrará que a partir de un vector $\varepsilon : N(0, I)$, o sea independientes y premultiplicándolo por la matriz B^t de la descomposición de Cholesky de R , se obtiene un vector normal correlacionado de la misma forma que los datos históricos; es decir que:

$$\text{corr}(B^t \cdot \varepsilon) = R$$

Se sabe que,

$$\text{corr}(B^t \cdot \varepsilon) = D_1^t \cdot \text{Var}(B^t \cdot \varepsilon) \cdot D_1$$

y que,

$$\begin{aligned} \text{Var}(B^t \cdot \varepsilon) &= B^t \cdot \text{Var}(\varepsilon) \cdot B \\ &= B^t \cdot I \cdot B \\ &= B^t \cdot B \\ &= R \end{aligned}$$

Sustituyendo esta ecuación en la anterior, tenemos que:

$$\text{corr}(B^t \cdot \varepsilon) = D_1^t \cdot R \cdot D_1$$

De la ecuación (2.9) se tiene que D_1 es una matriz diagonal cuyos elementos son los inversos de los elementos diagonales de la matriz R , los cuales al ser R una matriz de correlación, estos valores serán iguales a 1. Por lo tanto D_1 es igual a la matriz identidad, por lo tanto queda demostrado que:

$$\text{corr}(B^t \cdot \varepsilon) = R$$

2.7.2 Generación de los escenarios

Una vez obtenidos los números aleatorios correlacionados, se usa la ecuación (2.6) para restituir la media y la desviación estándar histórica de los datos. Matricialmente esto se puede expresar como:

$$Y = \mu + D^{-1} \cdot B^t \cdot \varepsilon$$

De esta manera, se genera un vector aleatorio con media y desviación estándar igual a los valores históricos, lo cual se demuestra por:

$$E(Y) = E(D^{-1} \cdot B^t \cdot \varepsilon + \mu)$$

$$E(Y) = E(D^{-1} \cdot B^t \cdot \varepsilon) + E(\mu)$$

$$E(Y) = D^{-1} \cdot B^t \cdot E(\varepsilon) + E(\mu)$$

Donde $E(\varepsilon) = 0$, por lo tanto:

$$E(Y) = E(\mu) = \mu$$

Para el caso de la varianza:

$$Var(Y) = Var(D^{-1} \cdot B^t \cdot \varepsilon + \mu)$$

$$Var(Y) = Var(D^{-1} \cdot B^t \cdot \varepsilon)$$

$$Var(Y) = D^{-1} \cdot B^t \cdot Var(\varepsilon) \cdot B \cdot D^{-1}$$

Pero como $Var(\varepsilon) = I$,

$$Var(Y) = D^{-1} \cdot B^t \cdot B \cdot D^{-1}$$

Y como $B^t \cdot B = R$, entonces:

$$Var(Y) = D^{-1} \cdot R \cdot D^{-1}$$

Premultiplicando y postmultiplicando por D^{-1} , vemos que:

$$D^{-1} \cdot R \cdot D^{-1} = \Sigma$$

Por lo tanto:

$$Var(Y) = \Sigma$$

Con esto se ha demostrado que por medio de la ecuación (2.5) y la descomposición de Cholesky se pueden generar escenarios con media y matriz de varianzas y covarianzas iguales a las históricas.

Cabe destacar que el programa entregará dos alternativas de generación de escenarios, una como ya vimos, utilizando la media histórica μ que se obtiene por la ecuación.

$$E[R] = \frac{1}{T} \cdot \sum_{j=1}^T R_{T-j} \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Y la otra por medio de datos del juicio experto, en nuestro caso por el software "Bloomberg" el cual otorgará los datos de la ecuación 2.9, conocida como "Modelo de Valoración de Activos de Capital" o "Capital Asset Pricing Model" (Capm), este es un modelo frecuentemente utilizado en la economía financiera. Sugiere que, cuanto mayor es el riesgo de invertir en un activo, tanto mayor debe ser el retorno de dicho activo para compensar este aumento en el riesgo.

Donde:

R_f : Tasa libre de riesgo o en Chile bonos reajustables del Banco Central a 5 años

R_m : Tasa de mercado, en nuestro caso sería el IPSA anual.

$E(R_m - R_f)$: Es el exceso de rentabilidad de la cartera de mercado.

β : El coeficiente beta, se emplea para medir el riesgo no diversificable. Se trata aquí de un índice del grado de respuesta de un activo ante un cambio en el rendimiento de mercado. El coeficiente beta que caracteriza al mercado es 1; todos los demás coeficientes se juzgan en relación con este valor.

Las betas de los activos pueden adoptar valores ya sean positivos o negativos, si bien aquellos (positivos) constituyen la norma. La mayor parte de los coeficientes beta se hallan entre 0,5 y 2¹¹.

$$Capm = R_f + (R_m - R_f) \cdot \beta \quad \text{Ec. (2.11).}$$

Posteriormente transformamos el $Capm$ a la $\mu_{semanal}$, por medio de la siguiente ecuación:

$$1 + r_{semanal} = (1 + Capm)^{(7/365)} \rightarrow r_{semanal} = (1 + Capm)^{(7/365)} - 1 \quad \text{Ec. (2.12)}$$

¹¹ Más información en: [11]

Aplicando la ecuación. 2.12 y utilizando el β de cada activo, queda lo siguiente:

Acción	beta	Rf (BCU5años)	Rm (IPSA)	CAPM	u_semanal
ALMEN	0,96	6,16%	12,14%	11,90%	0,22%
ANDINAB	0,87	6,16%	12,14%	11,36%	0,21%
BCI	0,77	6,16%	12,14%	10,76%	0,20%
BSAN	0,95	6,16%	12,14%	11,84%	0,21%
CAP	1	6,16%	12,14%	12,14%	0,22%
CCU	0,91	6,16%	12,14%	11,60%	0,21%
CMPC	0,97	6,16%	12,14%	11,96%	0,22%
COLBUN	0,8	6,16%	12,14%	10,94%	0,20%
COPEC	0,95	6,16%	12,14%	11,84%	0,21%
CTCA	1,06	6,16%	12,14%	12,50%	0,23%
DYS	1,01	6,16%	12,14%	12,20%	0,22%
ENDESA	1,08	6,16%	12,14%	12,62%	0,23%
ENERSIS	1,15	6,16%	12,14%	13,04%	0,24%
ENTEL	1,01	6,16%	12,14%	12,20%	0,22%
FALAB	1,07	6,16%	12,14%	12,56%	0,23%
IANSA	0,78	6,16%	12,14%	10,82%	0,20%
LAN	1,1	6,16%	12,14%	12,74%	0,23%
MADECO	1,1	6,16%	12,14%	12,74%	0,23%
SQM_B	0,98	6,16%	12,14%	12,02%	0,22%
VAPORES	1,14	6,16%	12,14%	12,98%	0,23%

Figura 2.7 Ejemplo de la obtención de la media semanal por medio del CAPM

Fuente: Elaboración propia

De la figura 2.7 se tiene las medias semanales ($u_{semanal}$) para los 20 activos que se reemplazarán en la ecuación 2.7, la cual proviene del desarrollo del proceso de Wiener. Así se obtiene una matriz que representa una serie de escenarios posibles en términos de retornos para cada una de las acciones del portafolio para un horizonte de tiempo correspondiente a una semana.

2.8 Value at Risk, Marco teórico

El VaR es una medida de riesgo uniforme que cuantifica el monto o porcentaje de la potencial pérdida en valor de un portafolio producto de los cambios en los factores de mercado dentro de un intervalo de tiempo especificado. Esta pérdida es valorada con un determinado nivel de incertidumbre (α).

Sea $f: \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$ una función de pérdida, la cual depende del “vector de pesos x ”, perteneciente al conjunto de factibilidad definido por $x \in \mathfrak{R}^n$ y de un “vector aleatorio” $y \in \mathfrak{R}^m$. Se supone que el vector aleatorio y está regido por una medida de probabilidad P , que es independiente de x . Para cada x , se denota por $\Psi(x, \zeta)$ en \mathfrak{R} como la función de distribución resultante de la función de pérdida, es decir:

$$\Psi(x, \zeta) = P\{y / f(x, y) \leq \zeta\} \quad (\text{Ec. 2.13})$$

Por consiguiente, si se asume que el vector aleatorio y tiene una función de densidad de probabilidad $p(y)$, es decir, un vector aleatorio continuo, entonces para un x fijo, la función de distribución acumulada de la pérdida asociada al vector x viene dada por:

$$\Psi(x, \zeta) = \int_{f(x, y) \leq \zeta} p(y) dy \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Se tiene que las fórmulas (2.1) y (2.2) representan la probabilidad de que la función de pérdida no exceda el umbral ζ .

En ambos casos, la función VaR , la cual denotaremos por $\zeta_\alpha(x)$, se define como el percentil de la función de distribución de pérdidas mediante la fórmula:

$$\zeta_a(x) = \min\{\zeta \in \mathfrak{R} : \psi(x, \zeta) \geq a\} \quad (\text{Ec. 2.15})$$

El problema de optimización que se estudiará en esta memoria, asociado al VaR es:

$$\min_{x \in X \subset \mathfrak{R}^n} \zeta_a(x) \quad (\text{Ec. 2.16})$$

Donde el conjunto X representa las condiciones impuestas sobre los pesos o políticas de inversión asociadas al portafolio. Por ejemplo, si no se le pide nada en especial al portafolio, entonces el conjunto X viene dado por:

$$X = \left\{ x \in \mathfrak{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0 \quad \forall_{i=1,2,\dots,n} \right\} \quad (\text{Ec. 2.17})$$

Sin embargo, si se le agrega un cierto nivel de diversificación al portafolio (para más detalle se recomienda ver [14]), entonces el conjunto X queda definido por:

$$X = \left\{ x \in \mathfrak{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1, 0 \leq x_i \leq D_i \quad \forall_{i=1,2,\dots,n} \right\} \quad (\text{Ec. 2.18})$$

Donde D_i representa el máximo peso de inversión para cada uno de los activos del portafolio, por ejemplo para todo, lo que se interpreta como la prohibición de tener más de un 30% de toda la inversión en un sólo activo del portafolio. Si además, le exigimos un retorno mínimo al portafolio, entonces X viene dado por:

$$X = \left\{ x \in \mathfrak{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = 1, \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i \geq R, 0 \leq x_i \leq D_i \quad \forall_{i=1,2,\dots,n} \right\} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

En el cual R corresponde al retorno mínimo requerido y y_i son los retornos pronosticados para cada activo, en el periodo de tiempo predefinido.

Por último, es importante destacar que el objetivo de la tesis, no es calcular el riesgo asociado a un portafolio de inversión, con los pesos en cada activo predefinido, sino encontrar la política de inversión o pesos de la cartera que hacen que el riesgo de ésta sea mínimo, dicho de otro modo, brindar una herramienta que ayude a la toma de decisión de cuanto invertir en cada uno de los activos de un portafolio de inversión dado.

2.9 Condicional Value at Risk, Marco teórico

En el caso que se considere una distribución continua, el CVaR se define como el valor esperado de las pérdidas bajo la condición de que ellas excedan al VaR, (el cual se denotará por $\zeta_a(x)$). Se define la función del CVaR, y se denotará por $\phi_a(x)$, como:

$$\phi_a(x) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta_a(x)} f(x,y) p(y) dy \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Donde $p(y)$ es la función densidad asociada a la medida de probabilidad P. En general, para funciones de distribución de cualquier índole, incluyendo las distribuciones discretas, el CVaR se define como el promedio ponderado del VaR y las pérdidas que exceden a éste, el cual denotaremos por $\phi_a^+(x)$, es decir, la esperanza de las pérdidas condicionales que estrictamente exceden al VaR. De esta manera, el CVaR queda definido de la siguiente forma:

$$\phi_a(x) = \lambda \zeta_a(x) + (1-\lambda) \phi_a^+(x) \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Tal que:

$$\lambda = \frac{\Psi(x, \zeta_a(x)) - \alpha}{1-\alpha} \in [0,1] \quad (\text{Ec. 2.22})$$

En el caso de considerar una distribución continua para la función de pérdida, $\Psi(x, \zeta_a(x)) = \alpha$ y por lo tanto, $\lambda = 0$.

El CVaR es una medida coherente de riesgo, en el sentido definido en [15], determinado por medio un percentil y que a diferencia del VaR posee buenas propiedades matemáticas, las cuales se pueden ver con mayor profundidad en los documentos, [7] [16], [17].

En particular, el CVaR definido por (2.20) es una cota superior del VaR ya que:

$$\begin{aligned}
 \phi_a(x) &= \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta_a(x)} f(x,y) p(y) dy & (\text{Ec. 2.23}) \\
 &\geq \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta_a(x)} \zeta_a(x) p(y) dy \\
 &= \frac{\zeta_a(x)}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta_a(x)} p(y) dy \\
 &= \zeta_a(x)
 \end{aligned}$$

En general la minimización del CVaR y del VaR no son equivalentes. Puesto que la definición del CVaR involucra explícitamente a la función VaR, es decir, a la función $\zeta_a(x)$, por consiguiente, se torna muy engorroso de trabajar y optimizar el CVaR, sin embargo, si se considera la siguiente función auxiliar:

$$F_a(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta} (f(x,y) - \zeta) p(y) dy \quad (\text{Ec. 2.24})$$

De forma alternativa, se puede escribir $F_a(x, \zeta)$ de la siguiente manera:

$$F_a(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \int (f(x,y) - \zeta)^+ p(y) dy \quad (\text{Ec. 2.25})$$

Donde $\alpha^+ = \max\{\alpha, 0\}$. Para $x \in X$ fijo, es bueno considerar, la siguiente función de ζ :

$$F_{\alpha,x}(\zeta) = F_{\alpha}(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(x,y) \geq \zeta} (f(x,y) - \zeta) p(y) dy \quad (\text{Ec. 2.26})$$

Esta última función de ζ , tiene las siguientes propiedades que son muy útiles a la hora de calcular el VaR y el CVaR:

- a) $F_{\alpha,x}(\zeta)$ es una función convexa en ζ .
- b) El α -VaR en x , es un mínimo de $F_{\alpha,x}(\zeta)$, es decir, $\zeta_{\alpha}(x) = \arg \min \{F_{\alpha,x}(\zeta)\}$.
- c) El valor mínimo de la función $F_{\alpha,x}(\zeta)$ es el α -CVaR en x , es decir, $\phi_{\alpha}(x) = \min_{\zeta} F_{\alpha,x}(\zeta)$.

Como una consecuencia inmediata de estas propiedades, se puede inferir que el CVaR se puede optimizar mediante la optimización de la función auxiliar $F_{\alpha}(x, \zeta)$ con respecto a x y a ζ de forma simultánea.

$$\min_{x \in X} \phi_{\alpha}(x) = \min_{x \in X} \min_{\zeta} F_{\alpha,x}(\zeta) = \min_{x \in X, \zeta} F_{\alpha}(x, \zeta) \quad (\text{Ec. 2.27})$$

De tal forma, se puede optimizar el CVaR directamente, sin la necesidad de calcular primero el VaR. Además, $F_{\alpha}(x, \zeta)$ es una función convexa en la variable del portafolio cuando la función de pérdida $f(x, y)$ es también convexa con respecto a x .

Usualmente no es posible calcular o determinar la función de densidad de los eventos aleatorios en la formulación propuesta, sin embargo, es posible tener un número de escenarios.

Por ejemplo; con, los cuales representan algunos valores históricos de los eventos aleatorios, por consiguiente; la serie de tiempo histórica de la rentabilidad o de los precios de las activos del portafolio, o puede ser valores obtenidos vía simulación computacional, en nuestra memoria el proceso estocástico de Wiener. En todo caso, una parte importante de esta investigación es el de estudiar las diferentes alternativas para la obtención de los escenarios.

Posteriormente, se obtiene una aproximación de la función $F_\alpha(x, \zeta)$ usando una distribución empírica de los eventos aleatorios basados en los escenarios disponibles:

$$\tilde{F}_\alpha(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{(1-\alpha)J} \sum_{j=1}^J (f(x, y_j) - \zeta)^+ \quad (\text{Ec. 2.28})$$

De esta manera, el problema $\min_{x \in X} \phi_\alpha(x)$ se aproxima reemplazando a $F_\alpha(x, \zeta)$ por $\tilde{F}_\alpha(x, \zeta)$ en la ecuación (2.27):

Ahora bien, si se introduce las variables auxiliares z_j para reemplazar $(f(x, y_j) - \zeta)^+$ asignando las restricciones $z_j \geq f(x, y_j) - \zeta$ y $z_j \geq 0$, se tiene el siguiente problema de optimización:

$$\min \zeta + \frac{1}{(1-\alpha)J} \sum_{j=1}^J z_j \quad (\text{Ec. 2.29})$$

S.a: $x \in X$

$$f(x, y_j) - \zeta \leq z_j \quad j = 1, 2, \dots, J$$

$$z_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, J$$

Finalmente, se puede observar que si la función de pérdidas $f(x, y)$ es lineal con respecto a x , entonces el problema de optimización en la ecuación (2.29), se puede reducir a un problema de programación lineal, eso sí, se debe dejar en claro, el tamaño de éste depende de la cantidad de escenarios generados y por lo tanto, se debe emplear técnicas de programación lineal de gran escala.

En [7] se propone un algoritmo heurístico, para la resolución de este problema. Una parte importante de esta memoria es la de implementar el algoritmo antes mencionado y obtener una comparación entre la rentabilidad versus el VaR (De tal manera como lo hace Markowitz con la frontera eficiente [18]).

2.10 Algoritmo de optimización para el cálculo del VaR

Por definición, el α -VaR es el valor más pequeño, tal que la probabilidad de que la pérdida será menor o igual a este valor es más grande o igual a α . Basados en la simulación de los escenarios, el portafolio α -VaR; portafolio cuya probabilidad de que la pérdida sea menor o igual al VaR es mayor o igual a α , se estima como la pérdida en un L_k escenario k, donde la probabilidad total de todos los escenarios con pérdidas menores o iguales a L_k es al menos α .

La línea general de pensamiento detrás del algoritmo heurístico que se considerará en este trabajo es bastante simple. Ésta comienza con un portafolio óptimo que se obtiene al aplicar una aproximación al mínimo CVaR, luego se reduce sistemáticamente el VaR del portafolio solucionando una serie de problemas de CVaR usando técnicas de programación lineal. Estos problemas de CVaR son obtenidos restringiendo y "desechando" los escenarios que van mostrando grandes pérdidas.

El objetivo del algoritmo es ir construyendo límites superiores para el VaR, para luego minimizar estos límites. El primer límite superior para el α -VaR es el α -CVaR, el cual se minimiza. Luego se dividen los escenarios en los cuales las pérdidas exceden α -VaR y se "descarta" la porción superior de estos escenarios (véase figura 2.2). El número de escenarios que se desechan es determinado por el parámetro ξ (e.g., si ξ es igual a 0.5 entonces se desecha la mitad superior). La figura 2.2 muestra el primer paso del acercamiento, cuando se desechan los escenarios con grandes pérdidas y se excluyen (haciéndolos "inactivos"). Luego se calcula un nuevo α_1 de tal forma que el CVaR con este nuevo α_1 sea un límite superior para el VaR del problema original. Este α_1 -CVaR es la pérdida esperada de los escenarios activos con pérdidas que exceden al α -VaR, es decir, los escenarios entre el α -VaR y la línea punteada de la figura. De esta forma se va reduciendo al mínimo el límite superior. Resumiendo, el procedimiento consta de la construcción de una serie de límites superiores que se van reduciendo al mínimo hasta no poder seguir descartando escenarios activos. Al final de este procedimiento se procede a usar la heurística considerada en [15] el cual minimiza la pérdida L_k , mientras se asegura que las pérdidas en los escenarios que exceden a L_k están guardadas en L_k . Este acercamiento requiere solucionar una serie de problemas de programación lineal.

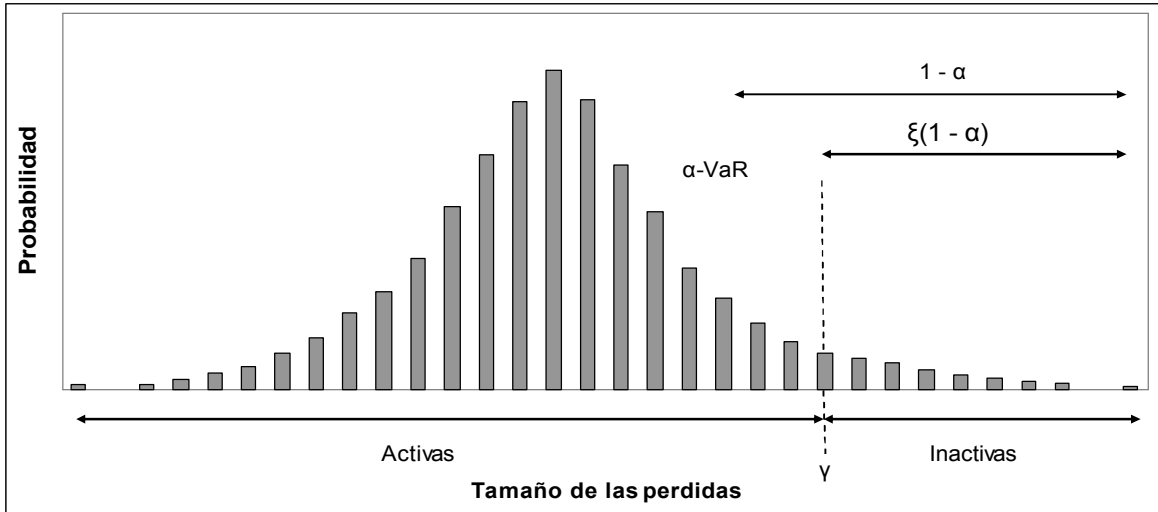


Figura 2.8 Ejemplo Gráfico del Algoritmo Implementado.

Fuente: [19]

De la Figura 2.8, se observa que en el Segundo paso del algoritmo se restringen y se descartan los $\xi \cdot (1 - \alpha) \cdot J$ escenarios que muestren las mayores pérdidas (haciéndolos inactivos). Así un nuevo CVaR es generado, de tal manera que este CVaR sea un límite superior del VaR.

2.10.1 Algoritmo CVaR

En esta sección se da una descripción formal del algoritmo antes introducido.

Paso 0: Inicialización

- i) Fijar $\alpha_0 = \alpha$, $i = 0$, $H_0 = \{j : j = 1, \dots, J\}$
- ii) Asignar un valor a la constante ξ , $0 < \xi < 1$.

Paso 1: Sub-Problema de Optimizacióni) Minimizar α_i -CVaR

$$\min_{x, z, \zeta, \gamma} \zeta + v_i \sum_{j \in H_i} z_j \quad \text{Ec. (2.30).}$$

Sujeto a:

$$x \in X, \quad \text{Ec. (2.40).}$$

$$z_j \geq f(x, y_j) - \zeta, \quad z_j \geq 0, \quad j \in H_i, \quad \text{Ec. (2.41).}$$

$$f(x, y_j) \leq \gamma, \quad j \in H_i, \quad \text{Ec. (2.42).}$$

$$f(x, y_j) \geq \gamma, \quad j \notin H_i, \quad \text{Ec. (2.43).}$$

donde

$$v_i = ((1 - \alpha_i)J)^{-1}. \quad \text{Ec. (2.44).}$$

Notar que la solución de este problema de optimización está dada por x_i^* .

ii) Con respecto al valor de la función de pérdidas $f(x_i^*, y_j)$, ordenar los escenarios, $j = 1, \dots, J$, en orden ascendente, denotando los escenarios ordenados por $j_l, l = 1, \dots, J$.

Paso 2: Estimación del VaR.

Calcular la estimación del VaR, $\zeta_i = f(x_i^*, y_{l(\alpha)})$, donde

$$l(\alpha) = \min \{l : l/J \geq \alpha\}.$$

Paso 3: Criterio de parada del algoritmo

Si $H_i = H_{i-1}$, detener el algoritmo. Donde x_i^* será la estimación óptima del portafolio y el VaR será igual a ζ_i .

Paso 4: Re inicialización

- i) $i = i + 1$.
- ii) $b_i = \alpha + (1 - \alpha)(1 - \xi)^i$ y $\alpha_i = \alpha / b_i$
- iii) $H_i = \{j_l \in H_{i-1} : l/J \leq b_i\}$.
- iv) Ir al paso 1.

Una vez definido el problema formalmente, se explica con más detalle cada uno de los pasos anteriores.

El paso 0 inicializa el algoritmo definiendo α_0 como el nivel de confianza α , y fijando el contador de las iteraciones i en cero.

Los escenarios incluidos en el sub-problema de optimización del CVaR (ecuación 2.30), se definen como activos. Inicialmente todos los escenarios son activos y se denota por el conjunto H_0 (este conjunto lo que realmente denota, es el conjunto de índices de los escenarios activos).

En los pasos siguientes, a medida que se va solucionando el sub-problema de optimización definido por el CVaR, solamente se irán considerando el conjunto de escenarios activos, definido por H_i (recalquemos que H_i es el conjunto de índices de los escenarios activos en el Paso i).

Los escenarios llamados inactivos corresponden a los que han sido excluidos en las iteraciones anteriores. El parámetro ξ define la proporción de escenarios de la cola que será excluida en cada iteración. Por ejemplo, si $\xi = 0,5$, la mitad de la cola se excluye en cada iteración. Más adelante se le darán diferentes valores a esta variable para ver cómo influyen estas variaciones en el algoritmo.

El **paso 1** soluciona el sub-problema de optimización de reducir el α_i -CVaR, el cual es un límite superior del α -VaR. La variable γ es una variable libre que asegura que las pérdidas en los escenarios inactivos excedan a aquellas que corresponden a los escenarios activos.

En el **paso 2**, el VaR se estima como la pérdida en el escenario tal que la probabilidad acumulada de los escenarios con pérdidas menores o iguales a la de este escenario es mayor o igual a α .

En el **paso 3**, el algoritmo se detiene cuando la optimización del sub-problema se ha realizado sobre solo uno de los escenarios activos, es decir, cuando se han reducido al mínimo las pérdidas en el escenario que corresponde a la estimación del α -VaR.

De esta forma, la cantidad de iteraciones a realizar, antes de obtener una solución óptima, dependerá de la magnitud de los siguientes parámetros:

- J:** Cantidad de muestras o escenarios a modelar.
Alfa (α): Nivel de confianza. (α -VaR)
Chi (ξ): Proporción de escenarios de la cola que será excluida en cada iteración.

En el **paso 4**, α_i se define de tal forma de que α_i -CVaR, el cual es calculado solamente en función de los escenarios activos sea un límite superior del α -VaR original. Minimizando el α_i -CVaR sobre los escenarios activos, da lugar a una minimización del valor medio de la cola activa que excede al α -VaR. En la figura 2.8 se ejemplifica esta situación.

Además, en este paso se excluyen del sistema de escenarios activos H_i la parte superior de los escenarios activos que exceden al α -VaR. Por ejemplo, según lo ilustrado en figura 2.8, en la primera iteración la cola está dividida en dos partes, la parte superior de la cola se hace inactiva y la parte inferior corresponde al conjunto H_i de escenarios activos.

CAPÍTULO III

INTERFAZ

3.1 Entorno de Trabajo

La plataforma que se utilizó para programar la optimización de CVaR fue MATLAB R2007, ya que es un potente lenguaje para la programación computacional. El nombre proviene de Matrix LABoratory, es utilizado en computación matemática, modelado y simulación, análisis y procesamiento de datos, visualización y representación de gráficos, así como desarrollo de algoritmos.

Otra herramienta de gran importancia en este proyecto fue el uso del compilador TOMLAB/CPlex ya que su implementación en Matlab permite resolver problemas de optimización además de calcular de manera más rápida procesos que consumen recursos de la CPU, la licencia de este producto fue adquirida por la Universidad Diego Portales ya que no está implementada como un toolbox en Matlab.

En lo que respecta en la parte de hardware se utilizó un equipo Intel(R) Xeon (TM), con 2 procesadores Dual Core a 3.4 GHz y 2Gb de RAM con sistema operativo Microsoft Windows Server 2003, de esta manera contamos con herramientas muy potentes para el desarrollo de Escenarios y la optimización del CVaR.

3.2 Metodología para el desarrollo de la interfaz

3.2.1 Análisis para la creación de Escenarios y Optimización de CVaR

Conociendo ahora cómo se comporta la generación de Escenarios y el modelo de CVaR explicado anteriormente en el Capítulo II procedemos a identificar los factores que intervienen en la creación Escenarios y optimización de CVaR, para crear un algoritmo que nos facilite la solución del problema de optimización para posteriormente crear una interfaz fácil de manejar para el usuario.

A continuación se hará un listado de los factores que influyen para poder realizar la generación del árbol de Escenarios:

- Base de Datos con las acciones de la bolsa de valores de Chile (1994-2007).
- Depuración de la base de datos.
- Historial de cada acción.
- Selección de las acciones.
- Matriz de precios.
- Matriz de rentabilidad diaria.
- Matriz de Rentabilidad semanal.
- Horizonte de inversión.
- Número de Escenarios.

Base de Datos:

La base de datos fue obtenida gracias al programa de Bloomberg de la Empresa "Cruz del Sur", esta base contiene la información diaria de las acciones entre los periodos 1987-2007 la cual es nuestra base principal para poder trabajar más adelante con la generación de Escenarios.

Depuración de la base de datos:

Revisando la base de datos se identificó que no existen precios desde el año 1987 por lo que se requiere de una depuración de datos ya que si no se eliminan estos espacios crearían conflicto en el cálculo de matrices y los resultados no serían los esperados provocando errores, de esta manera es importante contemplar una depuración en la creación del algoritmo para la generación de Escenarios.

Historial de cada acción:

Una vez que tengamos depurada nuestra base de datos es necesario que en nuestra interfaz se pueda visualizar el historial de precios de cada empresa para que el usuario tenga una mayor certeza de que activos tienen un historial similar, no obstante, podrá trabajar si así lo desea con acciones que tengan diferente historial de precios.

Selección de las acciones:

Conociendo el historial de las acciones se procede a seleccionar las empresas que mejor se deseen no obstante se tomaron 20 acciones como modelo para realizar pruebas experimentales pero esto no implica que el usuario tenga que seleccionar las mismas acciones, la interfaz está diseñada para que pueda escoger las acciones que mejor le convengan, de acuerdo al historial de cada empresa.

Matriz de precios:

Teniendo las acciones deseadas conforme su historial se tiene una matriz final de precios la cual puede variar según el número de empresas seleccionadas así como el periodo en que se eligió, y es esta la matriz con la trabajaremos para poder generar Escenarios.

Matriz de rentabilidad diaria y semanal:

Para la generación de Escenarios se necesita la matriz de rentabilidad diaria o semanal y el usuario tiene la opción de escoger con que matriz desea trabajar por eso mismo se calculan ambas matrices.

Horizonte de inversión:

El horizonte de inversión es el número de días o semanas que se desean pronosticar es decir si se desea pronosticar 4 semanas los resultados pronosticados serán de la fecha actual de la base de datos en adelante lo mismo sucede para los días.

Número de Escenarios:

Como su nombre lo dice genera los Escenarios según el número indicado por el usuario, estudios revelan que mientras mayor se ha el número de escenarios mejor será el pronóstico del portafolio.

Una vez entendido los factores que intervienen para la creación de Escenarios procedemos a identificar qué pasos son necesarios para realizar la optimización de CVaR.

Como se analizó en el algoritmo de la optimización de CVaR necesitamos los siguientes parámetros de entrada que son:

- Alfa (α).
- Chi (ξ).
- Div.
- Rt .
- Precios finales.
- Precios iniciales.
- Retorno pronosticado.

Alfa (α):

Nivel de confianza (α -VaR)

Chi (ξ):

Proporción de escenarios de la cola que será excluida en cada iteración.

Div:

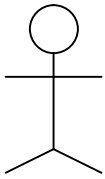
Máximo nivel de diversificación.

Rt:

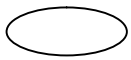
Retorno mínimo esperado.

Los parámetros precios finales, precios iniciales y retorno pronosticado son calculados dentro del algoritmo de la generación de Escenarios.

3.2.2 Actor y Casos de uso



Usuario



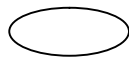
Cargar las Base de Datos



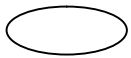
Seleccionar empresas



Ver historial de las empresas



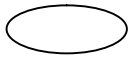
Depuración de la base



Generar Escenarios

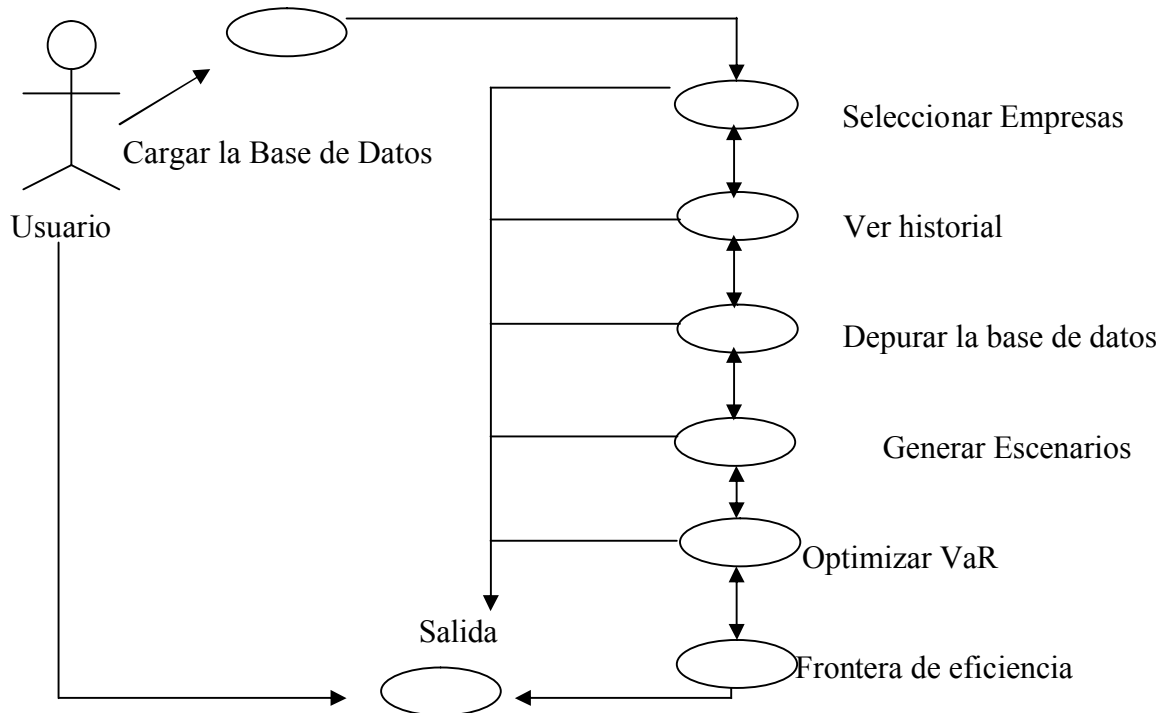


Optimizar VaR

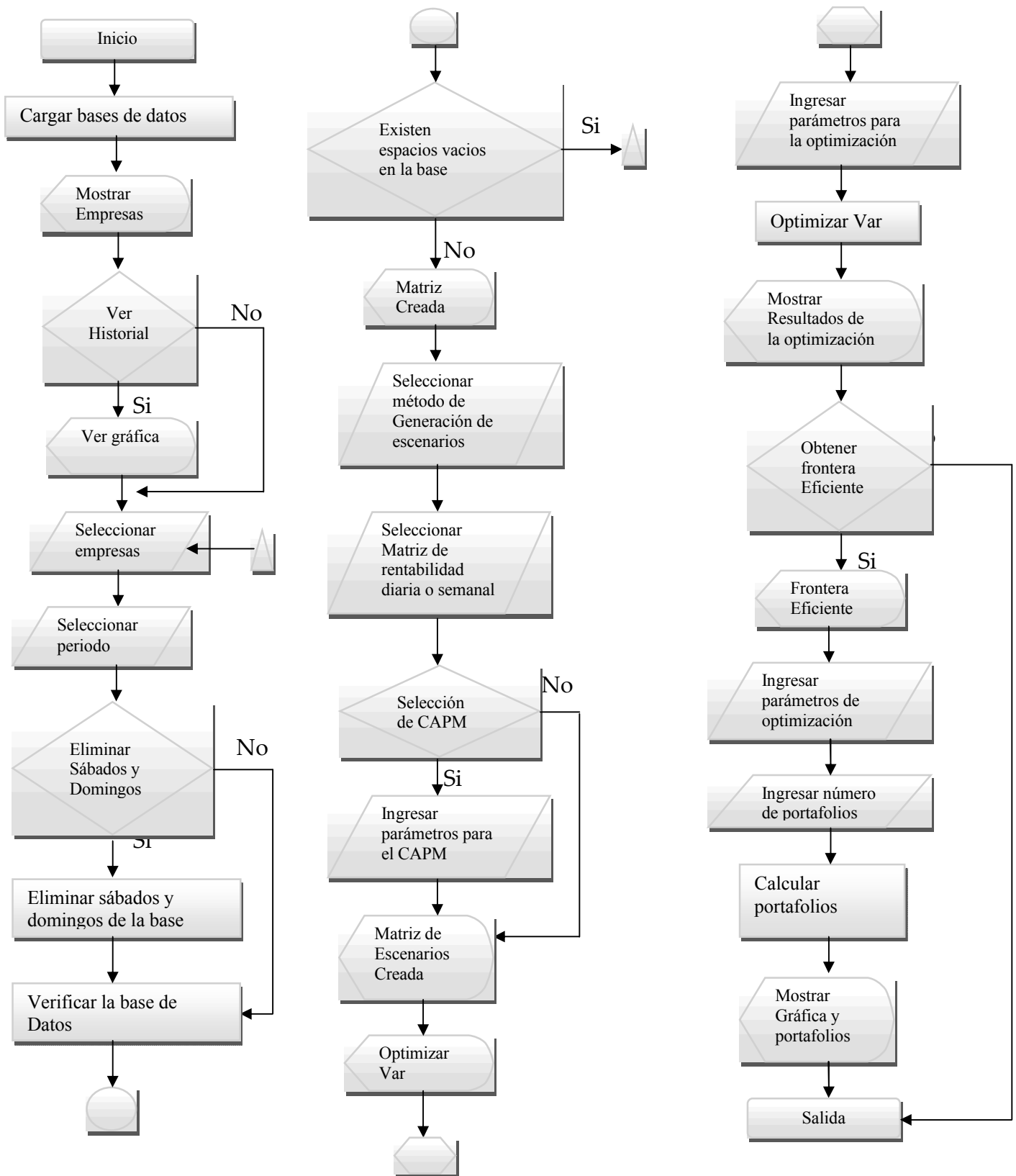


Obtener frontera de eficiencia

3.2.3 Diagrama de Casos de uso:



3.2.4 Diagrama de Flujo



3.2.5 Algoritmo de la Interfaz

El desarrollo del algoritmo fue dividido en funciones para facilitar su programación y con la flexibilidad de poder modificar las líneas de instrucción de una función sin afectar las demás funciones.

A continuación se presenta de forma modulada el algoritmo, con una breve explicación de su funcionamiento:

Función “optimiza” es la que engloba todo el algoritmo pero a su vez depende de otras funciones que veremos más adelante.

Función optimiza

```
import datos.xls
print(Empresas)
si VerHistorial== 'si' entonces
    print(Historial)
fin si
Guardar EmpresasSeleccionadas
Obtener PreciosIniciales
Seleccionar_Periodo
Seleccionar_dia
Matriz[Periodo,EmpresasSeleccionadas]

si Verifica_Matriz == NaN entoces
    print(Matriz con datos nulos)
fin si

else
    Funcion Genescenarios
    Funcion CVar
Fin else
```

Fin función

Función “Genescenarios”, su tarea es tomar la matriz de precios creada y solicitar al usuario el método de generación de escenarios, la matriz de rentabilidad semanal o diaria, horizonte de inversión y número de escenarios para finalmente crear la matriz de precios finales para sí obtener el vector de precios finales, y retorno pronosticado.

Función Genescenarios

```

metodo=SeleccionarMetododeGenescenario
mrenta=SeleccionarMatrizdeRentabilidad
horizonte=IngresarHorizontedeInversion
nescengen=IngresarNumerodeEscenario

si SeleccionCAPM== 'si ' entonces
    rf=IngresarParametroRF
    rm=IngresarParametroRM
fin si

de=DesviacionEstandar(MatrizdeRentabilidad)
Corre=MatrizdeCovarianza(MatrizdeRentabilidad)
para i<-horizonte hasta nescengen hacer
    Calcular MatrizdeRentabilidadFinal(de,Corre)
fin para
p=MatrizdeRentabilidadFinal
p finales=ObtenerPreciosFinales
retpron=ObtenerRetonoPronosticado

print('Matriz de Precios Finales creada')
```

Fin función

Función "CVar", se encarga calcular con los parámetros de entrada que son alfa, chi, máximo nivel de inversión por acción y mínimo retorno esperado junto con los vectores de PreciosFinales y PreciosIniciales creados en las funciones anteriores la estimación del Var minimizando CVaR.

Funcion CVAR

//inicializamos variables de entrada

beta=alfa

chi=xi

div=máximo_nivel_de_inversion

RT=retorno_minimo

Y=precios_finales

m=precios_iniciales

RetPron=retorno_pronosticado

band=0 //bandera para evitar cálculos si existe error

//Función "verifica" que se encarga de checar que el Retorno mínimo dado

//no se ha mayor que el retorno máximo calculado

si div <= 0

band=1;

else

[retmax]=verifica(div,RetPron);

si retmax < RT

band=1;

fin si

fin si

```
//Matriz principal
```

```
if band==0
```

```
MatrizA=(precios_iniciales- precios_finales)/precios_iniciales
```

```
l=ceil(beta*fila)
```

```
lb=lower bound (n,1)
```

```
ub=upper bound (n,1)
```

```
Aeq=MatrizA(1,n)
```

```
beq=1
```

```
bine=((2*fila)+1,1)
```

```
//Primera Estimación
```

```
[z,fval,exitflag]=linprog(c,Aine,bine,Aeq,beq,lb,ub);
```

```
//Iteraciones
```

```
parada=false
```

```
i=1
```

```
mientras (parada==false)&&(i<fila)
```

```
[z,fval,exitflag]=linprog(c,Aine,bine,Aeq,beq,lb,ub)
```

```
laux=fix(fila*b)
```

```
laux1=fix(fila*b1)
```

```
si laux==laux1
```

```
parada=true
```

```
fin si
```

```
i=i+1
```

```
fin mientras
```

```
print(Var)
```

```
print(Vector de precios)
```

```
print(Retorno)
```

```
fin si
```

```
Fin funcion
```

3.3 Interfaz

3.3.1 Descripción General

Una vez programado los algoritmos y verificados que trabajen de manera correcta se procedió a realizar la “Interfaz”, que es gracias a la herramienta llamada “GUI” que ofrece el lenguaje de programación MATLAB.

En un principio se creó la interfaz para trabajar con los 20 activos más rentables a partir de la fecha en común del inicio de sus transacciones de la base de datos obtenida, esta fecha es el 22 de mayo de 1997. Pero esto sería una limitante para el usuario final ya que no le permitiría elegir otro portafolio distinto del establecido para obtener un pronóstico, para un portafolio deseado así como trabajar con un periodo diferente. Así mismo la programación de la interfaz y de los algoritmos se llevó a un plano más general.

El diseño de esta “Interfaz” fue hecha también de una manera sencilla y fácil de entender para que el usuario sólo se concentre en los resultados para los portafolios estimados. No obstante la “Interfaz” cuenta con ventanas de ayuda para comprender mejor el funcionamiento del programa.

Cabe destacar que MATLAB crea un programa “.exe” para poder ser usado en otra computadora pero en este caso el compilador TOMLAB por derechos de Autor y Lincencia no permite para este caso crear un ejecutable para ser portable.

Otro aspecto importante es que la base de datos se encuentra guardada en formato Excel con el nombre de “datos.xls”, ya que MATLAB es muy estricto en la lectura de archivos importados ya que si no se lee correctamente el documento, no se podrá continuar con la optimización del portafolio, de este modo si el usuario desea trabajar con otra base diferente debe seguir el mismo formato de la base anterior para poder trabajar con los datos nuevos. A continuación se presenta la base obtenida de Bloomberg y la base modificada para poder trabajar con los precios de las empresas. En la figura 3.1 la forma en que se obtuvo la base de Bloomberg y en la figura 3.2 la forma en que se modificó la base para que MATLAB lea los datos y prosiga con el funcionamiento del programa.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	AGUAS/A CC Equity			ALMEN CC Equity			ANTAR CC Equity			CHILE CC Equity			BCI CC Equity			BSAN
2	Date	Px Last		Date	Px Last		Date	Px Last		Date	Px Last		Date	Px Last		Date
3	10/08/2007	225.6		10/08/2007	54.62		10/08/2007	10050		10/08/2007	41.02		10/08/2007	16801		10/08/2007
4	09/08/2007	225.6		09/08/2007	55.49		09/08/2007	10100		09/08/2007	41.7		09/08/2007	16900		09/08/2007
5	08/08/2007	228.5		08/08/2007	56.2		08/08/2007	10250		08/08/2007	41.91		08/08/2007	16939		08/08/2007
6	07/08/2007	227.64		07/08/2007	55.9		07/08/2007	10200		07/08/2007	42		07/08/2007	16800		07/08/2007
7	06/08/2007	227		06/08/2007	55.51		06/08/2007	10300		06/08/2007	42		06/08/2007	16800		06/08/2007
8	05/08/2007	230.2		05/08/2007	56		05/08/2007	10442		05/08/2007	42.36		05/08/2007	16937		05/08/2007
9	04/08/2007	230.2		04/08/2007	56		04/08/2007	10442		04/08/2007	42.36		04/08/2007	16937		04/08/2007
10	03/08/2007	230.2		03/08/2007	56		03/08/2007	10442		03/08/2007	42.36		03/08/2007	16937		03/08/2007
11	02/08/2007	230		02/08/2007	56.5		02/08/2007	10600		02/08/2007	42.9		02/08/2007	17000		02/08/2007
12	01/08/2007	230		01/08/2007	57		01/08/2007	10599		01/08/2007	43		01/08/2007	17000		01/08/2007
13	31/07/2007	230		31/07/2007	57.7		31/07/2007	10600		31/07/2007	43		31/07/2007	17050		31/07/2007
14	30/07/2007	229		30/07/2007	56.5		30/07/2007	10600		30/07/2007	43.5		30/07/2007	17101		30/07/2007
15	29/07/2007	225		29/07/2007	55.17		29/07/2007	10400		29/07/2007	43.35		29/07/2007	16905		29/07/2007
16	28/07/2007	225		28/07/2007	55.17		28/07/2007	10400		28/07/2007	43.35		28/07/2007	16905		28/07/2007
17	27/07/2007	225		27/07/2007	55.17		27/07/2007	10400		27/07/2007	43.35		27/07/2007	16905		27/07/2007
18	26/07/2007	225		26/07/2007	55.53		26/07/2007	10200		26/07/2007	44		26/07/2007	16809		26/07/2007
19	25/07/2007	227.5		25/07/2007	57		25/07/2007	10500		25/07/2007	44.8		25/07/2007	17250		25/07/2007
20	24/07/2007	226.1		24/07/2007	57		24/07/2007	10475		24/07/2007	45.19		24/07/2007	17250		24/07/2007
21	23/07/2007	232		23/07/2007	57.85		23/07/2007	10450		23/07/2007	45.21		23/07/2007	17350		23/07/2007
22	22/07/2007	231		22/07/2007	57.01		22/07/2007	10451		22/07/2007	45		22/07/2007	17350		22/07/2007
23	21/07/2007	231		21/07/2007	57.01		21/07/2007	10451		21/07/2007	45		21/07/2007	17350		21/07/2007
24	20/07/2007	231		20/07/2007	57.01		20/07/2007	10451		20/07/2007	45		20/07/2007	17350		20/07/2007
25	19/07/2007	231		19/07/2007	58.2		19/07/2007	10530		19/07/2007	44.79		19/07/2007	17500		19/07/2007
26	18/07/2007	228.51		18/07/2007	58		18/07/2007	10500		18/07/2007	45.3		18/07/2007	17499		18/07/2007
27	17/07/2007	228.5		17/07/2007	58		17/07/2007	10500		17/07/2007	45		17/07/2007	17505		17/07/2007
28	16/07/2007	228.51		16/07/2007	57.71		16/07/2007	10326		16/07/2007	44.77		16/07/2007	17538		16/07/2007
29	15/07/2007	228.51		15/07/2007	57.71		15/07/2007	10326		15/07/2007	44.77		15/07/2007	17538		15/07/2007
30	14/07/2007	228.51		14/07/2007	57.71		14/07/2007	10326		14/07/2007	44.77		14/07/2007	17538		14/07/2007
31	13/07/2007	228.51		13/07/2007	57.71		13/07/2007	10326		13/07/2007	44.77		13/07/2007	17538		13/07/2007
32	12/07/2007	228.1		12/07/2007	57.75		12/07/2007	10199		12/07/2007	45.25		12/07/2007	17575		12/07/2007

Figura 3.1. Base obtenida de Bloomberg gracias a la Empresa Cruz del Sur.

Empresas de la Base

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	AGUAS/A CC Equity	ALMEN CC Equity	EANTAR CC Equity	ECHILE CC Equity	BCI CC Equity	BSAN CC Equity	COLO/B CC Equity	ICAMPOS CC Equity	CCAP CC Equity	CENCOSUD CC Equity	CCU CC Equity	CTCA CC Equity	VAPORES C CC Equity	COLBUN CC Equity	CCORP	
1	10/08/2007	225.6	54.62	10050	41.02	16801	22.54	308	75.1	12630	2026.9	3678.3	1149.9	1220	112.8	
3	09/08/2007	225.6	55.49	10100	41.7	16900	22.76	310	75.5	12648	2050	3730	1143	1234.9	113.57	
4	08/08/2007	228.5	56.2	10250	41.91	16939	23.33	315	76.99	12559	2115	3810	1179.8	1214.6	114	
5	07/08/2007	227.64	55.9	10200	42	16800	23.44	319.1	77	12469	2068.3	3660.5	1160	1170.2	113.01	
6	06/08/2007	227	55.51	10300	42	16800	23.51	320	79.9	12502	2069.8	3630.5	1145	1176.3	110.72	
7	05/08/2007	230.2	56	10442	42.36	16937	23.87	323.94	80.5	12779	2086	3800	1189.6	1189.4	111	
8	04/08/2007	230.2	56	10442	42.36	16937	23.87	323.94	80.5	12779	2086	3800	1189.6	1189.4	111	
9	03/08/2007	230.2	56	10442	42.36	16937	23.87	323.94	80.5	12779	2086	3800	1189.6	1189.4	111	
10	02/08/2007	230	56.5	10600	42.9	17000	24.42	315	80.5	12935	2099.8	3820	1180	1177	109.61	
11	01/08/2007	230	57	10599	43	17000	23.89	315	80	12606	2114.5	3840	1210	1129.4	111.15	
12	31/07/2007	230	57.7	10600	43	17050	24.15	317	80	12600	2130	3861.3	1214.6	1115	113.89	
13	30/07/2007	229	56.5	10600	43.5	17101	24.1	317	80	12655	2131.1	3749.2	1190	1100	113	
14	29/07/2007	225	55.17	10400	43.35	16905	24.03	318	77.5	12800	2092.1	3650	1141.4	1083.4	111.99	
15	28/07/2007	225	55.17	10400	43.35	16905	24.03	318	77.5	12800	2092.1	3650	1141.4	1083.4	111.99	
16	27/07/2007	225	55.17	10400	43.35	16905	24.03	318	77.5	12800	2092.1	3650	1141.4	1083.4	111.99	
17	26/07/2007	225	55.53	10200	44	16809	24.24	317.99	75	12699	2090	3597.8	1140.3	1080.4	111	
18	25/07/2007	227.5	57	10500	44.8	17250	24.4	320	74.5	13438	2138.6	3640	1181	1115	112.11	
19	24/07/2007	226.1	57	10475	45.19	17250	24.6	315	77	13781	2160	3620.1	1229	1114.9	114.26	
20	23/07/2007	232	57.85	10450	45.21	17350	24.94	319	78.99	13130	2179.7	3620	1260	1120.1	115.88	
21	22/07/2007	231	57.01	10451	45	17350	24.41	320	79	12594	2160	3560	1249	1127.1	113.5	
22	21/07/2007	231	57.01	10451	45	17350	24.41	320	79	12594	2160	3560	1249	1127.1	113.5	
23	20/07/2007	231	57.01	10451	45	17350	24.41	320	79	12594	2160	3560	1249	1127.1	113.5	
24	19/07/2007	231	58.2	10530	44.79	17500	24.31	325	79.5	11900	2163.5	3575	1268.1	1130	115	
25	18/07/2007	228.51	58	10500	45.3	17499	24.33	322	79	11960	2174.5	3600	1271	1140.2	114.08	
26	17/07/2007	228.5	58	10500	45	17505	24.31	325	79	12101	2143.8	3600	1260.9	1157.5	110.71	
27	16/07/2007	228.51	57.71	10326	44.77	17538	24.35	325	79.99	12100	2157.7	3600	1237	1167.8	110.46	
28	15/07/2007	228.51	57.71	10326	44.77	17538	24.35	325	79.99	12100	2157.7	3600	1237	1167.8	110.46	
29	14/07/2007	228.51	57.71	10326	44.77	17538	24.35	325	79.99	12100	2157.7	3600	1237	1167.8	110.46	
30	13/07/2007	228.51	57.71	10326	44.77	17538	24.35	325	79.99	12100	2157.7	3600	1237	1167.8	110.46	
31	12/07/2007	228.1	57.75	10199	45.25	17575	24.4	330	79	11725	2172.2	3612.4	1231	1160.1	112.33	
32	11/07/2007	228	58	9900	45.72	17535	24.5	332.99	78	11760	2179.2	3660	1240	1161.8	111.68	

Fecha actual de la base

Figura 3.2. Base de datos modificada en este caso se guardan 2 matrices una que contiene las fechas de la base así como los nombres de las empresas y en la otra guarda solo los precios de la empresas, lo cual facilita los cálculos matriciales.

3.3.2 Ejecución de la Interfaz

A continuación se muestra el funcionamiento de la “Interfaz” de una forma general para la optimización de CVar con la generación de Escenarios.

En la figura 3.3 se muestra en la ventana inicial MATLAB R2007, por default MATLAB trabaja en “\Mis documentos\MATLAB” pero uno puede especificar la ubicación del archivo donde se encuentra el programa.

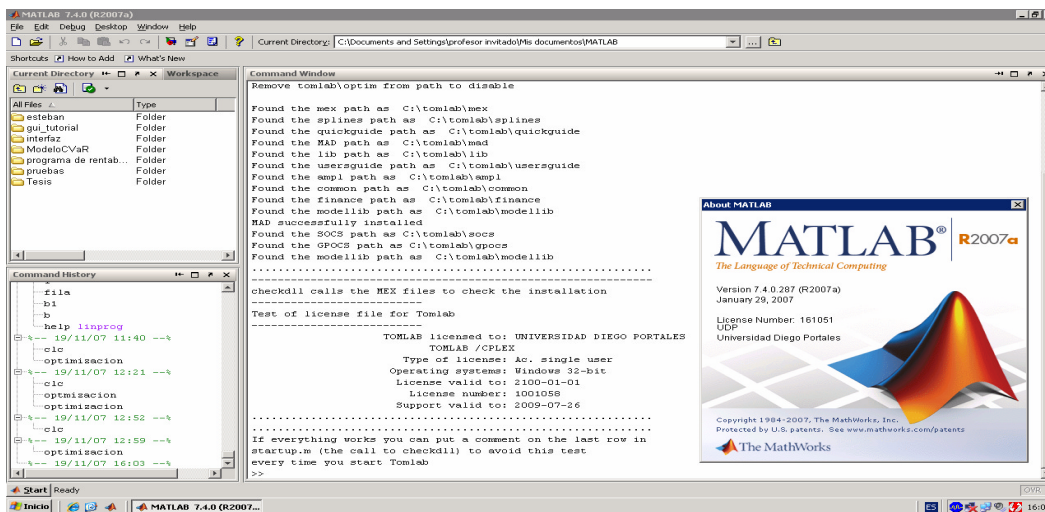


Figura 3.3. Ventana inicial de MATLAB R2007a.

Una vez establecida la dirección donde se encuentra la ubicación donde está el programa se procede a escribir el nombre la función principal para este caso se llama “optimizacion” y de esta manera de ejecuta la interfaz como se muestra en la figura 3.4.

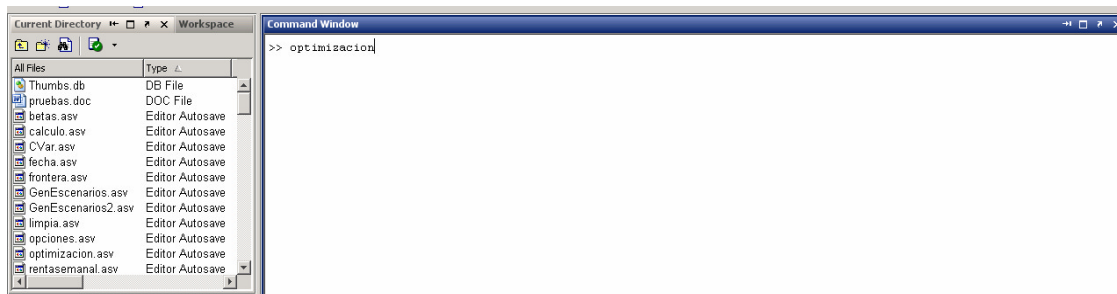


Figura 3.4. Comando para entrar al sistema llamado “optimizacion”.

En la figura 3.5 se muestra la ventana principal que muestra una bienvenida, el nombre de la universidad donde fue realizado el programa, el objetivo del programa así como sus autores, también se muestran los botones principales en la parte superior izquierda.



Figura 3.5. Pantalla principal del programa de optimización

Como se mencionó anteriormente se cuenta con ventanas de ayuda en caso de tener alguna duda sobre el uso del programa, si es así el caso damos click en el botón "help" y nos aparecerá un ventana automáticamente que explica el funcionamiento de la ventana activa como se ve en la figura 3.6.

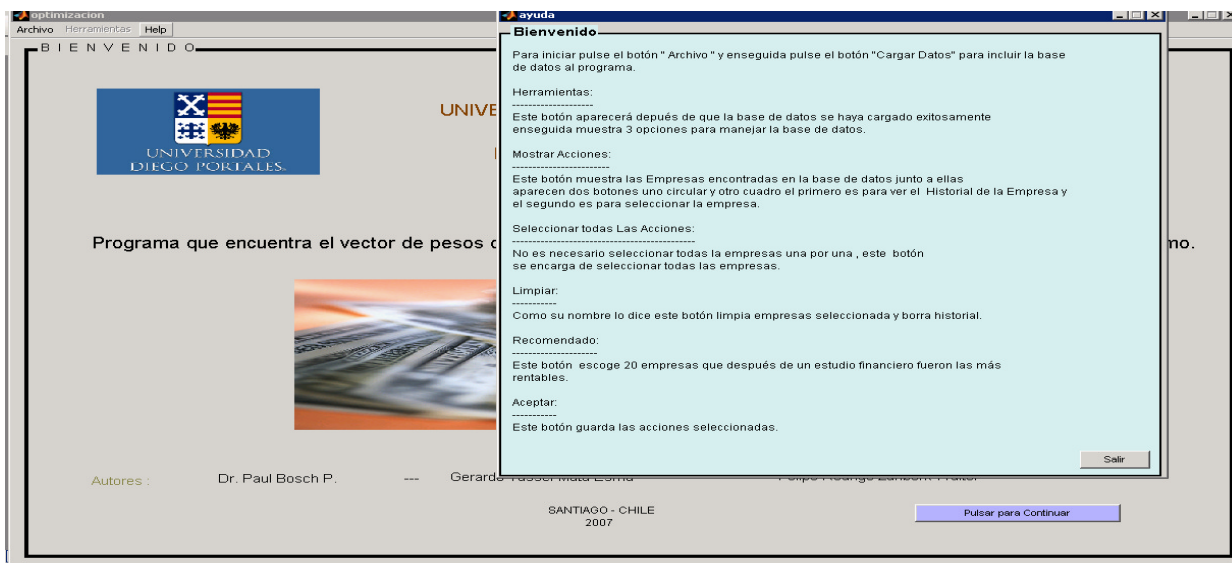


Figura 3.6. Despliegue de la ventana de ayuda indicando al usuario las tareas que puede realizar.

Para iniciar damos click en el botón “Archivo” y enseguida volvemos a dar click en el botón “Cargar Datos Chilenos” o “Cargar Datos Mexicanos” como se muestra en la figura 3.7, es importante remarcar que el archivo de la base de datos debe estar en la misma carpeta donde se encuentra el programa.



Figura 3.7. Ventana que muestra que tipo de base de datos desea usar el usuario.

Una vez cargada la base de datos se activa el botón “Herramientas” que a su vez activa el botón de “Ver Acciones” en este damos click para poder ver las empresas que están en la base de datos como se aprecia en la figura 3.8, 3.9.

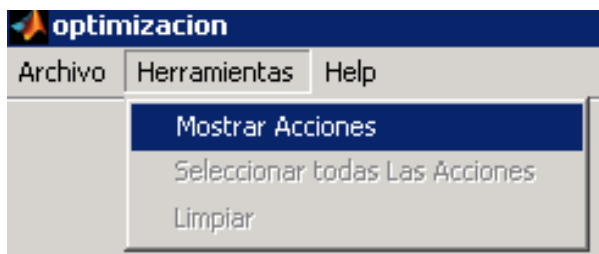


Figura 3.8. Botón “Mostrar Acciones” despliega las acciones de la base de datos.



Figura 3.9. Nombre de las acciones de la base de datos según lo escogido por el usuario.

En la figura 3.10 se muestra que una vez pulsado el botón “Mostrar Acciones” se activan los botones “Seleccionar todas Las Acciones” y “Limpiar”, el primero como su nombre lo indica selecciona todas las empresas mostradas en pantalla y el segundo borra las acciones seleccionadas.

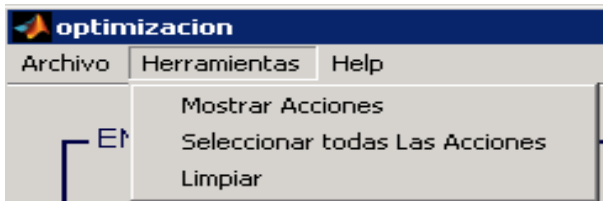


Figura 3.10. En esta ventana se muestran las opciones que puede realizar el usuario.

En la figura 3.11 donde se muestran las empresas aparecen 2 botones el primero “recomendado” selecciona las 20 empresas más rentables y el segundo “Aceptar” que guarda las empresas seleccionadas por el usuario o las recomendadas.

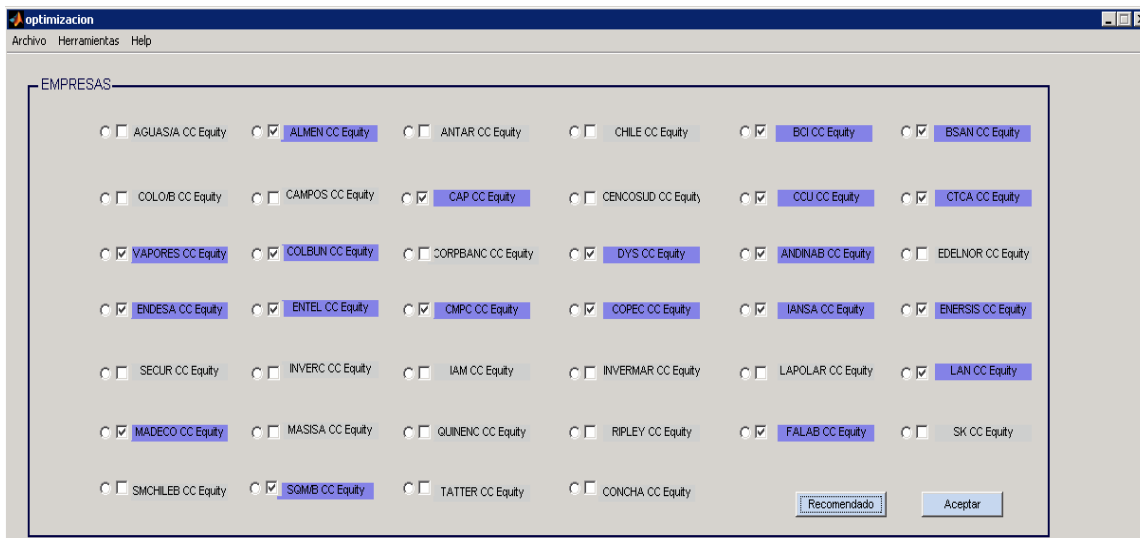


Figura 3.11. Las empresas seleccionadas aparecen marcadas de otro color para distinguirse de las demás.

Junto a cada empresa aparece un cuadro que en el momento de darle click selecciona la empresa y un círculo que muestra el historial de la empresa desde 1994 hasta 2007 como se observa en la figura 3.12.

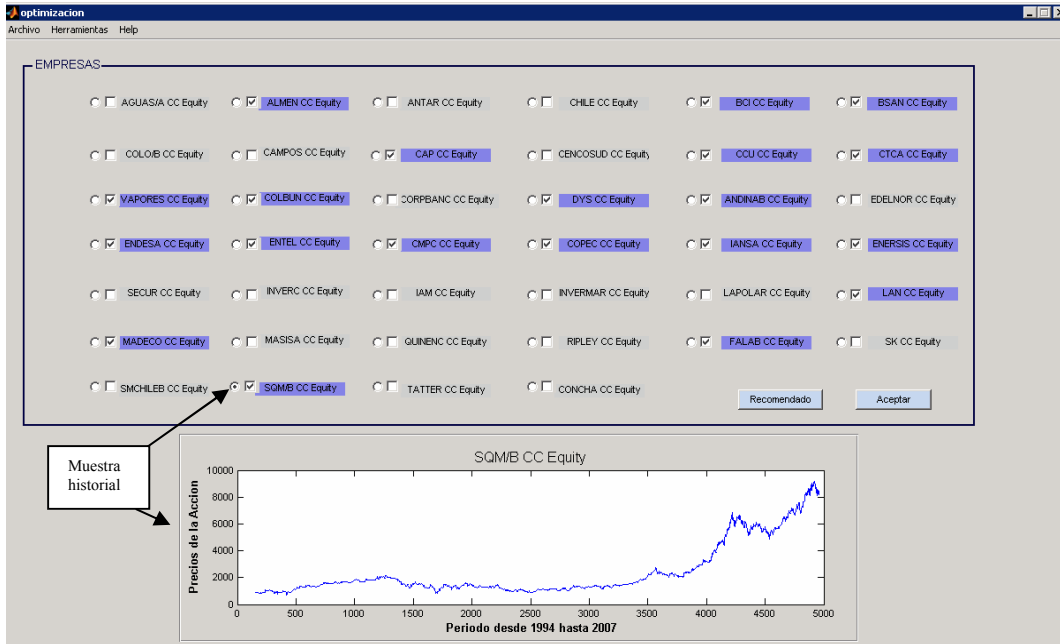


Figura 3.12. Historial graficado de la empresa seleccionada para tener una mejor referencia.

Una vez escogido las empresas que se desean, damos click en el botón “Aceptar” y enseguida nos aparece una nueva ventana que nos pide desde que periodo se desea trabajar con las empresas seleccionadas en nuestro caso se escogió 22 de mayo de 1997 para las empresas recomendadas ya que como se explicó anteriormente la empresas coinciden en esta fecha para el inicio de sus transacciones, esto se aprecia en la figura 3.13 .

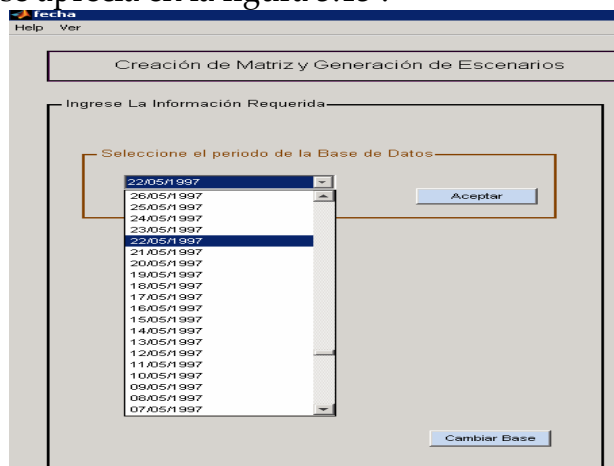


Figura 3.13. Selección de fecha como punto de partida.

En la figura 3.14 muestra que una vez escogida la fecha para las empresas seleccionadas se solicita que indique el día actual de la base de datos, es importante especificar este dato no puede ser fijo, debido a que si el usuario cambia la base de datos este dato ya no serviría para la depuración de la base de datos, es por eso que es necesario este dato así mismo el programa le indica al usuario cual es la fecha actual de la base de datos y si así lo desea puede consultar el calendario que se encuentra ubicado en la parte superior izquierda de la ventana en el botón “Ver” de esta manera se puede ubicar el día actual de la base de datos.

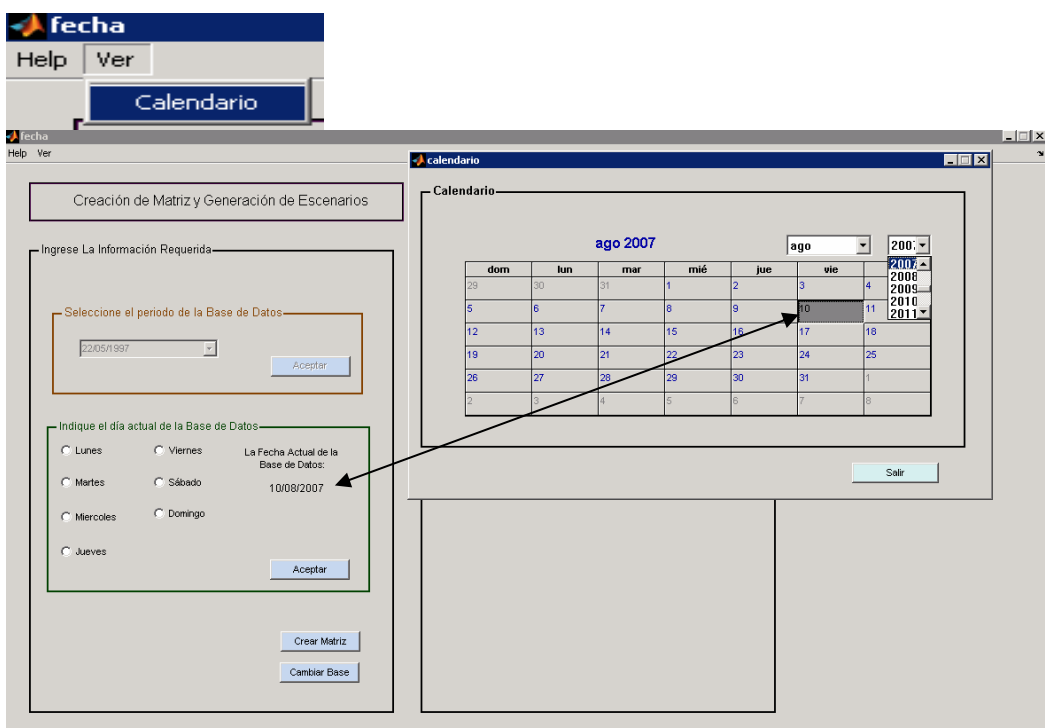


Figura 3.14. Calendario para encontrar la fecha actual de la base de datos.

Enseguida seleccionamos el día de la fecha actual de la base de datos como se muestra en la figura 3.15 y luego pulsamos el botón “Crear Matriz”.

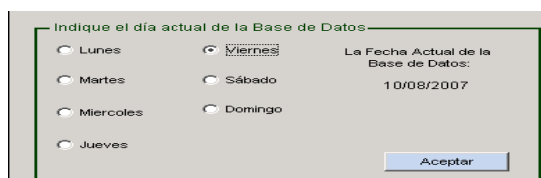


Figura 3.15. Selección del día de la fecha de actual de la base de datos.

Enseguida el programa verifica desde el día actual de la base hasta la fecha indicada si contiene precios para todas las empresas seleccionadas entonces aparecerá una ventana indicando que se logro crear la matriz (figura 3.16) de lo contrario aparece otra ventana indicando que no existen precios desde la fecha indicada por lo que sugiere escoger una fecha más cercana a la actual de la base de datos (figura 3.17) y se activa la casilla de fecha para escoger un nuevo periodo.

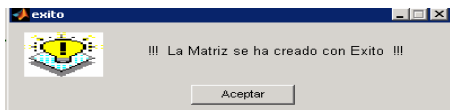


Figura 3.16. Ventana de éxito.

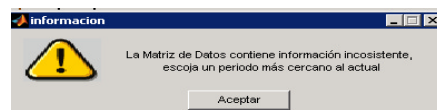


Figura 3.17. Ventana Advertencia.

Después si la matriz fue creada correctamente se procede a la generación de escenario comenzando por pedir al usuario que método desea utilizar, para nuestro caso de estudio se utilizo el método sin reactualización como se muestra en la figura 3.18.

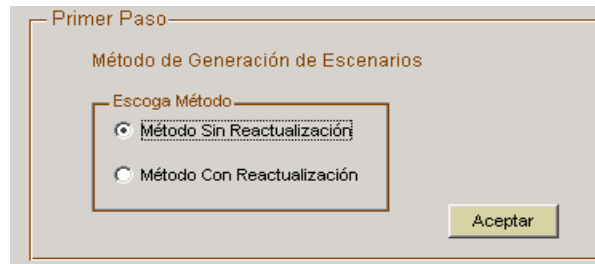


Figura 3.18. Selección del método de generación de escenarios.

Después de escoger el método se prosigue al segundo paso que es escoger con que matriz se desea trabajar para este caso seleccionamos la matriz de rentabilidad semanal como se muestra en la figura 3.19.

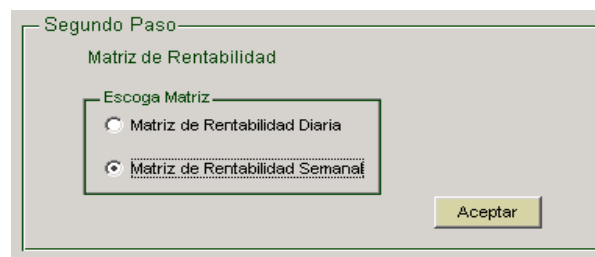


Figura 3.19. Selección de la Matriz de Rentabilidad.

Finalmente en el tercer paso se proporciona el horizonte de inversión y el número de escenarios que se desean generar como en la figura 3.20.

Tercer Paso
 Generación de Escenarios
 Introduzca los siguientes parámetros
 Horizonte de Inversión : 12 Semanas
 Cantidad de Escenarios : 2000
 Opciones Avanzadas Aceptar

Figura 3.20. Entrada de datos para el horizonte de inversión y cantidad de escenarios.

En este momento tenemos 2 opciones, escoger el botón “opciones avanzadas” para trabajar con las betas de las empresas seleccionadas y calcular el CAPM y desde este punto calcular CVaR y su frontera de Eficiencia, y la segunda opción es dar click en el botón “Aceptar” para trabajar con los datos históricos de las empresas seleccionadas y así calcular el CVaR y su frontera de Eficiencia, para continuar con la explicación de la interfaz la dividiremos en dos casos, ya que los resultados varían dependiendo de la opción que se desea usar.

CASO A) Uso de las betas para calcular el CAPM.

Al pulsar el botón “opciones avanzadas” aparece una ventana donde pide al usuario que ingrese los valores para RF y RM esto se puede hacer también con el botón “Recomendado” que coloca los valores que recomendados para estas variables como se muestra en la figura 3.21.

opciones
 Proporcione los siguientes Datos
 Parámetros para el cálculo de CAPM
 Rf : 0.0616
 Rm : 0.1214
 Recomendado
 Ingresa Betas
 Cancelar
 Aceptar

Figura 3.21. Parámetros para el cálculo de “CAPM”.

Una vez ingresado los valores se activa el botón “Ingresa Betas” que al momento de pulsarlo aparece una ventana con las empresas seleccionadas y con un recuadro a lado para ingresar las betas, si en la pantalla inicial seleccionó las empresas recomendadas puede usar el botón “Recomendado” para que ingrese las betas para cada una de las empresas, esto se aprecia en la figura 3.22.

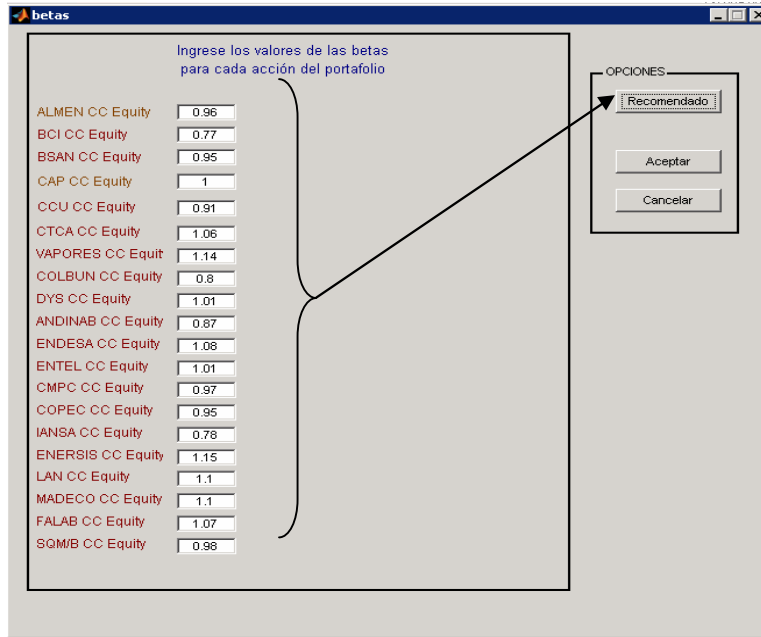


Figura 3.22 Valores de las betas para cada acción del portafolio.

Finalmente presionamos “Aceptar” en la ventana de las betas y en la ventana de opciones y se activará el botón “Calcular Matriz” (figura 3.23), si la matriz fue creada correctamente aparece una nueva ventana (figura 3.24) indicando que la matriz de precios finales fue creado con éxito esto es para pasar enseguida al cálculo de CVaR.

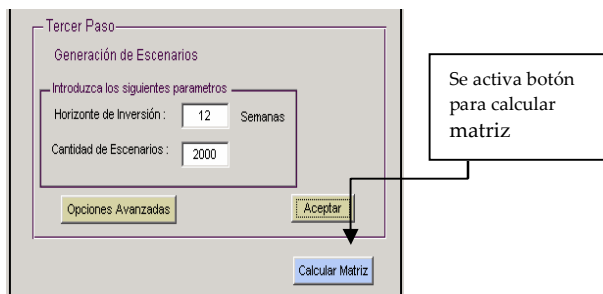


Figura 3.23. Cálculo de la matriz de precios.

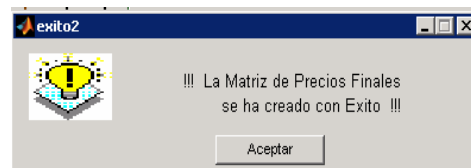


Figura 3.24. Ventana de éxito.

Ahora estamos en la ventana para optimizar CVaR y obtener el VaR asociado al portafolio seleccionado, la cual pide al usuario proporcionar los parámetros para las variables alfa, chi, máximo nivel de inversión por acción y retorno mínimo, si así lo desea el usuario puede usar los valores que proporciona el botón "Datos Recomendados" como se muestra en la figura 3.25.

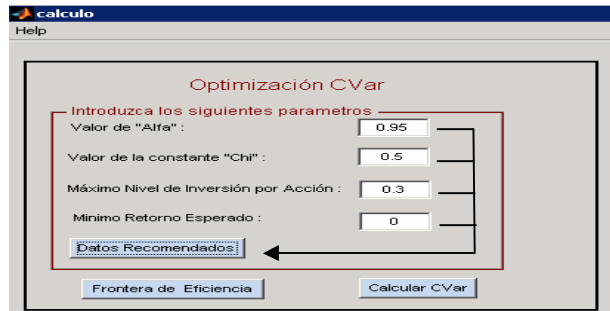


Figura 3.25. Optimización CVaR

Después pulsamos el botón "Calcular CVaR" y verifica si el retorno mínimo no excede el retorno máximo que se calcula con el parámetro "Máximo Nivel de Inversión por Acción" si llegara a suceder este caso entonces se lanza una ventana (figura 3.26) indicando el problema y solicitando nuevamente los parámetros de entrada de lo contrario muestra en pantalla la empresas seleccionadas con 2 columnas, una muestra los pesos a invertir en cada empresa y la otra columna muestra su pronóstico de Rentabilidad, también notamos que aparece el Riesgo (VaR) de color azul y el Retorno Esperado de color rojo como se muestra en la figura 3.27.

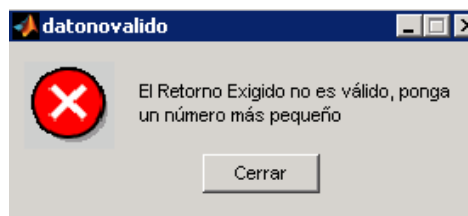


Figura 3.26. Error de retorno no válido.

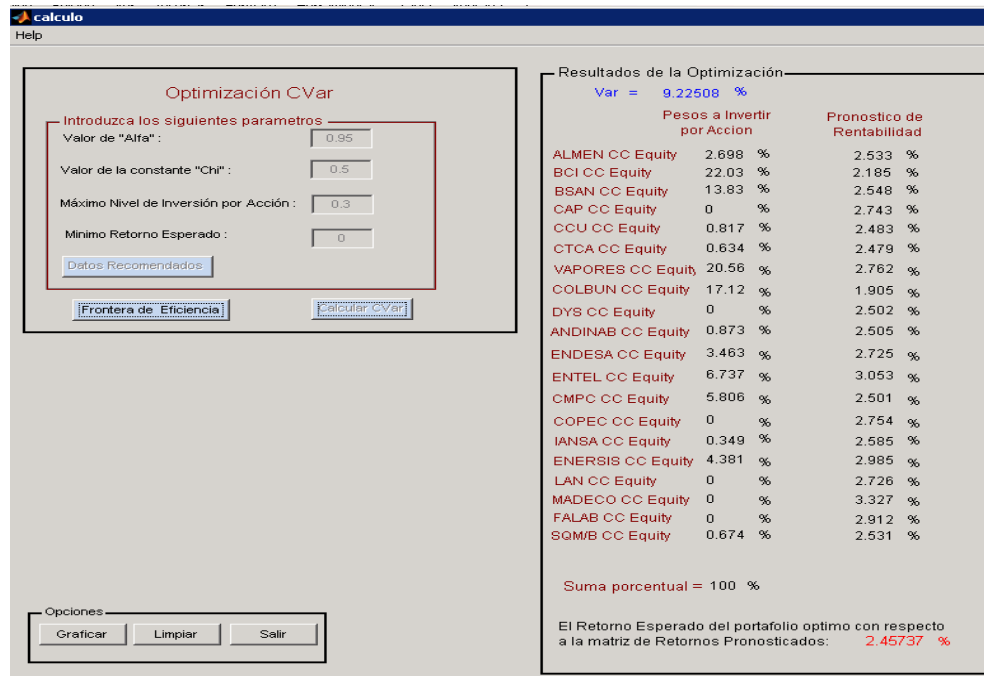


Figura 3.27. Tabla de Resultados de la optimización del CVaR.

Si el usuario pulsa el botón "Graficar" aparece una gráfica 3D de un pie indicando el porcentaje a invertir en cada activo del portafolio seleccionado, esto se muestra en la figura 3.28.

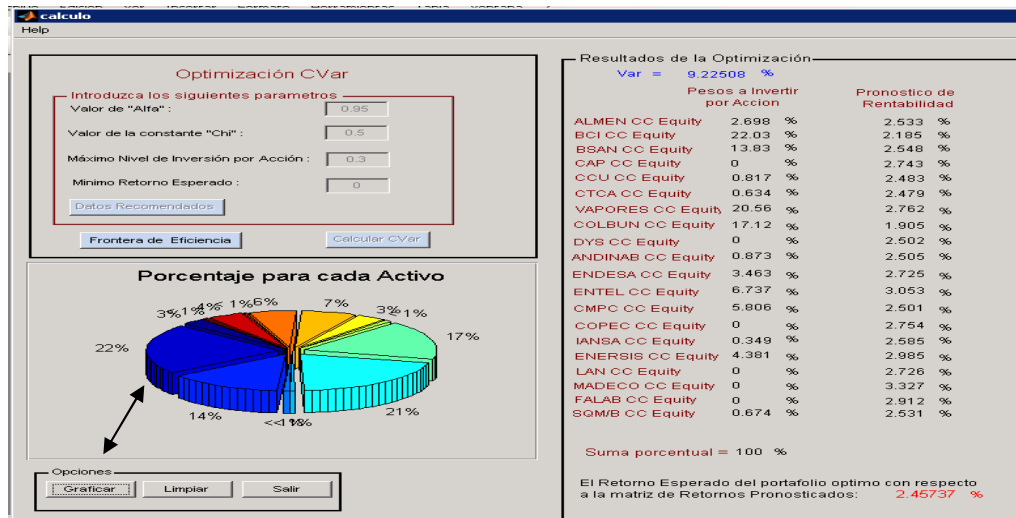


Figura 3.28. Gráfica del porcentaje de inversión para cada acción.

Si se pulsa el botón “Frontera de Eficiencia” aparece una nueva ventana que pide al usuario que ingrese los valores para alfa, chi y diversificación, del mismo modo podemos usar el botón “Recomendados” para simplificar el ingreso de los datos como se nota en la figura 3.29.

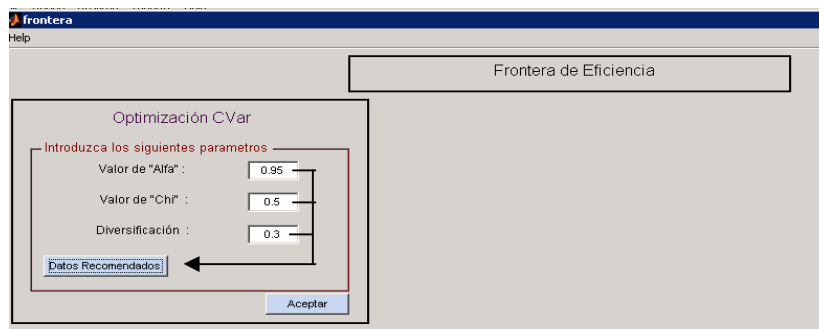


Figura 3.29. Parámetros para el cálculo de la frontera de eficiencia.

Enseguida presionamos “Aceptar” y se calculará el rango mínimo y máximo para el retorno y aparece una casilla indicando que ingrese el número de portafolios a graficar, el botón “Recomendado” coloca por default 5 portafolios como se muestra en la figura 3.30.

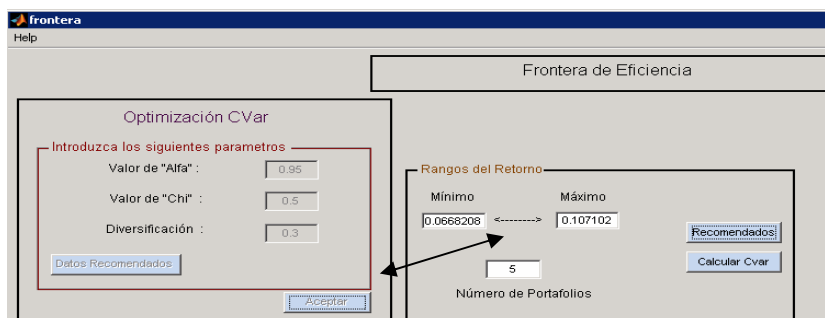


Figura 3.30. Cálculo del CVaR dentro de los rangos del retorno.

Posteriormente pulsamos “Calcular CVar” para que se obtenga los pesos a invertir, el Var y Retorno de cada portafolio, una vez calculados estos datos se activa el botón “Graficar” como se muestra en la figura 3.31.

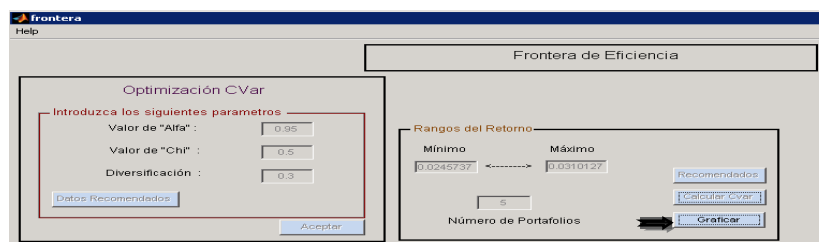


Figura 3.31. Al terminar la optimización se habilita el botón “Graficar”.

En la figura 3.32 se puede apreciar que al momento de pulsar el botón “Graficar” se despliega la frontera de eficiencia con el número de portafolios solicitados y a la derecha se encuentra habilitado una casilla que enumera los portafolios de la gráfica.

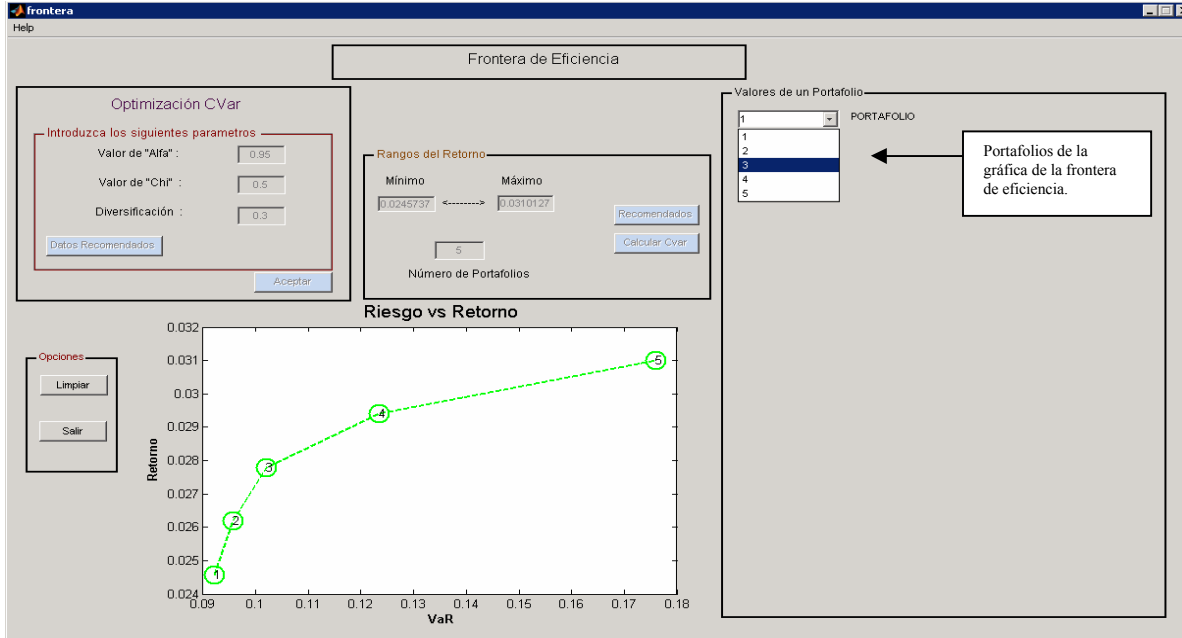


Figura 3.32. Gráfica de la frontera de eficiencia.

En la figura 3.33 se muestra el portafolio 1 seleccionado de la casilla, mostrando las empresas con su vector de pesos a invertir su Riesgo y Retorno.

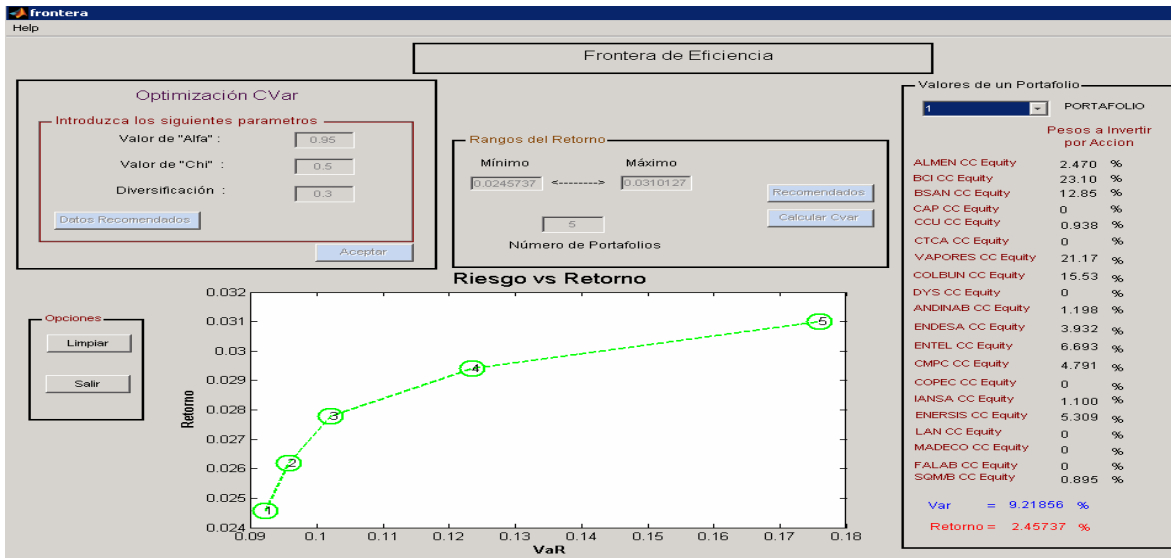


Figura 3.33. Acciones del portafolio 1 de la frontera de eficiencia.

En la figura 3.34 se muestran los portafolios restantes.

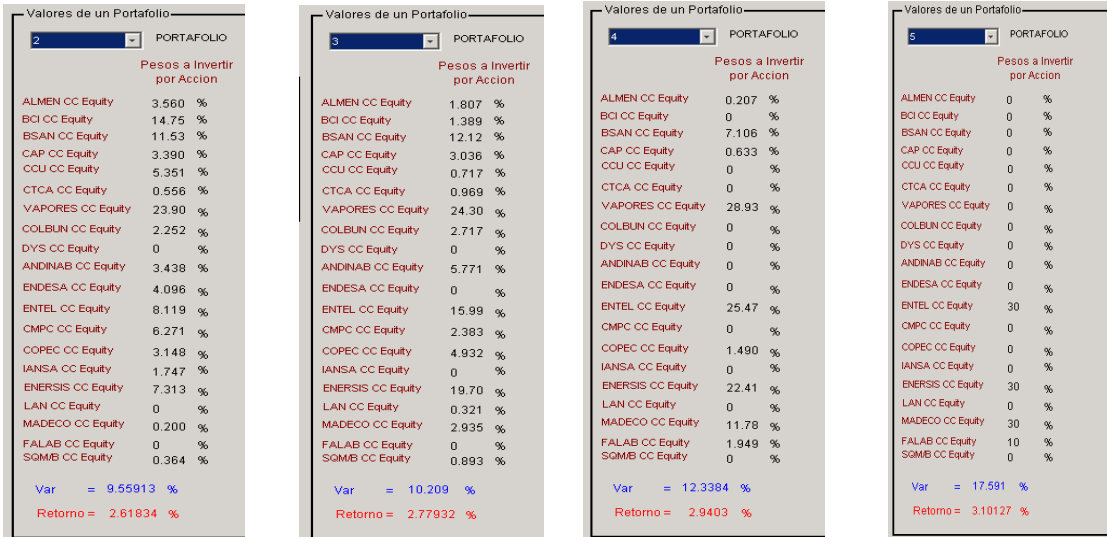


Figura 3.34. Acciones de los portafolios 2,3,4,5 calculados en la frontera de eficiencia respectivamente.

Ahora veamos en la figura 3.35 que se muestra la frontera de eficiencia para 12 portafolios así mismo cada portafolio contiene su vector de pesos a invertir seguido de su VaR y Riesgo.

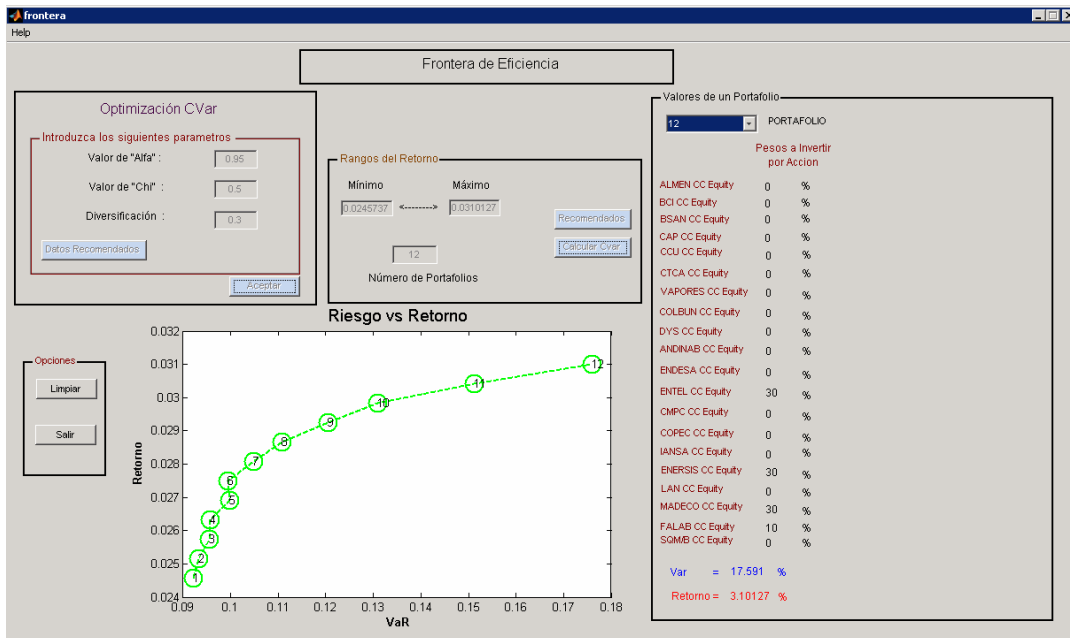


Figura 3.35. Ejemplo de una frontera de eficiencia con más portafolios.

CASO B) Uso de los datos históricos de las empresas seleccionadas.

Ahora pasemos a ver el caso "B" que es cuando el usuario desea trabajar con el historial de las empresas seleccionadas y no el CAPM, el proceso es similar al explicado anteriormente por lo que se muestran los datos resultados obtenidos al calcular el CVaR junto con su frontera de Eficiencia. En la figura 3.36, como se observa el procedimiento es el mismo para el cálculo del CVaR, de esta forma se muestra las empresas seleccionadas con su vector de pesos a invertir su pronóstico de rentabilidad su VaR y Retorno.

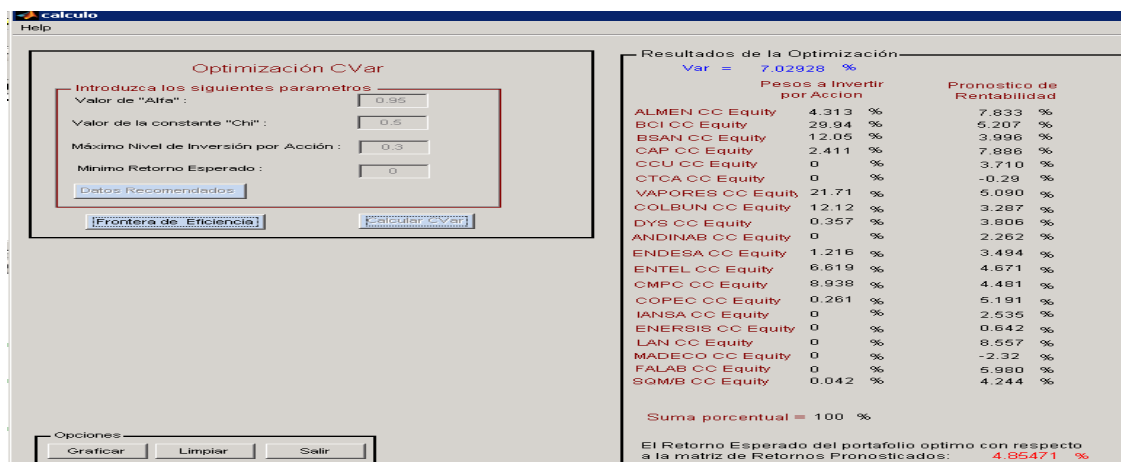


Figura 3.36. Optimización del CVaR para el caso de "CAPM".

En la figura 3.37, se muestra la Frontera de eficiencia con las mismas empresas seleccionadas pero calculada a partir de los datos históricos.

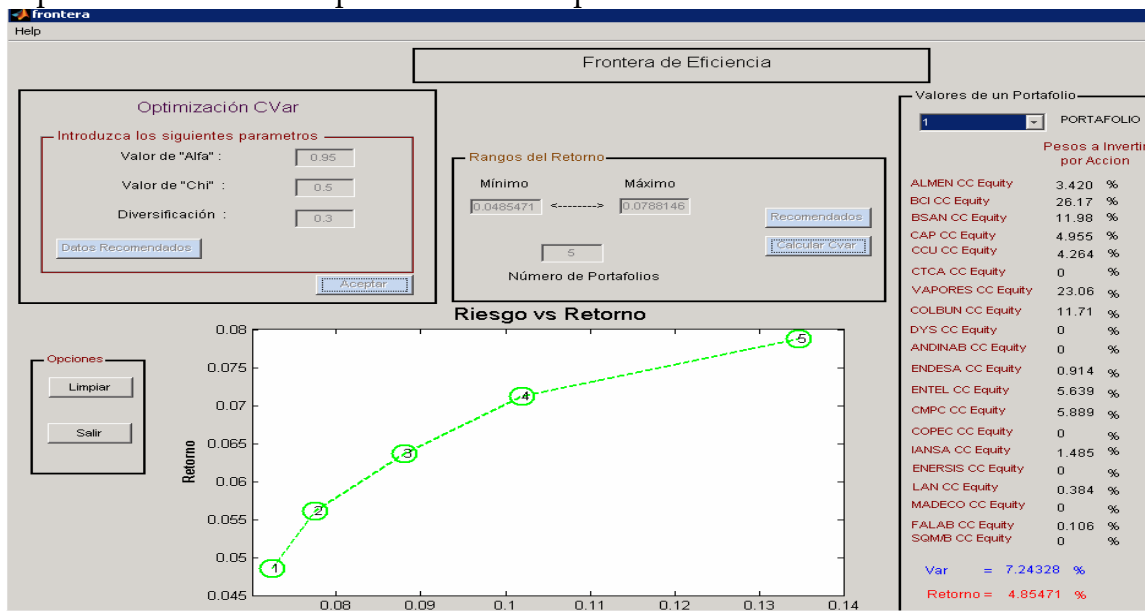


Figura 3.37. Frontera de Eficiencia con datos "CAPM".

En la figura 3.38 se muestran los portafolios restantes de la frontera de Eficiencia mostrada en la figura 3.39.

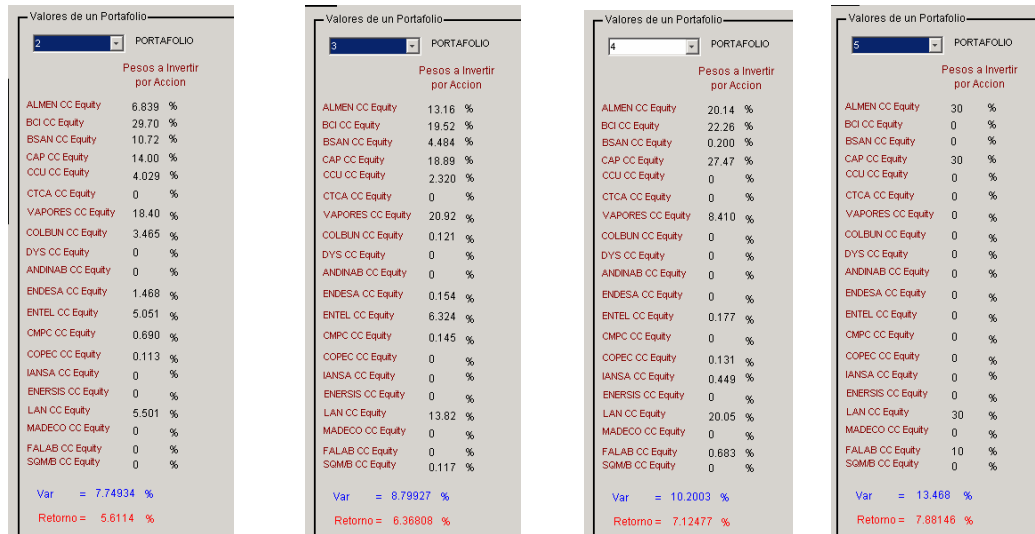


Figura 3.38. Acciones de los portafolios 2,3,4,5 calculados en la frontera de eficiencia con datos "CAPM".

En la figura 3.39 se observa un ejemplo de frontera de Eficiencia donde se calcula con 12 portafolios y datos históricos.

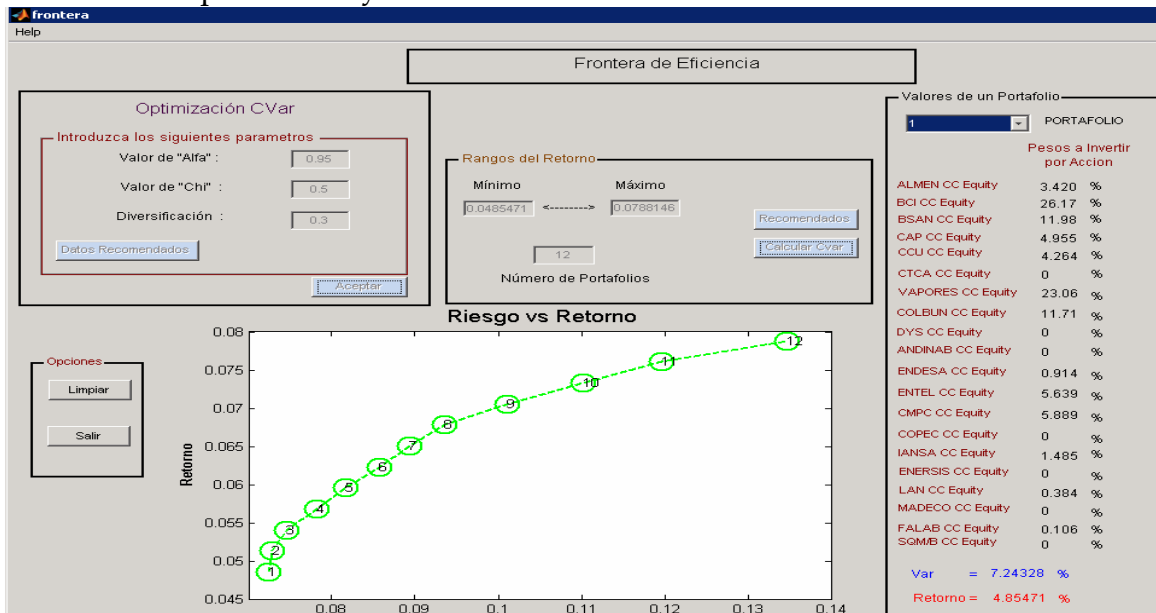


Figura 3.39. Ejemplo de frontera de eficiencia con mayor número de portafolios a partir de los datos "CAPM".

CAPÍTULO IV

RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1 Resultados para Empresas Chilenas

En esta parte del capítulo se mostrarán los resultados obtenidos por medio del programa de optimización.

Como primer paso, sólo se considerarán las variables relacionadas con la cantidad de escenarios a modelar (J), el nivel de confianza (α), que define el α -VaR y la proporción de escenarios de la cola que serán excluidos en cada iteración (ξ) obteniendo el comportamiento del VaR en el portafolio seleccionado bajo restricciones de diversificación de un 30% y la no exigencia sobre los retornos, este cálculo se realizará de forma análoga para los dos casos de generación de escenarios; media histórica y la calculada mediante Capm.

Para los casos antes descritos, se toman los siguientes valores:

$$J = 5000 \quad \alpha = 0.95 \quad \xi = 0.5$$

En la figura 4.1 se aprecia que bajo las mismas condiciones, la generación de escenarios, el retorno es más optimista cuando se usa la media histórica en vez de la media Capm, este fenómeno era de esperarse ya que la muestra de los activos que se tomó para el análisis, contempla sólo los 10 últimos años (1997-2007), que es justamente fue el período en donde el mercado bursátil subió más de lo esperado, por lo que deberíamos tomar en cuenta los resultados del algoritmo usando la media obtenida por el Capm, ya que son datos más conservadores.

t (semanas)	Con media histórica								
	4	8	12	16	20	24	28	32	36
Retorno	1,53%	3,14%	4,77%	6,51%	8,45%	10,56%	12,17%	14,63%	16,55%
VaR	5,49%	6,86%	7,77%	8,01%	7,39%	7,72%	7,91%	7,30%	6,93%
Acciones	Vector X de pesos a invertir								
ALMEN	2,26%	3,20%	2,76%	2,85%	6,45%	5,61%	3,77%	6,41%	6,83%
ANDINAB	0,00%	0,23%	0,00%	0,00%	0,58%	0,00%	0,01%	0,02%	0,00%
BCI	24,37%	29,45%	26,58%	29,84%	27,81%	28,23%	29,03%	29,61%	28,44%
BSAN	15,33%	10,20%	13,58%	15,93%	14,29%	15,79%	16,99%	10,29%	12,28%
CAP	0,62%	4,68%	7,10%	5,05%	8,55%	6,91%	5,60%	6,74%	7,52%
CCU	1,65%	5,09%	1,59%	1,91%	1,59%	4,06%	2,09%	2,06%	2,31%
CMPC	7,63%	3,44%	6,63%	2,53%	3,38%	1,34%	4,35%	2,40%	9,47%
COLBUN	15,30%	15,64%	18,43%	16,98%	13,12%	13,93%	13,30%	12,57%	9,70%
COPEC	0,00%	1,09%	1,99%	0,30%	0,12%	0,12%	0,76%	0,00%	0,00%
CTCA	0,72%	0,00%	0,00%	0,00%	0,33%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DYS	0,86%	0,00%	0,20%	0,00%	0,38%	0,00%	0,00%	0,00%	0,05%
ENDESA	0,59%	0,00%	0,00%	0,00%	3,31%	1,26%	0,00%	0,20%	0,51%
ENERSIS	0,15%	0,00%	0,25%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ENTEL	6,36%	7,57%	2,88%	3,20%	0,00%	1,42%	4,09%	3,69%	3,11%
FALAB	0,00%	0,00%	0,00%	0,29%	0,64%	0,00%	0,00%	0,00%	0,28%
IANSA	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,15%	0,00%	0,00%	0,67%
LAN	0,00%	0,38%	0,03%	0,00%	0,51%	0,98%	1,93%	0,18%	2,01%
MADECO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SQM_B	4,05%	3,18%	0,87%	2,23%	2,64%	1,02%	2,72%	8,87%	0,72%
VAPORES	20,11%	15,82%	17,12%	18,88%	16,29%	19,16%	15,36%	16,95%	16,12%
suma	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	Con media Capm								
Retorno	0,94%	1,65%	2,47%	3,43%	4,41%	5,56%	5,89%	7,12%	8,02%
Cvar	4,31%	6,11%	6,88%	7,60%	7,69%	8,21%	8,78%	8,79%	8,98%
Acciones	Vector X de pesos a invertir								
ALMEN	1,50%	4,30%	0,28%	2,96%	2,79%	1,64%	1,76%	2,06%	1,64%
ANDINAB	0,23%	0,00%	0,00%	0,00%	0,95%	0,46%	0,05%	0,32%	0,54%
BCI	19,97%	21,79%	19,77%	22,96%	20,14%	20,79%	21,87%	19,73%	20,55%
BSAN	20,40%	19,37%	19,05%	15,75%	17,59%	16,46%	18,07%	17,16%	17,41%
CAP	0,38%	0,00%	0,00%	0,71%	1,17%	0,02%	1,31%	0,04%	0,86%
CCU	6,29%	3,08%	3,03%	6,09%	6,46%	4,23%	0,91%	5,27%	6,24%
CMPC	5,75%	8,40%	8,07%	4,57%	5,05%	5,55%	4,73%	7,30%	4,38%
COLBUN	14,02%	15,05%	13,68%	14,95%	14,18%	16,64%	20,57%	15,48%	15,02%
COPEC	1,11%	0,02%	0,00%	0,00%	0,19%	0,32%	0,15%	0,09%	0,60%
CTCA	2,07%	0,00%	2,18%	0,92%	3,01%	0,12%	0,00%	0,96%	1,24%
DYS	0,00%	0,00%	0,17%	0,00%	0,00%	0,00%	0,10%	0,01%	0,17%
ENDESA	3,05%	0,00%	0,00%	0,77%	0,06%	0,00%	0,00%	0,57%	1,00%
ENERSIS	0,60%	3,72%	1,10%	5,00%	1,88%	4,50%	3,72%	6,03%	4,37%
ENTEL	5,26%	3,19%	7,74%	3,59%	5,23%	7,58%	5,24%	7,71%	6,09%
FALAB	0,36%	0,00%	0,00%	0,18%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IANSA	0,03%	0,00%	0,93%	0,36%	0,54%	0,00%	0,44%	0,00%	0,46%
LAN	0,00%	0,18%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,05%	0,32%
MADECO	0,00%	0,01%	0,00%	0,15%	0,27%	0,00%	0,00%	0,00%	0,12%
SQM_B	2,02%	3,23%	3,34%	3,01%	0,76%	2,15%	2,01%	0,33%	0,98%
VAPORES	16,95%	17,64%	20,67%	18,04%	19,75%	19,55%	19,06%	16,89%	18,01%
suma	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Figura 4.1 Resultados del Algoritmo Implementado

Fuente: Elaboración propia

Cabe destacar que el algoritmo por si solo ha optado por activos con retornos positivos en desmedro de activos con retornos negativos, lo cual da una idea de la forma en cómo está trabajando.

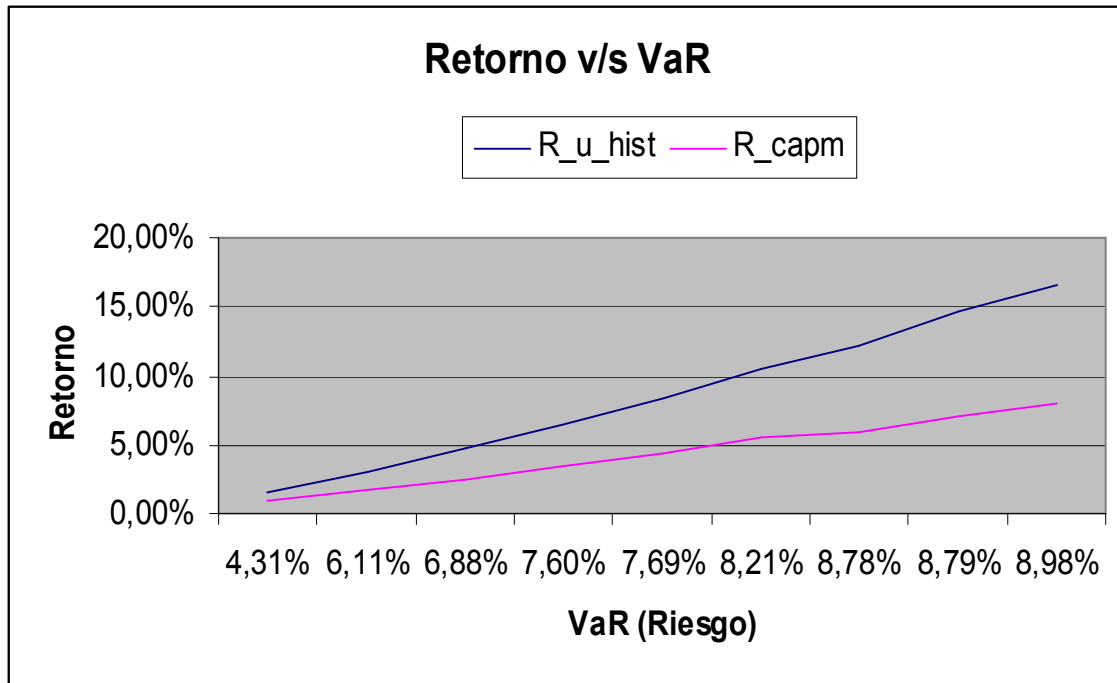


Figura 4.2 Gráfico comparando las dos alternativas de simulación de escenarios
Fuente: Elaboración propia

Analizando la figura 4.2, se muestra aplicado el principio básico de finanzas, el que dice que a mayor retorno mayor riesgo (VaR), el cual se aplica para los dos casos de las medias. Como se mencionó en el párrafo anterior se aprecia que al usar la media histórica, el pronóstico de retorno v/s riesgo es más optimista que el de la media Capm, ya que la segunda es más conservadora.

Siguiendo con los análisis, ahora fijando un horizonte a pronosticar de 24 semanas (6 meses), 5000 escenarios ($J=5000$), intervalo de confianza de un 90 ($\alpha=0.9$) y $\xi = 0.5$ (parámetro fijo del algoritmo, indica que la mitad de la cola se excluye en cada iteración) y cambiando la diversificación (div) y exigiéndole retorno, los resultados son los siguientes:

Horizonte	24 semanas (6 meses)			
Alfa	0,9	0,9	0,9	0,9
Diversificación	0,3	0,3	0,3	1 (Libre)
Exigiendole Retorno	-	5,5%	6,0%	6,0%
Retorno	5,13%	5,50%	Error	6,00%
VaR	8,82%	8,86%	Error	12,41%

Figura 4.3 Datos que entrega el software (Tesis)

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4.3 se vislumbra, que bajo un mismo escenario ($div=0.3$), se permite que el algoritmo “trabaje sólo”, es decir, sin exigirle cierto retorno, éste obtiene un riesgo (VaR) menor que cuando se le exige un retorno del 5.5%.

Ahora exigiéndole al algoritmo que el portafolio de inversión al menos rente un 6% con la misma diversificación de un 30%, éste no encuentra el portafolio óptimo con la rentabilidad pedida, ya que en ese período no hay acciones más rentables, por consiguiente el programa entrega un mensaje de “Error”, “pruebe una rentabilidad menor”.

De esta manera, si dejamos la diversificación igual a 1, es decir, que el algoritmo escoja las acciones más rentables y invierta de forma libre sin restricción de cuando invertir en cada acción y le exigimos al algoritmo que al menos rente un 6%, el riesgo sube de forma categórica al exigirle un mayor retorno, esto claramente debe cumplirse ya que es uno de los principios básicos de finanzas, que a mayor riesgo del portafolio mayor es el retorno esperado.

Ahora analizando otros casos:

Escenarios: 5000 y usando media semanal Capm

Tiempo (semanas)	4			12			20		
Alfa	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99
Div	0,2			0,2			0,2		
Retorno	0,76%	1,05%	1,17%	2,46%	2,48%	2,51%	4,00%	4,03%	4,06%
Riesgo (VaR)	4,64%	5,85%	8,49%	6,88%	9,29%	13,58%	7,96%	11,18%	16,17%

Figura 4.4 Variación del Intervalo de Confianza para tres Períodos de Tiempo
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4.4 se analizó la variación del nivel de confianza (90%, 95% y 99%) para tres períodos de tiempo 4, 12 y 20 semanas respectivamente, con un mismo nivel de diversificación 20% y sin exigirle retorno. Para los tres períodos de tiempo se aprecia, que a menor intervalo de confianza del VaR, menor es el riesgo asociado al portafolio y a medida que se vaya aumentando el nivel de confianza, el riesgo asociado aumentará considerablemente.

Tiempo	8 semanas									
Alfa	0,95									
Diversificación	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1 (libre)
Retorno	1,75%	1,69%	1,68%	1,68%	1,68%	1,69%	1,68%	1,68%	1,68%	1,68%
Riesgo (VaR)	8,12%	7,69%	7,67%	7,66%	7,74%	7,70%	7,62%	7,65%	7,68%	7,70%

Figura 4.5 Variación del Nivel de Diversificación para un Horizonte de Tiempo de 8 Semanas y un Intervalo de Confianza de un 95%.
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4.5 se aprecia que al ir aumentando el nivel de diversificación del algoritmo, el retorno esperado del portafolio y el riesgo asociado a éste son bastante similares, esto ocurre ya que ésta restricción lo que hace es ver cuanto es lo máximo que se puede invertir en cada activo. Por lo general, esta restricción es usada por las Administradoras Generales de Fondos ya que la SVS se los impone bajo la norma N° 148.

Finalmente, para un horizonte de tiempo de 12 semanas (3 meses) y con un nivel de confianza de un 95% y además un nivel de diversificación del portafolio de un 30% se obtienen los siguientes resultados:

Tiempo	12 semanas				
Alfa	0,95				
Diversificación	0,3				
Chi	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Retorno	2,41%	2,40%	2,42%	2,41%	2,41%
Riesgo (VaR)	9,49%	9,55%	9,47%	9,57%	9,56%

Figura 4.6 Variación del ζ en el Algoritmo
Fuente: Elaboración propia.

En la figura 4.6 se observa que, al aumentar el parámetro chi (ξ) en el algoritmo, el retorno esperado del portafolio y el riesgo asociado a éste se mantienen constantes, éstos resultados son los esperados ya que este parámetro está al asociado tiempo que toma al algoritmo en converger en la solución, en otras palabras, la cantidad de iteraciones que tiene que realizar para llegar al óptimo.

4.2 Resultados para Empresas Mexicanas

Hasta ahora hemos presentado los resultados para empresas chilenas, en la siguiente parte mostraremos cuales fueron los resultados para *empresas mexicanas* tomando en cuenta que nuestra base histórica es diferente, es decir en lugar de trabajar con el Capm o la media histórica de 10 años sólo trabajaremos con 3 años como nuestra media histórica.

Como se muestra en la figura 4.7 se seleccionaron 20 acciones cuyo periodo abarca desde el 30 de noviembre del 2004 hasta el 30 de noviembre del 2007.

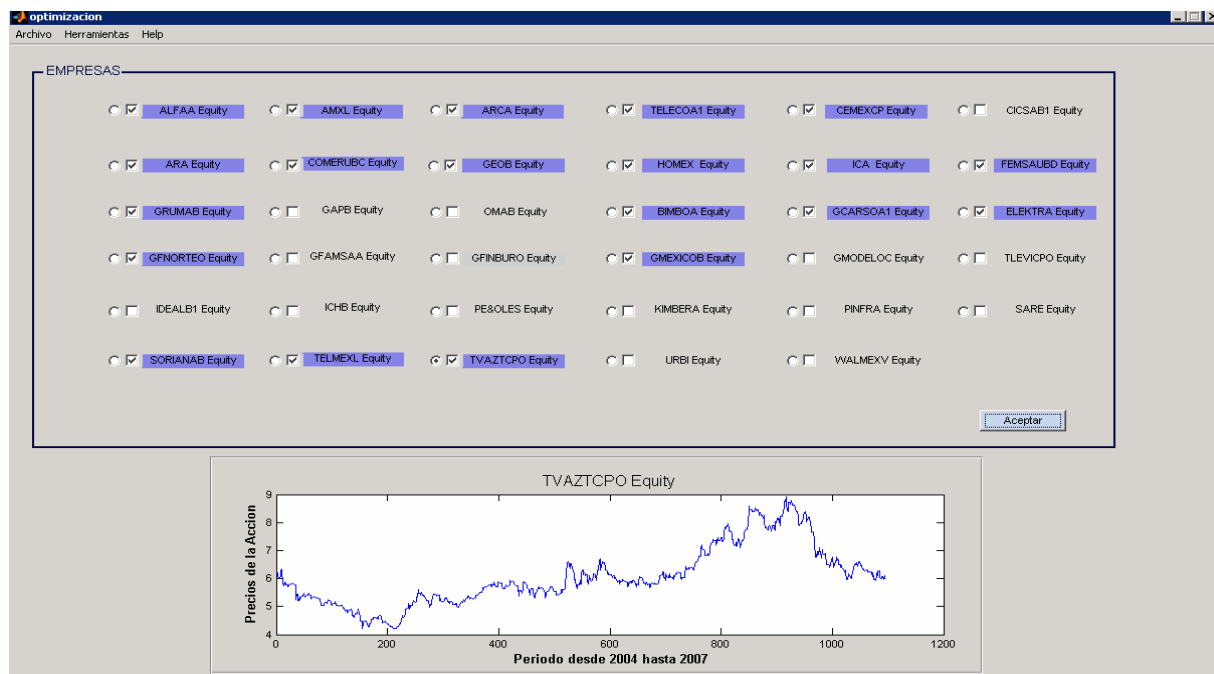


Figura 4.7 Selección de Empresas Mexicanas.

En la figura 4.8 se muestra la selección del periodo de la base de datos que como ya habíamos mencionado antes es desde el 30/11/04 para utilizar todos los datos, también se muestra la selección del método de generación de escenarios, la matriz con la que desea trabajar (rentabilidad diaria o semanal) el horizonte de inversión que en este caso es de 4 semanas (aproximadamente 1 mes) y 5000 escenarios.

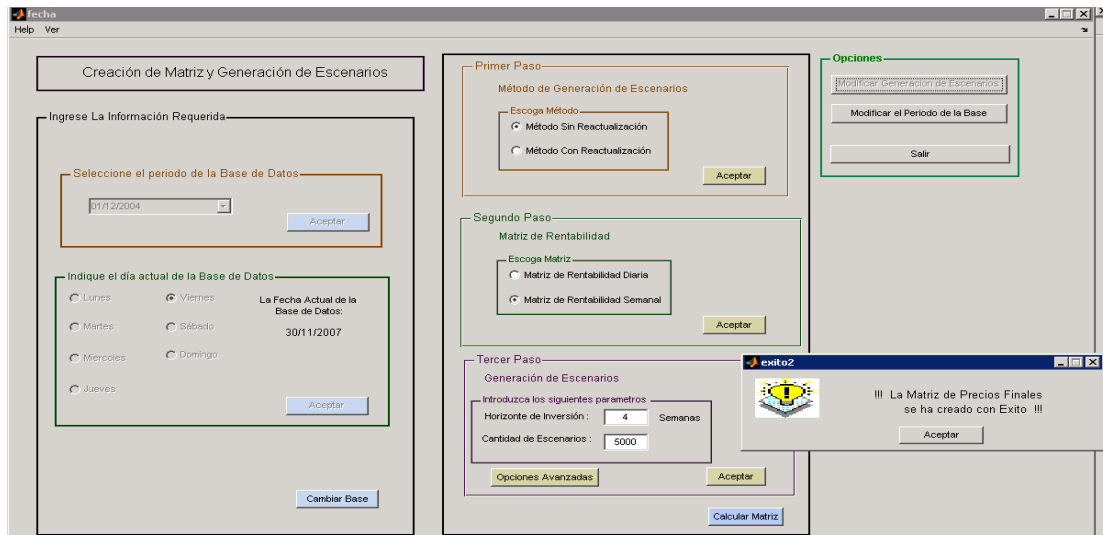


Figura 4.8 Especificación de parámetros para la optimización.

Continuando con los pasos para la optimización descritos en el Capítulo III en la figura 4.9 se especifican los parámetros para la optimización cuyos resultados se muestran en la figura 4.10.

Valor de alfa	0.95
Valor de la constante Chi	0.5
Máximo nivel de inversión	0.3
Mínimo Retorno Esperado	0

Figura 4.9 Parámetros para la optimización.

Semanas	4	8	12	16
Var	4.2107%	4.41845%	4.42947%	13.2464%
Retorno	2.5275%	5.24335%	7.99924%	11.0889%
ALFA	0.239%	0%	0%	0%
AMXL	10.73%	17.31%	17.56%	24.80%
ARCA	30%	29.92%	30%	26.45%
TELECOA1	0%	0%	0%	0%
CEMEXCP	0%	0%	0%	0%
ARA	0%	0%	0%	0%
COMERBUC	3.295%	2.548%	5.278%	0%
GEOB	0%	0%	0%	0%
HOMEX	0.017%	0.756%	0%	0%
ICA	0.0077%	0%	0.899%	0%
FEMSAUBD	1.055%	3.248%	1.998%	5.201%
GRUMAB	2.718%	0.219%	0%	7.756%
BIMBOA	13.98%	13.17%	12.92%	10.76%
GCARSOA1	2.904%	0.997%	0.095%	0%
ELEKTRA	16.75%	19.10%	15.62%	6.374%
GFNORTE	0%	0.043%	0%	0%
GMEXICOB	0.082%	0.776%	0.176%	0%
SORIANAB	11.81%	11.88%	11.00%	14.17%
TELMEXL	6.231%	0%	4.435%	4.473%
TVAZTCPO	0%	0%	0%	0%

Figura 4.10 Resultados experimentales

En la figura 4.11 se muestra la gráfica de la Frontera de eficiencia para 7 portafolios donde su horizonte de inversión es de 4 semanas con 5000 escenarios, el valor de alfa es de 0.95, para el valor de chi 0.5 y la diversificación 0.3.

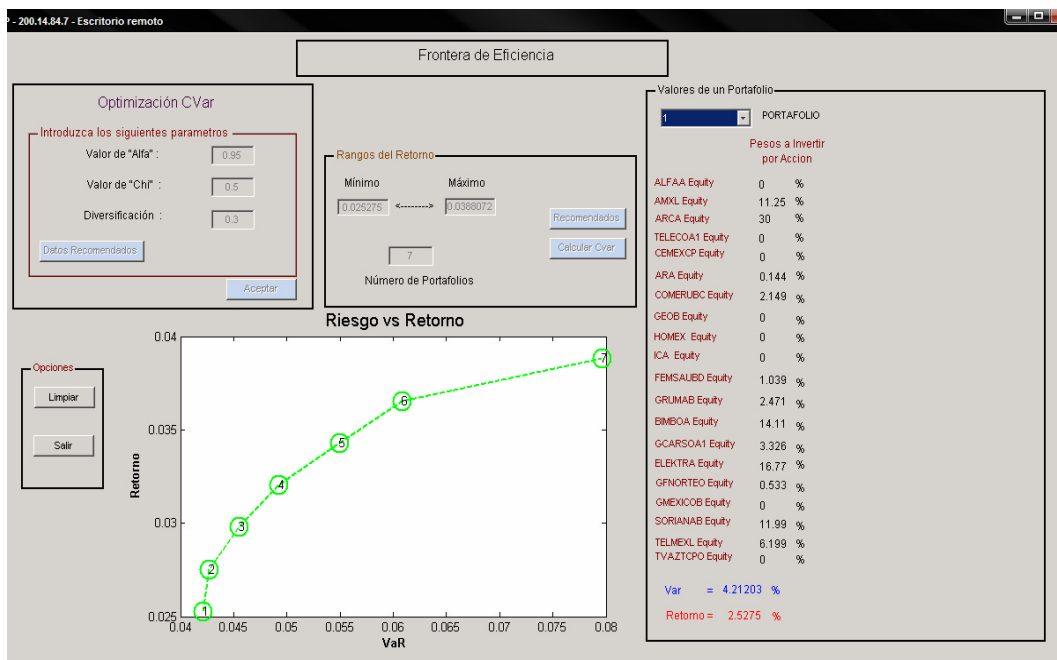


Figura 4.11 Frontera de Eficiencia

Finalmente en la figura 4.12 se muestran los resultados obtenidos por la optimización para cada portafolio en la frontera de eficiencia.

Portafolio	1	2	3	4	5	6	7
Var	4.21203%	4.2694%	4.6781%	4.92669%	5.49742%	6.08154%	7.96594%
Retorno	2.5275%	2.75304%	2.9913%	3.20411%	3.42965%	3.65519%	3.88072%
ALFA	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
AMXL	11.25%	18.25%	20.45%	24.28%	28.37%	29.20%	30%
ARCA	30%	28.27%	23.46%	17.14%	9.878%	2.917%	0%
TELECOA1	0%	0%	0%	0%	0%	0%	10%
CEMEXCP	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
ARA	0.144%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
COMERBUC	2.149%	6.496%	6.034%	5.529%	3.751%	5.013%	0%
GEOB	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
HOMEX	0%	0.054%	0.078%	0.164%	0.210%	0.407%	0%
ICA	0%	0%	0%	0%	0.263%	0.038%	0%
FEMSAUBD	1.039%	0.070%	0.034%	0%	0%	0%	0%
GRUMAB	2.471%	0.066%	0.020%	0.012%	0%	0%	0%
BIMBOA	14.11%	11.78%	10.21%	6.084%	3.255%	1.182%	0%
GCARSOA1	3.326%	0.142%	0.117%	0%	0.094%	0.306%	0%
ELEKTRA	16.77%	14.62%	14.78%	15.15%	15.33%	13.31%	0%
GFNORTE	0.533%	1.709%	1.639%	1.154%	0%	0.124%	30%
GMEXICOB	0	2.061%	8.418%	15.84%	22.23%	29.58%	30%
SORIANAB	11.99%	16.44%	14.54%	13.93%	16.30%	17.89%	0%
TELMEXL	6.199%	0%	0%	0%	0.300%	0%	0%
TVAZTCPO	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Figura 4.12 Resultados Experimentales de la frontera de Eficiencia

4.3 Validación del Algoritmo de Optimización

Para comprobar que efectivamente nuestro algoritmo entrega el vector óptimo de pesos a invertir en cada acción con un riesgo VaR mínimo, se hizo lo siguiente. Se tomó el ejemplo anterior ($J=5000$, $\alpha =0.9$, $\text{div} =0.3$, horizonte= 24 semanas y el retorno se dejó libre). Se ejecutó el software y el vector óptimo X^* se perturbó de la siguiente manera:

$$X_1 = X^* + e_1 \rightarrow \text{VaR}_1, E(r)_1$$

$$X_2 = X^* + e_2 \rightarrow \text{VaR}_2, E(r)_2$$

$$X_3 = X^* + e_3 \rightarrow \text{VaR}_3, E(r)_3$$

...

$$X_n = X^* + e_n \rightarrow \text{VaR}_n, E(r)_n$$

En donde $\sum e_i = 0$ y $\sum X_i = 1$.

Es decir, en el vector $X^* \in R^{20}$, se perturbó la 1era componente en un 1%, al resto de las componentes se les restó $\frac{0.01}{n}$, donde n es el número de componentes que son mayores a 0.01 (para que no sean inferiores a 0 y que la suma de X_i sea igual a 1). Posteriormente, al nuevo punto X se le calculó el retorno esperado y el VaR.

Para que efectivamente se demuestre que efectivamente estamos en presencia del óptimo, la gráfica resultante debe quedar así:

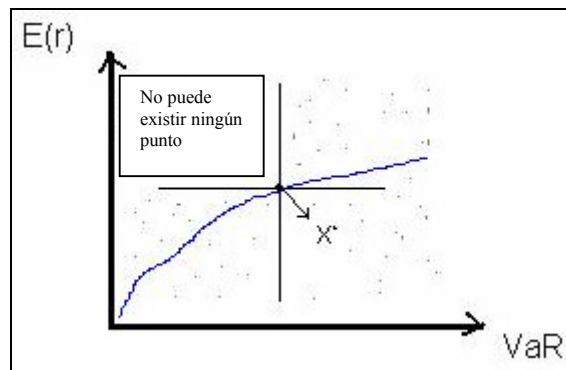


Figura 4.13 Validando el Óptimo que entrega el Algoritmo
Fuente: Elaboración propia

En la figura 4.13, se tiene que en el II cuadrante no puede haber ningún punto, esto es porque si hay un punto superior, quiere decir que bajo un mismo riesgo (VaR) o menor a este obtengo mayor retorno, lo cual es falso por la teoría financiera.

Cuando ejecutamos la validación con las perturbación del 1%, se obtuvieron los siguientes resultados:

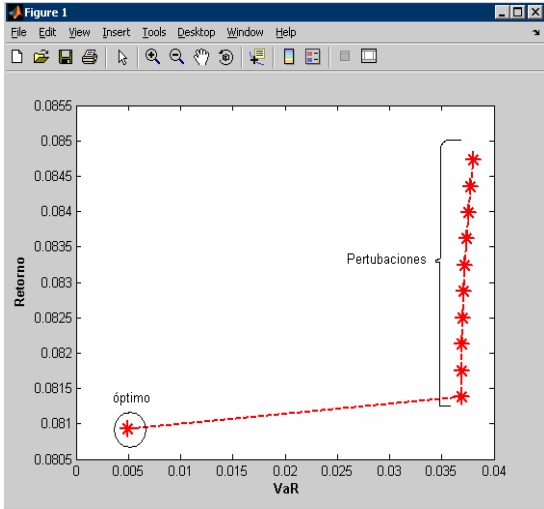


Figura 4.14 Resultados de la validación del algoritmo
Fuente: Elaboración propia

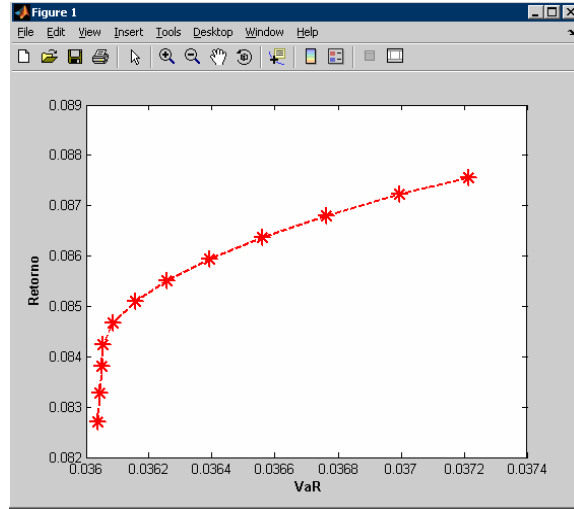


Figura 4.15 Zoom de las perturbaciones de la figura 4.8
Fuente: Elaboración propia

En la figura 4.14 se observa que efectivamente el algoritmo arroja el vector óptimo de pesos a invertir con un riesgo asociado mínimo, ya que al perturbar el vector X , los valores resultantes, efectivamente tienen un mayor retorno esperado, pero con un mayor VaR.

La figura 4.15 es el “Zoom” de las perturbaciones, las cuales forman una frontera eficiente y no una recta como se ve en la figura 4.14.

CAPÍTULO V

CONCLUSIÓN

En el presente trabajo se ha logrado cumplir con el objetivo propuesto de implementar computacionalmente un algoritmo de optimización así como su interfaz para facilitar el manejo de los datos para el usuario, que se encuentra inexistente en el mercado nacional, que calcula el VaR por medio de la minimización del CVaR.

Aunque este tipo de algoritmo puede ser usado para todo tipo de transacciones financieras, durante este trabajo la implementación se realizó para portafolios de inversiones accionarias, en base a activos transados en mercados nacionales, pero bajo una metodología extrapolable a casi cualquier mercado mundial como es el caso para el mercado Mexicano.

Es importante resaltar que el uso del VaR como medida de riesgo se ha masificado a través del mundo. En Chile actualmente es un requisito de la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS) como cuantificador de riesgo para algunos tipos de transacciones. Con respecto a esto, se debe decir que a nivel nacional, las estimaciones del VaR sólo se resuelven por medio de metodologías estadísticas, las cuales están bastante lejos del algoritmo de optimización desarrollado en esta memoria.

En general las evaluaciones del VaR de tipo estadísticas se utilizan para cuantificar los riesgos, tomando en consideración portafolios definidos. Por lo tanto, sólo se utilizan para tener una idea del nivel de riesgo tomado, en vez de usarlo como una herramienta de decisión a futuro. Por otra parte, el algoritmo implementado da como resultado un portafolio óptimo en términos del VaR, es decir calcula los pesos a invertir en cada activo, obteniendo simultáneamente el CVaR, medida de riesgo más deseable (debido a sus propiedades) y más conservadora.

Con respecto a la obtención y generación de información financiera para el funcionamiento del algoritmo, se debe decir que aunque las proyecciones de precios accionarios corresponden a materias de gran dificultad a la hora de modelarlas, debido a su gran aleatoriedad, volatilidad, expectativas y movimientos bruscos del mercado, las técnicas usadas como las simulaciones de Monte Carlo, descomposición de Cholesky y procesos de Wiener fueron de gran ayuda para obtener pronósticos de las rentabilidades, volatilidades y correlaciones similares a los históricos exhibidos por las series originales.

En relación a los resultados obtenidos con respecto al algoritmo de optimización, se puede apreciar que están en línea con la teoría financiera en lo que respecta a la relación entre el riesgo del portafolio (VaR) y la diversificación y el retorno exigido al portafolio óptimo que determina el algoritmo.

En el capítulo III, en la generación de los escenarios se trató de simular el comportamiento de las acciones de la forma más real posible, cambiando la media histórica de los retornos por el CAPM, ya que los de cada acción y las tasas libre de riesgo y de mercado son obtenidas por el juicio experto de personas a nivel mundial por lo que la visión de éstas es más bien conservadora que una media histórica sesgada.

En el capítulo IV con respecto al retorno requerido del algoritmo, se observó que a partir de determinado valor el VaR crece sustancialmente. Un comportamiento similar que se puede apreciar en el análisis del nivel de diversificación libre versus diversificación estática.

Finalmente, otra perspectiva de desarrollo de esta memoria podría ser la consideración de carteras de inversión con otros tipos de activos como bonos, así como aplicaciones en las áreas de seguros o créditos bancarios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]: **Portillo P., M.P., Sarto, J.L.** (2001): Dirección financiera del riesgo de interés, Ed. Pirámide, Madrid.
- [2]: http://www.bde.es/informes/be/estfin/completo/estfin03_06.pdf
- [3]: **Sharpe, W** (1964): "Capital Assets Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, n° 19, pp. 425-442.
- [4]: **Garman, M. y Blanco, C.**(1998): "Nuevos Avances en la Metodología de Valor en Riesgo: Conceptos de VeRdelta y VeRbeta", *Revista Análisis Financiero*, n° 75, pp. 6-8.
- [5]: **Jorion Phillippe** (2000): *Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk*, 2da edición, McGraw-Hill.
- [6]: https://emportal.jpmorgan.com/IPMorganMexico/doc_jun2006/24.pdf
- [7]: **Rockafellar, R.T., Uryasev, S.** (2002): "Conditional Value-at-Risk for general loss distributions", *Journal of Banking & Finance* 26, pp.1443-1471.
- [8]: **Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Health, D.** (1999): "Coherent Measures of Risk", *Mathematical Finance* 9, pp.203-228.
- [9]: **Romero, R., Laengle, S.** (2005): "Implementación del Value at Risk Condicional para la Toma de Decisiones", mimeo Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas.
- [10]: <http://www.gacetafinanciera.com/PORTAF1.ppt>
- [11]: **Antonio Parisi F.** (2006): "Diversificación y Manejo del Riesgo", *Revista Economía y Administración*, Universidad de Chile, pp. 70-71.
- [12]: **Hull, John C.** (1999): "*Options, Futures and other derivatives*". Prentice Hall, Cuarta Edición. New Jersey.
- [13]: **Duffie, D & Pan, J.** (1997): "*An Overview of Value at Risk*", *Journal of Derivates*, 4, 7-49.
- [14]: **Palmquist J., Uryasev S. y Krokmal P.** (1999): "Portfolio optimization with Conditional Value at Risk Objective and constraints" Universidad de Florida, Departamento de Ingeniería Industrial y se Sistemas.

[15]: **Mausser, H. y D. Rosen.** (1998) "Efficient Risk/ Return Frontiers from Credit Risk", Algo Research Quarterly, Vol 2, N°2, pp. 5-20.

[16]: **Rockafellar, R.T. y S. Uryasev S.** (2001): "Condicional Value at Risk for General Loss Distributions", Research Report 2001-5. ISE Dept., Universidad de Florida.

[17]: **Uryasev, S.** (2000): "Condicional Value at Risk: Optimization Algorithms and applications" Financial Engineering New, 14, pp. 1-6.

[18]: **Markowitz, H.** (1952): "Portfolio Selection", journal of finance, pp. 77-91.

[19]: **Larsen N., Mausser H., Uryasev S.** (2001): "Algorithms for Optimization of Value at Risk", Research Report 2001-9. ISE Dept., Universidad de Florida.

Glosario:

Ticker IPSA	Name
BCI	Banco de Credito e Inversiones
BSAN	Banco Santander Chile SA
CAP	CAP SA
CCU	Cia Cervecerias Unidas SA
CTCA	Cia de Telecomunicaciones de Chile SA
VAPORES	Cia Sudamericana de Vapores SA
COLBUN	Colbun SA
DYS	Distribucion y Servicio D&S SA
ANDINAB	Embotelladora Andina SA
ENDESA	Empresa Nacional de Electricidad SA/Chil
ENTEL	Empresa Nacional de Telecomunicaciones S
CMPC	Empresas CMPC SA
COPEC	Empresas COPEC SA
IANSA	Empresas Iansa SA
ENERSIS	Enersis SA/Chile
LAN	Lan Airlines SA
MADECO	Madeco SA
FALAB	SACI Falabella
SQM/B	Sociedad Quimica y Minera de Chile SA