



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE PUEBLA



FACULTAD DE CIENCIAS DE LA
COMPUTACIÓN

MODELOS CONTINUOS DE SIMULACIÓN
EN TRÁFICO VEHICULAR

Para obtener el título de:
Ingeniero en Ciencias de la Computación

Presenta
ESPERANZA MÁRQUEZ MÉNDEZ

Asesores
Dr. José Alejandro Rangel Huerta
Dr. Mario Bustillo Díaz

Diciembre 2008

Agradecimientos

Expreso mi gratitud a todas aquellas personas que me han permitido llegar hasta aquí.

En primer lugar, Dios mi creador y padre, que me ayudó a terminar otra etapa de mi vida, dándome la energía, voluntad necesaria y ese espíritu de rocío que llora al lado cuando sentía momentos de tropiezos, angustias y todo tipo de problemas, iluminando mi camino y así llegar al sitio en que me encuentro.

En segundo lugar, doy una inmensa gratitud a mis padres Reyna María Méndez Márquez, Amado Márquez Sánchez y hermanos (Amado, Reyna y Mayté) por apoyarme en todo cuanto hizo falta para que yo me sintiera tranquila y con ánimos para seguir adelante. Por toda su comprensión ante situaciones muchas veces incomprensibles. Por dar color a mi vida y ayudarme a ser mejor persona. Porque sin ellos nada de esto tendría sentido.

*Por todos sus sacrificios y desvelos
Orgullosos espero que se sientan de su obra
Rezará a Dios por nunca defraudarlos.*

*Soy barco que ha llegado a buen puerto
Impulsadas sus velas con el soplo de su aliento
En su ruta guiado por el faro de su ejemplo
Mis noches oscuras las iluminan sus consejos
Por siempre trataré de recordarlos y seguirlos
Reuniendo los fragmentos de mi vida concluyo
Estoy en deuda con ustedes.*

*Gracias por darme lo mejor de su vida
Regalarme su tiempo y su atención
Ayudarme a resolver muchos de mis problemas
Consolarme en mis horas de aflicción
Inculcarme el respeto y la responsabilidad
Avivar en mí el deseo de superación
Siempre serán mi luz, mi fuerza y mi alegría.
Por ustedes y para ustedes. Los amo*

En tercer lugar, al Doctor José Alejandro Rangel Huerta agradezco el apoyo, disposición que siempre tuvo conmigo, por todo su paciencia, tiempo invertido en la dirección y la corrección de esta tesis, por sus palabras de ánimo, por todos sus sabios consejos desde el inicio hasta el final. Y a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) por darme el financiamiento en beca.

Finalmente, Muchas gracias a mi amigo y novio Carlos Alberto Bañuelos Moro por ocupar un lugar muy importante en mi vida, por ser el ángel de mi guarda. A mis Amigas Reyna Márquez Méndez, Teresa Martínez Flores y Adriana G. Villegas Madrid por ser personas admirables, simpáticas, hermosas de espíritu, dándome una muestra que la amistad permanece sin codicias y envidias, no sólo diciendo verdades necesarias sino, ayudando y apoyando para salir de lo erróneo. Así creciendo día a día en el cariño, afecto, apego, simpatía y aprecio, también gracias por estar a mi lado en todo este tiempo de universidad y en el transcurso de la tesis.

A TODOS POR SIEMPRE GRACIAS

Resumen

La congestión vehicular recurrente produce grandes pérdidas de recursos y eficiencia tanto sociales, ambientales y económicas en las grandes urbes. La posibilidad de continuar con la construcción de nueva infraestructura de transporte es cada día más reducida por la falta de espacios y el impacto que tienen estas construcciones.

Dado que las técnicas de simulación pueden usarse para mejorar el diseño de transporte de tráfico vehicular en vías de acceso controlado, y que los modelos dinámicos continuos ofrecen cierta simplicidad matemática, buen diseño y desempeño de algoritmos. Presentamos la implementación de un algoritmo de simulación numérica, que mediante el uso de una interfaz gráfica, genera las curvas fundamentales de tráfico. A cada paso de tiempo de simulación, se muestran las curvas de densidad-flujo vehicular, que resultan del método de las características 3D a través del esquema Lax Wendroff. Los parámetros de validación de modelo en tiempo real se obtienen a partir de mediciones reales de trabajo campo.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Descripción del Problema	1
1.2. Motivación	3
1.3. Metodología	3
2. SOLUCIÓN ANALÍTICA	4
2.1. Descripción de modelado	4
2.1.1. El modelo microscópico	5
2.1.2. El modelo macroscópico	6
2.2. Modelo Matemático analizado macroscópicamente	7
2.2.1. Dinámica de fluidos	7
2.3. Definiciones básicas para un Modelo macróscopico	8
2.3.1. Variables macróscópicas continua	10
2.3.2. Ecuación de Advección	18
2.3.3. Método de las características	21
2.3.4. Tráfico en un semáforo en rojo	21
3. INVESTIGACIÓN DE CAMPO	26

3.1. Descripción del problema	26
3.1.1. Solución experimental	29
3.1.2. Procedimiento	30
3.2. Tablas y Gráficas	32
3.2.1. Datos que se obtuvieron en el primer día	32
3.2.2. Gráficas que se obtuvieron en el primer día	35
3.2.3. Datos que se obtuvieron en el segundo día	37
3.2.4. Gráficas que se obtuvieron en el segundo día	38
3.2.5. Datos que se obtuvieron en el tercer día	41
3.2.6. Gráficas que se obtuvieron en el tercer día	42
3.2.7. Datos que se obtuvieron en Los tres días	44
3.2.8. Gráficas que se obtuvieron en los tres días	46
4. SIMULACIÓN	49
4.1. Solución Numérica	49
4.1.1. Esquema FTCS(Forward Time Center Space)	50
4.1.2. Método LAX para la ecuación de la advección	51
4.1.3. Esquema LAX-WENDROFF	52
4.2. Solución de la simulación	54
4.2.1. Código del método LAX-WENDROFF	55
4.2.2. Explicación del código	57
4.3. Programa ejecutado	58
4.4. Resultados del programa ejecutado	63

4.4.1. Resultado del primer día	63
4.4.2. Resultado del segundo día	66
4.4.3. Resultado del tercer día	68
4.4.4. Resultado de los tres días juntos	70
4.4.5. RESULTADO FINAL	72
5. CONCLUSIÓN	73
A. MATLAB	77

Índice de figuras

2.1. Carril de tráfico	4
2.2. Modelo microscópico	5
2.3. Modelo macroscópico	6
2.4. Sistema Continuo	10
2.5. Típica variación de densidad con intervalo de longitud	10
2.6. Gráfica del conductor lineal	15
2.7. Gráfica del conductor parabólico	18
2.8. Líneas características para la ecuación de advección.	21
2.9. El tráfico en movimiento después de que el semáforo cambia a verde.	22
2.10. movimiento en semáforo verde	22
2.11. . La construcción parcial de la región sombreada la densidad $\rho(x, t)$ es cero. La frontera izquierda de esta región está dada por la posición del coche.	23
2.12. . Construcción parcial de $\rho(x, t)$ en el plano x (vs) t usando líneas características. La región sombreada a la izquierda es igual a la $\rho(x, t)$ la densidad es máxima.	23
2.13. Líneas características para un perfil de densidad inicial continua. Este perfil de densidad va a funcionar cuando $\epsilon \rightarrow 0$. . .	24

2.14. Construcción de $\rho(x, t)$ en el plano x (vs) t usando líneas características.	25
3.1. Boulevard Heroes 5 de mayo	26
3.2. Tres entradas	28
3.3. Carril donde se sacan las muestras	28
3.4. salida	29
3.5. Gráfica de flujo del primer día	35
3.6. Gráfica de velocidad del primer día	36
3.7. Gráfica de velocidad de Onda del primer día	37
3.8. Gráfica de flujo del segundo día	39
3.9. Gráfica de velocidad del segundo día	40
3.10. Gráfica de Velocidad de Onda del segundo día	40
3.11. Gráfica de flujo del tercer día	42
3.12. Gráfica de velocidad del tercer día	43
3.13. Gráfica de Velocidad de Onda del tercer día	43
3.14. Gráfica de flujo de los tres días	47
3.15. Gráfica de velocidad de los tres días	47
3.16. Gráfica de Velocidad de Onda de los tres días	48
4.1. Jerarquía de archivos enlazados	58
4.2. Pantalla inicial en el MatLab	59
4.3. Pantalla inicial con el nombre del archivo en el MatLab	59
4.4. Pantalla inicial de la portada	60

4.5. Ventana pequeña del menú	60
4.6. Ingreso de datos en el Matlab	61
4.7. 1era Gráfica de densidad y flujo	61
4.8. 2do Grafica de densidad, posoción y tiempo	62
4.9. 3era Gráfica contorno de la densidad	62
4.10. Mensaje de aceptación	63
4.11. dia 1ero, con el método de Lax-Wendroff.	64
4.12. Gráfica donde muestra método de las características en 3D dia 1ero con el método de Lax-Wendroff.	64
4.13. Gráfica que muestra el contorno densidad dia 1ero del método Lax-Wendroff.	65
4.14. dia 2do, con el método de Lax-Wendroff.	66
4.15. Gráfica donde muestra método de las características en 3D 2do dia con el método de Lax-Wendroff.	67
4.16. Gráfica 2do día. del método Lax-Wendroff.	67
4.17. 3er. dia, con el método de Lax-Wendroff.	68
4.18. Gráfica donde muestra método de las características en 3D 3er día con el método de Lax-Wendroff.	69
4.19. Gráfica 3er. dia del método Lax-Wendroff.	69
4.20. Los tres días, con el método de Lax-Wendroff.	70
4.21. Gráfica donde muestra método de las características en 3D de los tres días con el método de Lax-Wendroff.	71
4.22. Gráfica de los tres días. del método Lax-Wendroff.	71

Índice de cuadros

3.1. Tabla de datos del primer día	34
3.2. Tabla de datos del segundo día	38
3.3. Tabla de datos del tercer día	41
3.4. Tabla de datos de los tres días	46

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Descripción del Problema

El problema de tráfico vehicular se ha puesto en consideración en varios países y el nuestro no es la excepción. Se han probado estrategias preliminares de control de acceso que ofrecen resultados alentadores en la disminución del congestionamiento vehicular. Una de las ciudades de gran Urbe es la ciudad de Puebla, donde los problemas de tráfico pueden ser causados por el movimiento lento de los vehículos debido a accidentes, caminos angostos, problemas de bacheos, transporte público o negligencia de los conductores.

Este fenómeno ha interesado y se ha propuesto varios modelos en diferentes puntos de vista, utilizando diferentes algoritmos, modelos y herramientas matemáticas, algunos ejemplos son: El modelo LWR (Lighthill-Whitham-Richard) basado en modelo macroscópico, soluciones numéricos, algoritmos (shocks-fitting) para propagar trayectorias a través de las interacciones del tiempo [1].

Hay otros modelos (Enskog - like) modelos cinéticos para la circulación de vehículos utilizados para la simulación de tráfico vehicular [2].

Otro genera las ecuaciones cinéticas con la circulación de los vehiculos, in-

Introduciendo (Enskog-type) hasta la corrección de estas ecuaciones, que se muestra en el (Enskog-like). Así haciendo una comparación entre la cinética y dinámica de fluidos [12].

Hay otros que también consideran El modelo de fluido-dinámicos el, modelo de Kerner y Konhäuser para llegar a la ecuación de la velocidad de los vehículos a través de la varianza [3].

En este trabajo se desarrolla un modelo hidrodinámico de simulación de transporte vehicular mediante las ecuaciones de balance de densidad de número y densidad de flujo.

El tráfico vehicular es el fenómeno causado por el flujo de vehículos en una vía, calle o autopista. También es presentado como fenómenos en el fluido de partículas (gases, líquidos o sólidos). El transporte refleja las relaciones que se establecen entre las diferentes actividades de la ciudad. Para esto se ha impulsado el desarrollo en modelos computacionales, para representar dinámicamente el mundo real, contruyendo el modelo en una computadora y moviendo a través del tiempo. Por lo tanto, la simulación por computadora se ha convertido en una herramienta importante en la ingeniería del transporte con una variedad de usos de la investigación científica y en la demostración. Los sistemas del transporte del camino y de la calle son dinámicos en naturaleza, es decir, el número de unidades en el sistema varía según el tiempo. Realizando una investigación de campo en la vida real se puede representar las operaciones de tráfico, generando modelos para esta realidad, desde el punto del diseñador del modelo, así poder simular y ayudar a la toma de decisiones.

El objetivo General de este trabajo es el desarrollo de un sistema de simulación con interfaces gráficas para describir flujos de tráfico vehicular mediante técnicas de análisis numérico de modelos en PDEs y el objetivo específico es describir flujos de circulación en un tramo de boulevard de tráfico pesado en el centro de la ciudad de Puebla. Desarrollar un modelo hidrodinámico de transporte para simular flujo vehicular mediante modelos continuos basados

en ecuaciones diferenciales parciales. Contar con un programa de simulación e interfaces gráficas en tráfico vehicular.

1.2. Motivación

Desde hace algunos años se ha trabajado sobre el desarrollo del modelo hidrodinámico de termo-transporte de electrones en semiconductores a partir de la ecuación cinética de Boltzmann y el método de momentos de H. Grad. Hemos podido obtener una jerarquía de ecuaciones hidrodinámicas del tipo EDPs (Ecuaciones Diferenciales Parciales) para el transporte de portadores de carga. Este modelo ha sido adaptado para hacer un estudio de termopotencia en materiales semiconductores y dispositivos microelectrónicos de baja dimensión. Recientemente se ha desarrollado un modelo analítico para los tiempos de relajación del flujo de electrones en semiconductores polares. Este mismo esquema se puede aplicar al modelado de flujos en tráfico vehicular, así como al diseño de programas de simulación e interfaces gráficas.

1.3. Metodología

- Descripción del fenómeno de tráfico vehicular. Los rasgos generales y características que se observan en el fenómeno del tráfico vehicular con base al trabajo de campo.
- Desarrollo de modelos de transporte basados en EDPs. Elegir entre los diferentes modelos matemáticos, aquellos que mejor se ajustan al flujo vehicular.
- Algoritmos de simulación numérica e interfaces gráficas. Los modelos existentes son demasiado complejos por lo que requieren de técnicas computacionales y análisis numérico para poder resolverse. La visualización también se hace necesaria sobre todo para los usuarios no especialistas.

Capítulo 2

SOLUCIÓN ANALÍTICA

2.1. Descripción de modelado

Los últimos años se han desarrollado muchos modelos matemáticos sofisticados, para varios problemas, en este caso el fenómeno de tráfico vehicular, donde ya se analizó y predijo el flujo de tráfico sobre caminos y carreteras. Esto se podría ver como un flujo de autos en un campo continuo en el que los autos se van moviendo como un tubo llamado camino o carril de tráfico.

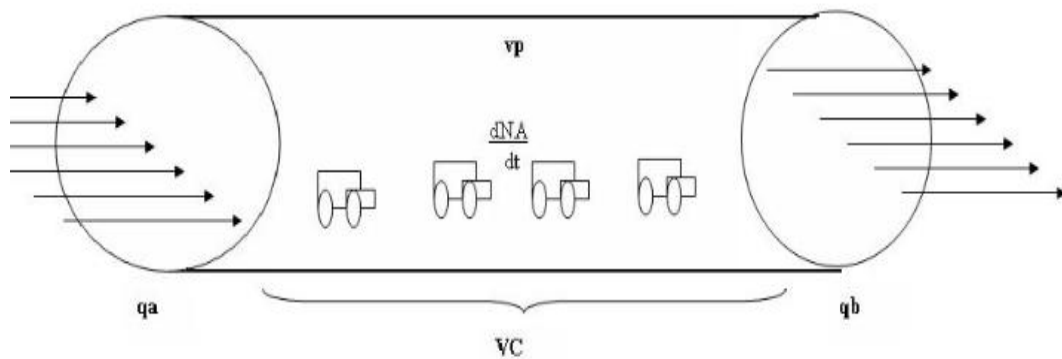


Figura 2.1: Carril de tráfico

Donde en la (figura 2.1), q_a es la entrada de autos, q_b es la salida de autos, $\frac{dN}{dt}$ es la variación de números de autos entre la variación de tiempo, v_p es la variación de autos y v_c (*cilindro*) es el volumen de control.

Algunos conceptos que se consideran son:

Flujo: El número de coches que pasan en un punto fijo por unidad de tiempo.

Velocidad de tráfico: La distancia recorrida por unidad de tiempo.

Densidad de tráfico: El número de coches por unidad de longitud.

Hay muchas aproximaciones matemáticas que intentan modelar el flujo de tráfico vehicular a través de sus criterios. Todas ellas responden con cierto grado de apego a la realidad, es decir, a nivel de detalle y representación de los procesos. Se toman dos tipos de modelos que nos ayudan a comprender mejor este fenómeno, el *modelo microscópico* y el *modelo macroscópico*[6].

2.1.1. El modelo microscópico

- Se enfocan a la descripción del comportamiento del flujo de tráfico vehicular a través de describir las entidades discretas individuales y atómicas que interactúan unas con otras (o sea vehículo individual).
- Se describe la aceleración de autos seguidores. Como funciones de la distancia entre el líder y el seguidor, la velocidad relativa de los dos autos y el tiempo de la reacción del conductor del auto seguidor[9], (figura 2.2).

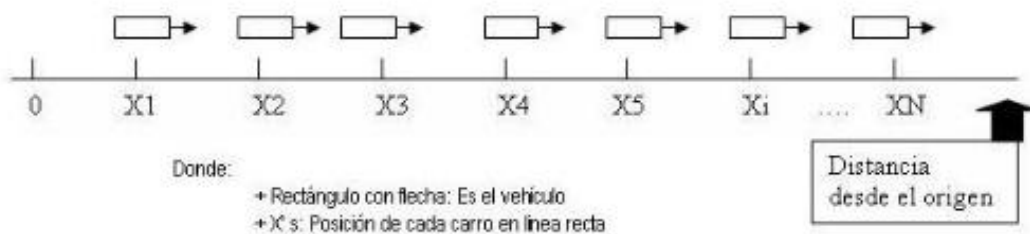


Figura 2.2: Modelo microscópico

- Son modelos por lo general discretos incluyen:
 - Modelos de carro siguiente (Car-Following)
 - Modelos de autómatas celulares

2.1.2. El modelo macroscópico

- Se enfocan en captar las relaciones globales de flujo de tráfico como:
 - Velocidad vehículos
 - Flujo vehicular
 - Densidad de tráfico
- Son modelos continuos se hace uso de ecuaciones diferenciales.
- Incuyen a los modelos de gases cinéticos y los hidrodinámicos.
- Existen modelos Empíricos denominados modelos de capacidad y nivel de servicio, que renuncian al planteamiento de ED (ecuaciones diferenciales) y se limitan a establecer relaciones empíricas entre las principales variables bajo control del diseñador [10] (figura 2.3).

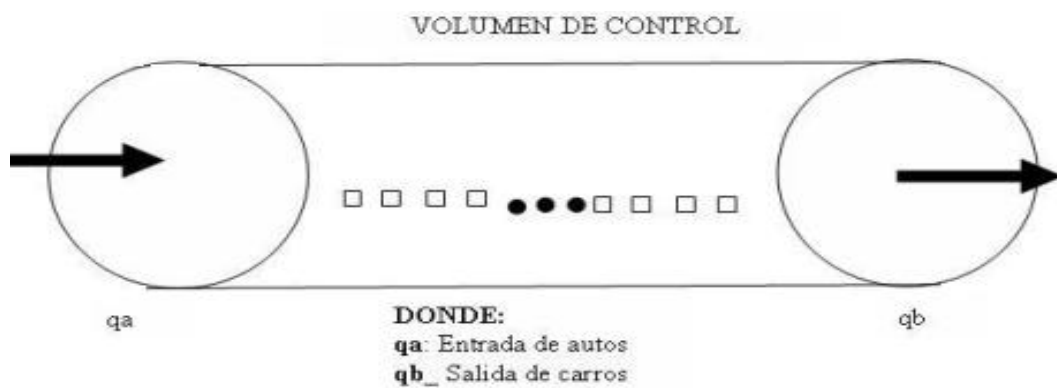


Figura 2.3: Modelo macroscópico

2.2. Modelo Matemático analizado macroscópicamente

Nos enfocaremos en el Modelado macroscópico del fluido de tráfico tomando en cuenta estos criterios:

- La escala de las variables independientes (continuo, discreto, semidiscreto).
- Nivel de detalle (microscópico, macroscópico).
- Representación de los procesos (El determinístico, estocástico).
- Operacional(analítico, simulación).

En la teoría cinética, el tránsito se estudia como un gas donde las partículas que la componen interactúan unas con otras y cada partícula representa un automóvil.

2.2.1. Dinámica de fluidos

La mecánica de fluidos es la rama de la mecánica de medios continuos que estudia el movimiento de los fluidos (gases y líquidos). Se estudia también la interacción entre el fluido y el contorno que lo limita.

Entonces como hemos mencionado, la teoría macroscópica de los flujos de tráfico se basa en una analogía con el fluido de un líquido en un tubo, este problema se trata en la ciencia de la hidrodinámica. Sin embargo, algunos de los criterios básicos pueden ser tratado sin solución de las ecuaciones diferenciales parciales de la mecánica de fluidos y en una forma directamente aplicable al problema de flujo de tráfico.

La hipótesis fundamental en la que se basa toda la mecánica de fluidos es la *hipótesis de continuidad* en esta se considera que el flujo es continuo

ignorando su estructura molecular y las discontinuidades asociadas a ésta [8]. Con esta hipótesis se puede considerar que las propiedades del flujo (Presión, densidad, temperatura...) son funciones continuas.

Las ecuaciones que rigen toda la mecánica de fluidos se obtiene de la única ley de física exacta en la aplicación de los principios de la conservación mecánica y la termodinámica a un volumen fluido.

Las tres ecuaciones que se utilizarán fundamentalmente son:

- La ecuación de la continuidad.
- La ecuación de la cantidad de movimiento.
- La ecuación de la conservación de la energía.

Se pueden dar en formulación integral o en su forma diferencial, se utiliza como se presente el fenómeno. Realmente no existe una solución general a dicho conjunto de ecuaciones de la mecánica de los fluidos, sino que se busca simplificar y facilitar el problema. No siempre se consigue obtener una solución analítica, por lo que se recurre a soluciones numéricas que son generadas por la computadora, a esto se le llama *mecánica de fluidos computacional*[6].

2.3. Definiciones básicas para un Modelo macroscópico

En primer lugar hay que desarrollar algunas definiciones básicas. Se va a considerar la posibilidad de la línea de autos, representado en la (figura 2.2). Donde se muestra una serie de autos están en movimiento a la derecha y nos han indicado que cada uno puede ser identificado por la coordenada x_i medida a lo largo de un eje paralelo a la carretera. La posición de cada auto variará con el tiempo a fin de que $x_i = x_i(t)$, por lo tanto, podemos calcular la velocidad dx_i/dt y la aceleración x_i^2/dt^2 del i autos en cualquier momento t .

Entonces si tenemos el caso cuando hay una gran cantidad de autos presentes es mas fácil de hablar de un velocidad de campo, atribuimos a cada uno de los puntos a lo largo del eje x una única velocidad $v(x, t)$. Así, reemplazamos la línea discreta de autos (figura 2.2) por una secuencia infinita de puntos $x = x_i$ (figura 2.3), en donde cada uno de los cuales tiene ahora una única velocidad $v(x, t)$.

Este es el primer elemento de la hipótesis de la continuidad, además el modelo tiene restricciones como eliminar, superar y pasar, es decir, si un auto pasa a otro se tiene un punto en el eje con dos velocidades diferentes. También es importante el número de autos.

Analizando este proceso nos da: El flujo de tránsito (q) expresado en términos de número de vehículos por unidad de tiempo (t).

$$\text{FLUJO} \longrightarrow [q] = \text{num.autos}/\text{tiempo}(t)$$

La densidad de tránsito (ρ) expresado en términos de número de vehículos por unidad de longitud (x).

$$\text{DENSIDAD} \longrightarrow [\rho] = \text{num.autos}/\text{longitud}(x)$$

La velocidad de tránsito (v) expresado en términos unidad de longitud (x) por unidad de tiempo (t).

$$\text{VELOCIDAD} \longrightarrow [v] = \text{num.longitud}(x)/\text{tiempo}(t)$$

En el modelo macroscópico lo que se quiere es elegir el intervalo en la región en la que hay suficientes autos para tener la constante y densidad relativa. Esto nos permite obtener una función continua de la densidad (ρ) y el flujo (q) de la misma manera se reemplaza las velocidades individuales de los autos con un campo vectorial de velocidades. En la ciencia de la mecánica de fluidos invocamos a la hipótesis de continuidad de la misma manera, por lo tanto, no se ocupan de las partículas individuales sino de todo el líquido, pero con un promedio de las variables como se muestra en la (figura 2.4).

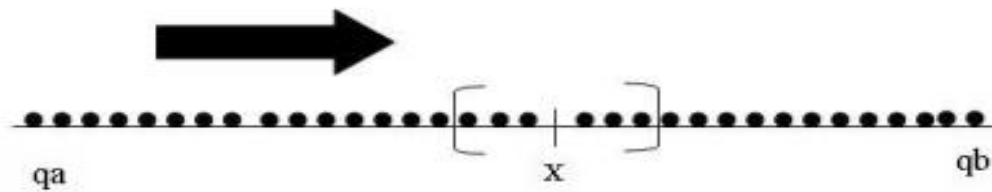


Figura 2.4: Sistema Continuo

Es necesario aclarar que se desea buscar un momento en que la velocidad sea constante en cierto intervalo de tiempo como lo muestra el siguiente diagrama, (figura 2.5).

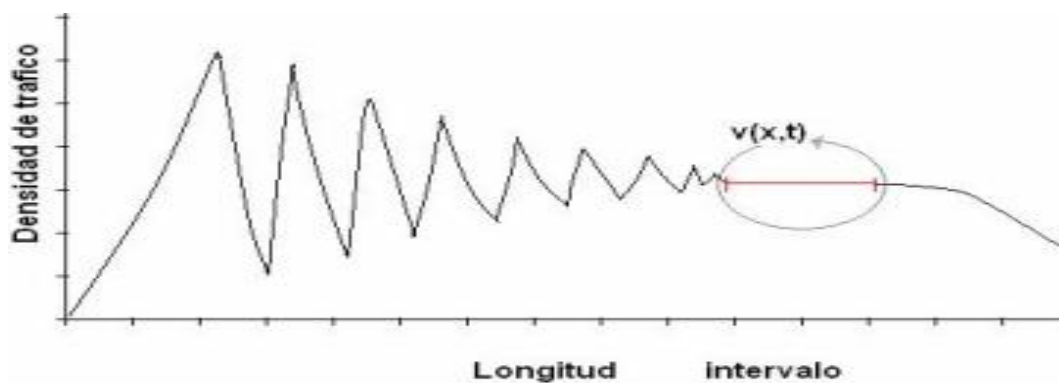


Figura 2.5: Típica variación de densidad con intervalo de longitud

El modelo que se utiliza es CAR-FOLLOWING, por necesidad debemos tratar los autos individualmente, la hipótesis de continuidad utilizada en el desarrollo de los campos de velocidad y de la función de la densidad conceptual son importantes.

2.3.1. Variables macroscópicas continua

El flujo q , la densidad ρ y la velocidad v están relacionados y se tratará de identificar las leyes pertinentes que rigen su comportamiento.

Primero se tomará las dimensiones de q , ρ y v . Recordando que q es el

número de autos por unidad de tiempo, ρ es el número de autos por unidad de longitud y v es la longitud por tiempo. Así se tiene el modelo de flujo:

$$q = \rho v \quad (2.1)$$

Tiene sentido en física y se demuestra por un argumento muy simple. Si contamos el número de autos que va mas allá de un determinado punto en un camino durante un pequeño intervalo de tiempo Δt , se puede calcular el número total de autos que pasan a través de dos medidas diferentes.

1. Si el flujo de tráfico en el punto de medición es q autos por unidad de tiempo, entonces en un intervalo Δt es el número de autos que pasa es $q \Delta t$.
2. Si se toma un intervalo de Δt , un auto que tiene una velocidad v recorrerá una distancia igual a $v \Delta t$. Entonces el número de vehículos que pasan por esa distancia es apenas el producto de los tiempos de la densidad ρ ó $p v \Delta t$.

Por lo tanto, debido a que estas dos medidas dan el mismo resultado, queda demostrado la ecuación (2.1). Ahora todas las variables ρ, v y q están en función de la coordenada x y el tiempo t . Debido a esta relación con la ecuación (2.1), es un poco heurístico, ya que tenemos tratados con $v(x, t)$, por lo tanto, teniendo esta relación general entre el flujo, densidad y la velocidad se tiene:

$$q(x, t) = \rho(x, t)v(x, t) \quad (2.2)$$

Como resultado encontramos las variables importantes, es decir, las variables del sistema que es el resultado de la ecuación (2.2) donde significan:

$\rho = \rho(x, t)$ *La densidad de tráfico*

$v = v(x, t)$ *La velocidad de tráfico*

$q = q(x, t)$ *El flujo de tráfico*

Para desarrollar un modelo completo CAR-FOLLOWING se predice la velocidad y la densidad de algún punto en la carretera, donde estas cantidades no se conocen se hará la relación entre estas variables. Y esto se hace a través del "principio de la conservación de autos". Asumiendo la relación entre la velocidad y la densidad.

La conservación de que "todo lo que entra debe salir o permanecer". La relación entre velocidad-densidad son el resultado de los intentos de describir la velocidad con la que las personas manejan el coche en diferentes condiciones de tráfico [4].

Se vuelve hablar de los modelos discretos para que la ley de la conservación de los autos sea fácil. Si consideramos dos puntos en una carretera denotada por $x = a$ y $x = b$, donde $a > b$ entonces (asumiendo que en el intervalo no son destruidos ni creados) los cambios en el número de autos en el intervalo $a \leq x \leq b$ sólo puede ser producido por los cruces de entrada y salida del intervalo al final de los puntos. El número de autos que entran por unidad de tiempo en $x = a$ es $q(a, t)$, mientras que el número de autos que salen en el intervalo $x = b$ es $q(b, t)$. Por lo tanto, si N es el número total de autos en el espacio $a \leq x \leq b$ la razón de cambio con el tiempo es:

$$\frac{dN}{dt} = q(a, t) - q(b, t) \quad (2.3)$$

Por otra parte, sabemos que el número total de automóviles en dicho intervalo es simplemente la integral de la densidad $\rho(x, t)$ a lo largo de la longitud del intervalo:

$$N(t) = \int_{x=a}^{x=b} \rho(x, t) dx \quad (2.4)$$

Así, la conservación de los automóviles requiere que

$$\frac{d}{dt} \int_a^b \rho(x, t) dx = q(a, t) - q(b, t) = \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} dx \quad (2.5)$$

Esta ley de la conservación también puede ser mostrada como una ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

Ahora tenemos en las ecuaciones (2.2) y (2.6), dos de las tres ecuaciones necesarias que se refieren a nuestras tres variables de flujo. Sustituyendo la ecuación (2.2) dentro de la ecuación (2.6), podemos reducir el problema a dos incógnitas con una **ecuación general de la continuidad**[5] que es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

Los conductores también responden a la densidad de tráfico en torno a ellos, la aceleración cuando haya luz verde y la desceleración (quizás involuntariamente) en el tráfico pesado. Por lo tanto, se tiene que realizar un modelo conductor en donde la velocidad de un vehículo depende de la densidad de tráfico:

$$v = v(\rho) \quad (2.8)$$

Si no hay, o son pocos los autos en el camino, esperamos que el conductor

mantenga la mayor velocidad $v = v_{max}$. Además, como la densidad aumenta, la velocidad tiende a disminuir. Por lo último, en cuando la densidad es máxima el tráfico se detiene, de modo que $v = 0$ y $\rho = \rho_{max}$. Podemos resumir la hipótesis como:

$$\begin{aligned} v(\rho = 0) &= v_{max} \\ \frac{dv}{d\rho} &\geq 0 \\ v(\rho = \rho_{max}) &= 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} Si \quad \rho = 0 &\implies v = v_{max} \\ Si \quad \rho = \rho_{max} &\implies v = 0 \\ 0 < \rho < \rho_{max} & \end{aligned} \tag{2.10}$$

Donde estamos diciendo que, si la densidad es equivalente a cero entonces, la velocidad es igual a velocidad máxima y si la densidad equivale a densidad máxima, entonces la velocidad es igual a cero, sólo y cuando la densidad es mayor que cero y menor que densidad máxima.

Si tenemos dos puntos $p1(0, v_{max})$ y $p2(\rho_{max}, 0)$ los sustituimos en la ecuación general de la función lineal, nos da como resultado la ecuación(2.11)

$$p1(0, v_{max}); p2(\rho_{max}, 0)$$

$$M = \frac{0 - v_{max}}{\rho_{max} - x1} = \frac{-v_{max}}{\rho_{max}}$$

por lo tanto

$$v(\rho) = \frac{-v_{max}}{\rho_{max}}\rho + k \tag{2.11}$$

Despejando la variable k de la ecuación(2.11) y sustituyendo las condiciones $v = 0, \rho = \rho_{max}$, nos da la ecuación(2.12).

$$k = \frac{v_{max}}{\rho_{max}} \rho_{max} \quad (2.12)$$

Considerando k de la ecuación(2.12) al sustituirla a la ecuación(2.11), resolviendola con álgebra para factorizar y así obtener el modelo lineal del conductor que es la ecuación(2.13)

$$v(\rho) = v_{max} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) \quad (2.13)$$

Esta gráfica (figura 2.6), es un ejemplo donde se se muestra el modelo del conductor lineal (Velocidad-Densidad).

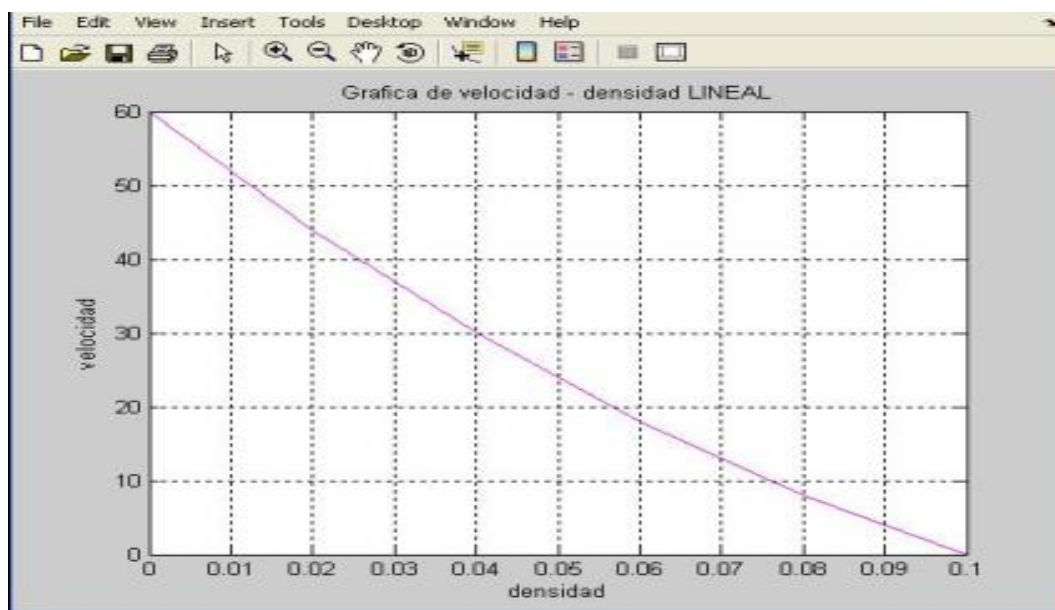


Figura 2.6: Gráfica del conductor lineal

Tomando el punto de vista de la ingeniería de tráfico, la principal variable es q el flujo de tráfico, lo cual indica la capacidad del sistema para ser diseñado. Si la velocidad se considera homogéneo, es decir, independiente de la ho-

ra o la posición de la carretera, podemos calcular el flujo sustituyendo la ecuación(2.1) en la ecuación(2.8) da como consecuencia la ecuación(2.14).

$$q = \rho v(\rho) \quad (2.14)$$

Entonces, para el modelo macroscópico, el flujo de tráfico depende de la densidad de la circulación. Esta demostración claramente cumple todos los requisitos fijados en la ecuación(2.12). La relación entre flujo y densidad produce una parábola obtenidas de las ecuaciones(2.13 y (2.14).

$$q = v_{max}(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{max}}) \quad (2.15)$$

El flujo máximo se encuentra como punto fundamental en la (figura 2.6) donde la pendiente $dq/d\rho$ desaparece, entonces al derivar da:

$$\frac{dq}{d\rho} = v_{max} \frac{d}{d\rho}(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{max}})$$

$$\frac{dq}{d\rho} = v_{max}(\frac{1 - 2\rho(\rho_{max}) - \rho^2(0)}{(\rho_{max})^2})$$

Por lo tanto,

$$\frac{dq}{\rho_{max}} = v_{max}(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}})$$

Si el valor de, $\frac{dq}{\rho_{max}} = 0$ se tiene ecuación (2.16):

$$0 = v_{max}(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}) \quad (2.16)$$

$$0 = v_{max} - \frac{2v_{max}\rho}{\rho_{max}}$$

$$-2\rho v_{max} = -(v_{max})(\rho_{max})$$

$$-2\rho = -\rho_{max}$$

Aplicando el álgebra hasta obtener la ecuación(2.17)

$$\rho = \frac{-\rho_{max}}{-2} \quad (2.17)$$

Para obtener el flujo Máximo de la densidad en la ecuación(2.15) sustituimos a la ecuación (2.17) y tiene como efecto la ecuación (2.18).

$$q_{max} = v_{max}\left(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{max}}\right)$$

$$q_{max} = v_{max}\left(\frac{\rho_{max}}{2} - \frac{(\rho_{max})^2}{4\rho_{max}}\right)$$

$$q_{max} = v_{max}\left(\frac{\rho_{max}}{2} - \frac{(\rho)^2}{4\rho_{max}}\right)$$

$$q_{max} = v_{max}\left(\frac{2(\rho_{max})^2 - (\rho_{max})^2}{4\rho_{max}}\right)$$

$$q_{max} = v_{max}\left(\frac{(\rho_{max})^2}{4\rho_{max}}\right)$$

$$q_{max} = \frac{v_{max}\rho_{max}}{4}$$

por lo tanto, nos da la ecuación (2.18).

$$q_{max} = \frac{1}{4}(v_{max})(\rho_{max}) \quad (2.18)$$

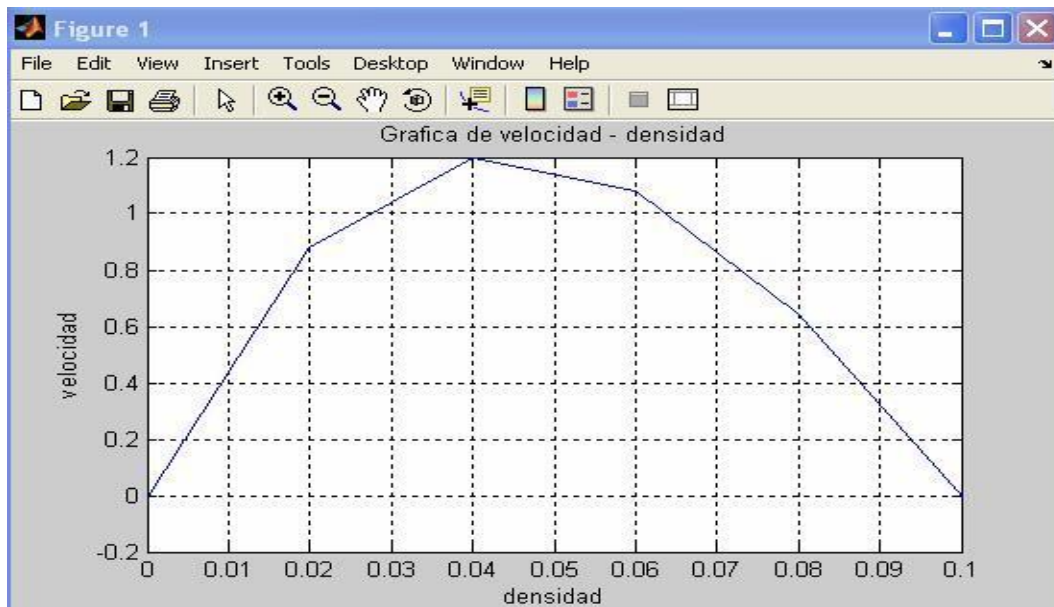


Figura 2.7: Gráfica del conductor parabólico

2.3.2. Ecuación de Advección

Las ecuaciones hiperbólicas, notamos que es familiar a la ecuación de onda, entonces se tiene la ecuación(2.19):

$$\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \quad (2.19)$$

donde:

$a(x, t)$: Es amplitud de onda

C : Es velocidad de onda

Las ecuaciones del movimiento para una partícula fueron de la forma:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = f(r, v) \quad (2.20)$$

Donde:

r : Es posición

v : Es velocidad

d : Es partícula

Para resolver numéricamente, nos da generalmente la ecuación(2.20) como de ecuaciones de primer orden.

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= f(r, v); \\ \frac{dr}{dt} &= v\end{aligned}\tag{2.21}$$

Para la ecuación de onda se ve la semejanza e introducimos las variables.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\partial a}{\partial t}; \\ q &= C \frac{\partial a}{\partial x}\end{aligned}\tag{2.22}$$

La ecuación de la onda ahora puede ser escrita como el par de ecuaciones:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = C \frac{\partial q}{\partial x}\tag{2.23}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = CB \frac{\partial a}{\partial x}\tag{2.24}$$

donde:

$$a = \begin{pmatrix} \rho \\ q \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aunque la ecuación de onda sea la más familiar a la ecuación hiperbólica, no es la ecuación hiperbólica. Nosotros utilizaremos tanto nuestra ecuación del modelo hiperbólico como la ecuación de advección [9].

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -C \frac{\partial a}{\partial x}\tag{2.25}$$

La ecuación(2.25) describe la evolución del campo escalar pasivo, $a(x, t)$, lleva un flujo constante de velocidad C . Esta ecuación también es conocida como ecuación lineal de convección. Con la ecuación de advección de ondas únicamente se mueven en una sola dirección, aunque el movimiento de ondas

de izquierda y derecha se describen usando la ecuación(2.24), la ecuación de la advección de vector. Las ecuaciones de la advección son el ejemplo mas sencillo de una ecuación del flujo de conservación.

La ecuación general de la continuidad en EDP, ecuación(2.7) substituyéndolo con el modelo lineal de conductor ecuación(2.13) y utilizar el álgebra dando ecuación(2.26):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v(\rho))}{\partial x} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Vmax(\rho - \frac{\rho^2}{\rho max})) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + Vmax(1 - \frac{2\rho}{\rho max}) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + C(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (2.27)$$

Por lo tanto, nos da como resultado

$$C(\rho) = Vmax(1 - \frac{2\rho}{\rho max}) \quad (2.28)$$

Nos damos cuenta que $C(\rho)$ es también lineal como la ecuación (2.13) y la ecuación (2.21) y tomando las condiciones de la densidad, dan los valores.

$$C(0) = Vmax$$

$$C(\rho max) = -Vmax$$

$$C(\rho) = Vmax(1 - \frac{2\rho}{\rho max})$$

La función $C(\rho)$ no es la velocidad del tráfico sino, es la velocidad a la cual las perturbancias (ondas) en el flujo pueden viajar, ya que $C(\rho)$ puede

tomar ambos valores positivo o negativo, las olas se pueden mover en ambas direcciones. Note, sin embargo, que $C(\rho) \leq v(\rho)$, así que las ondas nunca pueden moverse más rápido que los carros.

2.3.3. Método de las características

Para $C(\rho) = \text{constante}$, tenemos la ecuación de advección para la cual sabemos la solución. Se construye una solución analítica de tráfico vehicular:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -C(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2.29)$$

Sabemos que, con el tiempo, la condición inicial, $\rho(x, t = 0) = \rho_0(x)$ es traducida con velocidad C . Considerando el bosquejo del plano xt mostrado en la (figura 2.8).

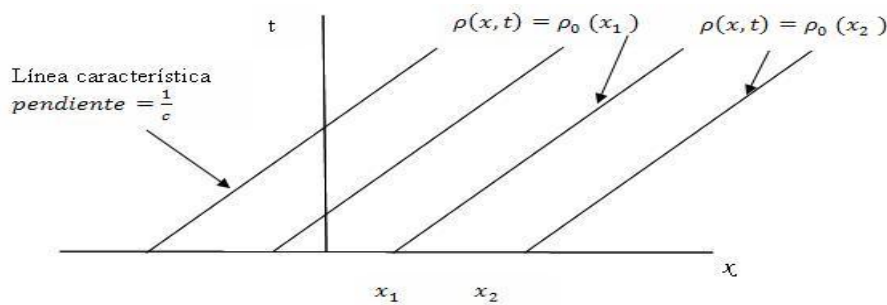


Figura 2.8: Líneas características para la ecuación de advección.

La pendiente de la línea de las características está formada por $1/c$, donde da una serie de pendientes sea hacia las x 's positivas ó a las x 's negativas $\rho(x, t) = \rho_0(x_1), \rho_1(x_2), \rho_2(x_3) \dots, \rho_n(x, t) = \rho(x_n)$.

2.3.4. Tráfico en un semáforo en rojo

Vamos a resolver un problema de tráfico actual. El problema simple que podemos resolver tiene la distribución inicial. Esta es una función escalón.

$$\rho(x, t = 0) = \rho_0(x) = \begin{cases} \rho_{max} & x < 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

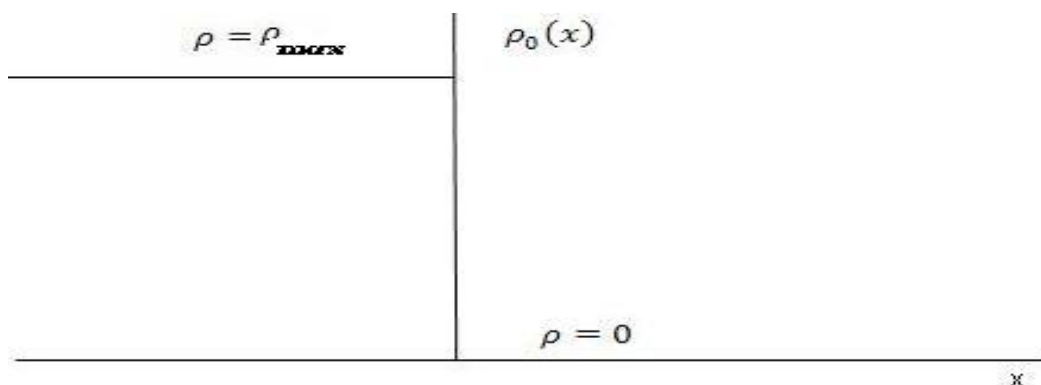


Figura 2.9: El tráfico en movimiento después de que el semáforo cambia a verde.

Utilizando la función de escalón ayudará a resolver el fenómeno de tráfico vehicular, empezando a resolver la distribución inicial.

En la (figura2.9) muestra la densidad está al máximo cuando $x < 0$, es decir, cuando el semáforo está en luz roja. Y la densidad decrementa a cero cuando $x > 0$, osea, que la luz del semáforo está en verde, se entiende que los carros están avanzando, como en la (figura 2.10).

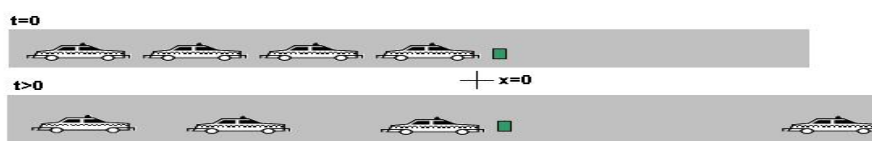


Figura 2.10: movimiento en semáforo verde

Se inicia dibujando las líneas características sobre el eje x positivo. Estas líneas tienen una pendiente $1/c(0) = 1/v_{max}$. Si sombreamos la región de la densidad constante se tiene la (figura2.11).

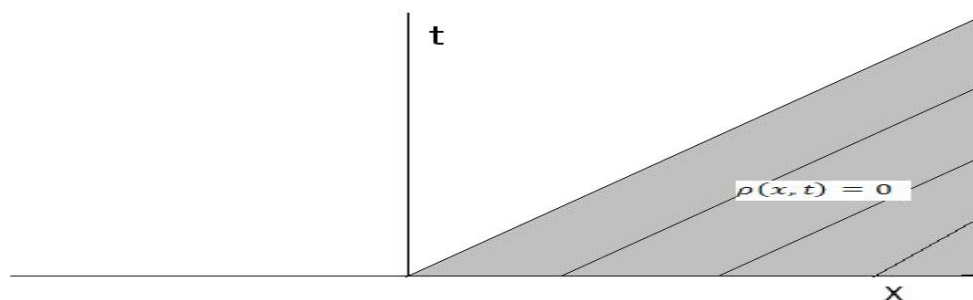


Figura 2.11: . La construcción parcial de la región sombreada la densidad $\rho(x, t)$ es cero. La frontera izquierda de esta región está dada por la posición del coche.

Cuando se tiene una pendiente $\frac{1}{c(0)} = \frac{1}{v_{max}}$ en lo cual nos da una densidad constante en el eje de las X positivas.

El primer carro dentro de la luz verde podría moverse en la velocidad máxima porque no hay carros enfrente de él. El límite de la región $\rho(x, t) = 0$ es justamente la localización del primer carro. Ahora agregamos las líneas características para los puntos en las x negativas, como se muestra en la (figura 2.12)

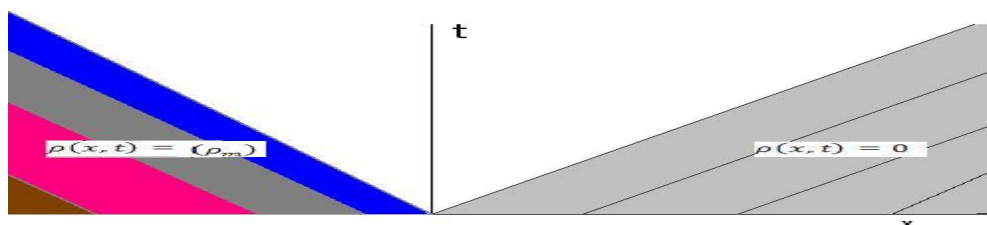


Figura 2.12: . Construcción parcial de $\rho(x, t)$ en el plano x (vs) t usando líneas características. La región sombreada a la izquierda es igual a la $\rho(x, t)$ la densidad es máxima.

Para obtener todas las líneas características debemos recordar que nuestra condición inicial es discontinua. Supongamos que modificamos $\rho(x)$ para que varíe continuamente de ρ_{max} a cero en un intervalo de radio ϵ sobre $x = 0$. Las pendientes de las líneas características en este intervalo pueden variar continuamente de $1/v_{max}$ a $-1/v_{max}$ ver la (figura 2.13).

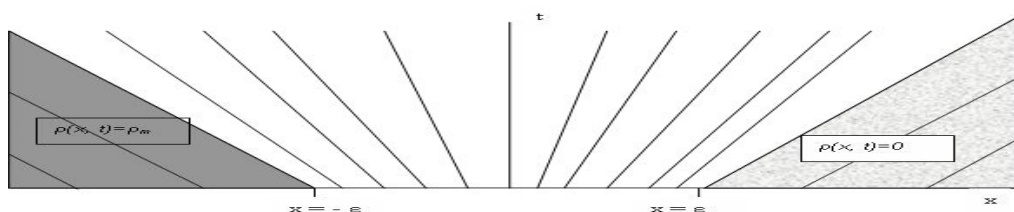


Figura 2.13: Líneas características para un perfil de densidad inicial continua. Este perfil de densidad va a funcionar cuando $\epsilon \rightarrow 0$

La solución puede ser escrita analíticamente como:

$$\rho(x, t) = \begin{cases} \rho_{max} & \text{por } x \leq -v_{max} t \\ c^{-1}(x/t) & \text{por } x > 0 \\ 0 & \text{por } x \geq v_{max} t \end{cases} \quad (2.31)$$

Donde $c^{-1}(c(\rho)) = \rho$, tal que c^{-1} es la función inversa de (ρ) . Usando la ecuación(2.16) tenemos:

$$\rho(x, t) = \begin{cases} \rho_{max} & \text{para } x \leq -v_{max}t \\ \frac{\rho_{max}}{2} & \text{para } -v_{max}t < x < v_{max}t \\ 0 & \text{para } x \geq v_{max}t \end{cases} \quad (2.32)$$

La ecuación (2.32) constituye la solución analítica del problema del tráfico vehicular en un semáforo. Notemos que en la región $v_{max} t < x < v_{max}t$, la densidad varía linealmente con la posición ver (Figura 2.14).

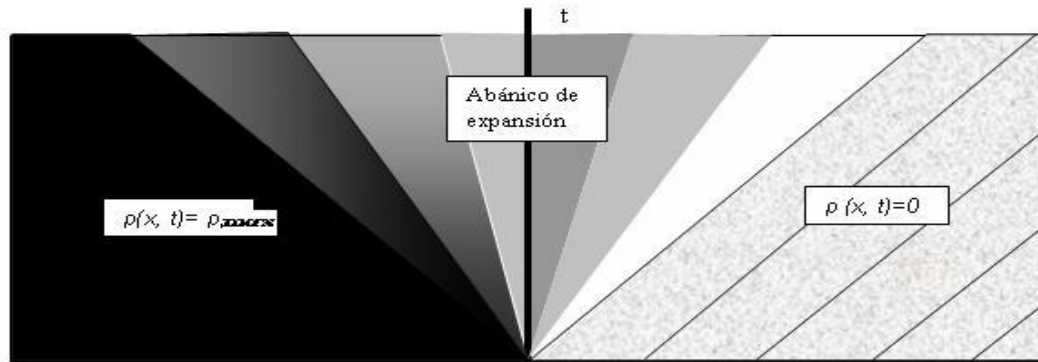


Figura 2.14: Construcción de $\rho(x, t)$ en el plano x (vs) t usando líneas características.

Teniendo la solución analítica de tráfico vehicular, se puede demostrar a través del método de características con las condiciones $-v_{max}(t) < x < v_{max}$ y así varía linealmente la posición.

Capítulo 3

INVESTIGACIÓN DE CAMPO

3.1. Descripción del problema

Apartir de una recolección de datos reales sobre el Boulevard 5 de mayo, analizamos el tráfico vehicular, para modelar y aplicar las ecuaciones correspondiente al sistema macroscópico.

LUGAR: Se observó el Boulevard heroes 5 de mayo entre la Palafox y Mendoza hasta la 2 oriente como se muestra en la figura (3.1), como se utiliza el modelo macróscopico, es decir, verlo desde lo alto es el ideal el lugar, ya que se cuenta con un puente que inicia en el centro de convenciones y finaliza en el barrio de la artista.



Figura 3.1: Boulevard Heroes 5 de mayo

MATERIAL:

- 1 Cámara de video
- 1 Metro
- 1 Cronómetro
- Papel y lápiz
- El puente donde esta el centro de convenciones.

DIA: Se tomaron 3 dias de la semana y esas horas porque donde se encuentra el puente esta abierto en ese horario.

1er dia : horarios de 9:00 a.m, 11:00 a.m, 13:00 p.m, y 15:00 pm

2do dia : horarios de 9:00 a.m, 11:00 a.m, 13:00 p.m, y 15:00 pm

3er dia : horarios de 9:00 a.m, 11:00 a.m, 13:00 p.m, y 15:00 pm

SEMÁFORO:

Luz verde: 96 segundos.

Luz ambar: Fue considerado en el tiempo de la luz verde.

Luz roja: 37 segundos.

DISTANCIA: 66 metros

VELOCIDAD MÁXIMA: En general $60\text{km/hr} = 16.667\text{ m/s}$, pero en este caso la V_{max} depende de los datos de las tablas de los tres dias de muestra.

En el video se observó que la entrada se divide en tres carriles, la primera viene de la palafox y mendoza, la segunda del boulevard 5 de mayo y el ultimo del carril de analco, ver (figura 3.2).



Figura 3.2: Tres entradas

El carril que se va a tomar la muestra, de los cuatro carriles, es la penúltima de derecha hacia la izquierda (figura 3.3).



Figura 3.3: Carril donde se sacan las muestras

Con una salida , es decir, una sola dirección que sigue el Boulevard Héroes 5 de mayo (figura 3.4).



Figura 3.4: salida

3.1.1. Solución experimental

En el Boulevard heroes 5 de mayo entre la Palafox y Mendoza hasta la 2 Oriente se hizo la observación desde el puente del centro de convenciones durante tres días entre semana con el horario similar para así poder ver la diferencias de tráfico. Nos dimos cuenta que a las 9 de la mañana había menos congestionamiento que a las 2 de la tarde, por la salida de escuela, horas de comidas.

Los vehiculos mas frecuentes son carros pequeños, algunos carros de transporte público y uno que otro carros de turismo, pero se consideró unicamente grabar los autos chicos en el penúltimo carril. Esto se basa en el enfoque macroscópico, ya que la observación es desde la altura y así registrar las relaciones globales como flujo, velocidad y densidad de tráfico.

También se observa los cambios de semáforo verde-ambar ó rojo.

Si el semáforo es rojo hay dos casos:

1 er caso, detrás de este se ve el tráfico a su máxima densidad, es decir, los carros están uno tras otro, la densidad decrementa cuando los carros estan en movimiento, es decir, se separan y este efecto se propaga dentro del flujo de tráfico con una finita ola de velocidad.

2do caso, delante de este se visualiza el tráfico con una máxima velocidad, es decir no hay carros uno tras otro, la densidad es cero.

Si el semáforo está en verde, los carros empiezan a avanzar, intuitivamente, esto depende de la reacción del carro que está adelante.

Con esta información aparecen los parámetros necesarios que se utilizan en el modelo matemático, los cuales son: flujo, densidad y velocidad. Pero, el parámetro sobre el cual los otros giran y se hace el más importante es la **densidad**.

3.1.2. Procedimiento

1. Se grabó con la cámara sobre el puente que esta junto al centro de convenciones durante diferentes tiempos a las 9:00 am 11:00 am, 1:00 pm y 3:00 para observa el flujo de trafico (se hicieron varias tomas).
2. Se midió la longitud de la carretera donde se grabó el flujo de tráfico, dando como resultado 66 metros.
3. En el video grabado se contó el número de autos de entrada, cuando el semáforo estaba en rojo y el tiempo que transcurría.
4. Se contó el número de autos de salida, cuando el semáforo cambió a verde, considerando el tiempo igual a cero y registrando a partir de este el tiempo que transcurría.
5. A partir de los datos obtenidos en el video obtenemos la información

necesaria para sacar la velocidad máxima, la densidad máxima, flujo, velocidad de Onda, así concluimos que cuando el semáforo cambió a rojo se empezó a llenar el tramo de carretera que se estaba estudiando.

La información observada, en tablas y en gráficas se necesitan de operaciones algebraicas para tener mayor comprensión como se verán más adelante.

Se observa que en cada cambio hay un número de vehículos a lo que se llamará **ocupación** que esta definido por el número de vehículos que llegan a la calle menos los vehículos que dejan de estar en él. Lo que hay al principio (V_p) más lo que llegan (V_{in}) menos lo que sale (V_{out}).

$$Ocupación = V_p + V_{in} - V_{out} \quad (3.1)$$

La densidad (ρ) esta definida por el cociente de la suma de vehículos que entran en la carretera (V_p) más los vehículos que llegan (V_{in}) entre la distancia (d).

$$\rho = \frac{(V_p + V_{in})}{d} \quad (3.2)$$

El resultado de la operación de la ecuación (3.2) se consigue la densidad máxima (ρ_{max}) para así utilizarla en las operaciones.

Antes del flujo total se da otro cálculo para llegar a éste (preflujo), ($pre - q$) que está definida por el cociente del número que salen (V_{out}) entre el tiempo del semáforo en verde (96 segundos) para así adquirir los datos de la pre-velocidad ($pre - V$).

$$pre - q = \frac{V_{out}}{96s} \quad (3.3)$$

La pre-velocidad ($pre - V$) está definida por el cociente de pre-flujo ($pre - q$) entre la densidad (ρ).

$$pre - V = \frac{q}{\rho} \quad (3.4)$$

Esta ecuación(3.4) es utilizada para tener cada una de las tablas, su velocidad máxima (V_{max}).

El flujo total (q) está definida por el producto de la velocidad máxima (V_{max}) por la diferencia de la densidad (ρ) menos el cociente de la densidad al cuadrado (ρ^2) entre densidad máxima (ρ_{max}).

$$q = V_{max}\left(\rho - \frac{\rho^2}{\rho_{max}}\right) \quad (3.5)$$

La velocidad total (V) está definida por el producto de la velocidad máxima (V_{max}) por la diferencia de uno menos el cociente de la densidad ρ entre la densidad máxima (ρ_{max}).

$$V = V_{max}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}\right) \quad (3.6)$$

La velocidad de Onda $C(\rho)$ esta definida por el producto de la velocidad máxima (V_{max}) por la diferencia de uno menos el cociente de dos veces densidad (ρ) entre densidad máxima (ρ_{max}).

$$C(\rho) = V_{max}\left(1 - \frac{2\rho}{\rho_{max}}\right) \quad (3.7)$$

3.2. Tablas y Gráficas

3.2.1. Datos que se obtuvieron en el primer día

Teniendo los datos reales a través de la observación de campo, se tiene la primer tabla del *primer día* (tabla 3.1) donde las columnas significan:

HORA : Es el tiempo transcurrido del primer día al grabar de las 9:00 am hasta 3:00 pm, esto es cada vez que cambia la luz del semáforo, es decir, casi por minuto.

Vp : Se muestra los carros que permanecen cuando cambia el semáforo en rojo.

V-in : Son los autos que entran, ya sea, cuando el semáforo esté en rojo (autos detenidos) ó en verde (autos en movimiento).

V-out Vehículos que están saliendo cuando el semáforo está en verde.

Ocupación : Tenemos los carros que permanecen más los carros que entran menos los autos que salen.

Densidad : Los autos que permanecen más los que entran entre la distancia que es 66 metros de carretera.

La densidad Máxima : Se da el máximo=1,166666667 por todos los datos ya obtenidos en la columna de la densidad .

pre-flujo : Los autos que salen divididos entre 96 segundos.

pre-velocidad : El pre-flujo es dividido entre la densidad ya obtenido.

La velocidad Máxima : Se da el máximo= 0,603316327 por todos los datos de la columna del pre-flujo.

Flujo : Utilizando la ecuación(3.4) y sustituyéndola con los resultados precisos como: velocidad máxima, densidad y densidad máxima.

Velocidad : Se da al tener la ecuacion(3.5) e intrudicir los datos obtenidos anteriormente como son: velocidad máxima, densidad y densidad máxima.

Velocidad en Onda : Se nos da, colocando la información adquirida a la ecuación(3.6).

Cada información que se va obteniendo es utilizada para tener los demás valores con ayuda de las fómulas ya establecidas en este capítulo. También en las tabla de datos deben estar ordenados ascendentemente con la prioridad de la densidad, ya que como vimos anteriormente la variable única es la densidad que es el número de auto por longitud.

Primer día

Hora	(V_p)	(V_{in})	(V_{out})	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
13:30	20	0	9	11	0.30	0.09	0.30	0.13	0.44	0.28
13:32	24	1	13	12	0.37	0.13	0.35	0.15	0.40	0.21
15:01	8	18	19	7	0.39	0.19	0.50	0.15	0.39	0.19
11:01	23	12	16	19	0.53	0.16	0.34	0.17	0.32	0.54
9:09	22	14	14 16	20	0.54	0.16	0.30	0.17	0.32	0.03
15:00	11	26	29	8	0.56	0.30	0.53	0.17	0.31	0.02
15:04	8	30	29	9	0.57	0.30	0.52	0.17	0.30	0.00
9:01	8	32	24	16	0.60	0.25	0.41	0.17	0.28	-0.023
9:04	27	15	27	15	0.63	0.28	0.44	0.17	0.27	-0.05
15:03	6	39	37	8	0.68	0.38	0.56	0.17	0.25	-0.10
9:06	20	28	28	20	0.72	0.29	0.40	0.16	0.22	-0.14
15:02	7	42	43	6	0.74	0.44	0.60	0.16	0.21	-0.16
9:07	20	34	32	22	0.81	0.33	0.40	0.14	0.18	-0.24
9:02	16	39	37	18	0.83	0.38	0.46	0.14	0.17	-0.25
11:02	19	43	42	20	0.93	0.43	0.46	0.11	0.11	-0.36
9:02	0	63	55	8	0.95	0.57	0.60	0.10	0.10	-0.38
13:33	12	53	54	11	0.98	0.56	0.57	0.09	0.09	-0.41
9:05	15	51	46	20	1	0.47	0.47	0.8	0.8	-0.43
11:00	20	51	48	23	1.07	0.5	0.46	0.05	0.04	-0.50
13:31	11	60	47	24	1.07	0.48	0.45	0.05	0.047	-0.50
9:08	22	52	52	22	1.12	0.54	0.48	0.02	0.02	-0.55
9:03	18	59	50	27	1.16	0.52	0.44	0	0	-0.60

Cuadro 3.1: Tabla de datos del primer día

Esta es la primera tabla donde encontramos los datos y cálculos para ver el comportamiento del fenómeno.

3.2.2. Gráficas que se obtuvieron en el primer día

En la (figura 3.5) Flujo- Densidad nos representa el comportamiento del flujo de tráfico mientras se llena el tramo de carretera.

Donde las ejes de las x's son la densidad que es el número de carros que hay por unidad de longitud y la ejes de las y's nos representa el flujo que es la tasa o frecuencia de paso de número de vehículos por un punto o sección, durante un tiempo menor a una hora. Donde el punto inicial (0.3030303030, 0.135337), la densidad máxima es de 1.1666666667 y tiene un punto final (1.1666666667, 0) con estos puntos nos damos cuenta que es una parábola inversa, la cual demuestra la ecuación(2.17). El la parte alta de la curva da el flujo máximo en este caso es 0,175937583, que es llamado por los ingenieros de tráfico como la capacidad del camino.

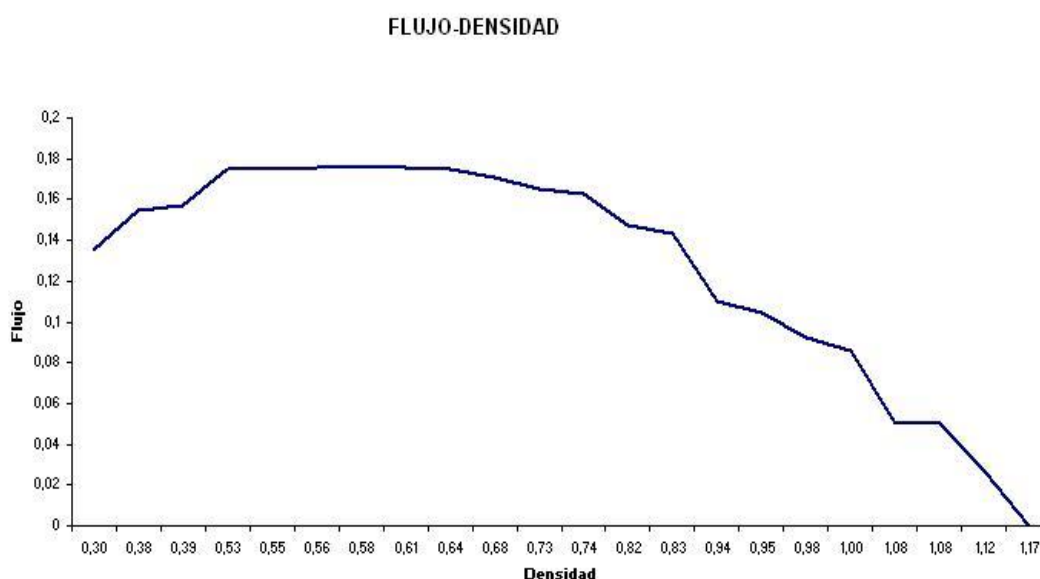


Figura 3.5: Gráfica de flujo del primer día

La relación lineal velocidad-densidad (figura 3.6) provee una buena aproximación para la porción central de una curva empírica, velocidad - densidad como la que se muestra, representa el comportamiento de la velocidad de trá-

fico de la carretera que se analiza. Si prestamos atención se ve que el punto inicial es $(0.3030303030, 0.446610787)$, donde 0.3030303030 es la mínima densidad y 0.446610787 es la velocidad máxima. El punto final es $(1.1666666667, 0)$, donde 1.1666666667 sigue siendo la densidad máxima y 0 la velocidad mínima, demuestra la ecuación(2.11).

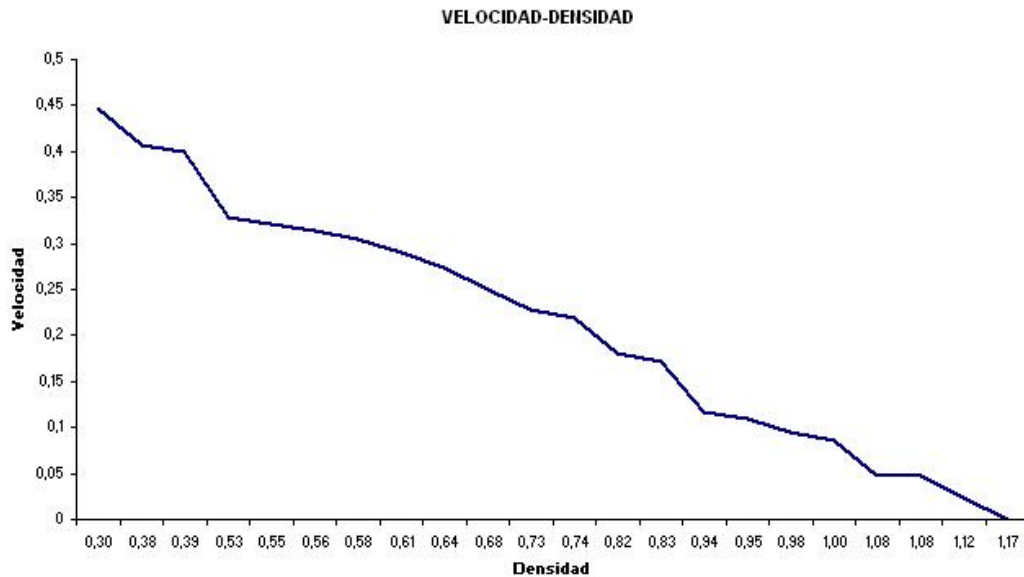


Figura 3.6: Gráfica de velocidad del primer día

Contamos con el hecho de que no estamos haciendo una observación larga para una ley mecánica, porque sabemos que las velocidades de los vehículos dependen de sus conductores.

El conductor responde a lo que el vehículo de enfrente hace, aunque en un modelo macroscópico no puede contar para esto directamente. Los conductores además responden a la densidad del tráfico alrededor de ellos, suben la velocidad en un tráfico ligero y disminuyen la velocidad (quizá involuntariamente) en un tráfico pesado.

Así, nosotros estamos tentados a postular que la velocidad de un vehículo depende solo de la densidad del tráfico, como se muestra en la (figura3.7), ya que representa el comportamiento de la Velocidad de Onda de tráfico de la carretera. El punto inicial es $(0.3030303030, 0.289905248)$, donde

0.3030303030 es la densidad mínima y el 0.289905248 es la velocidad máxima de Onda.

El punto final (1.1666666667, -0,603316327), donde 1.1666666667 es la densidad máxima y -0,603316327 es la velocidad de Onda mínimo.

La cual nos da una línea tanto en eje de Y (positivas y negativas).

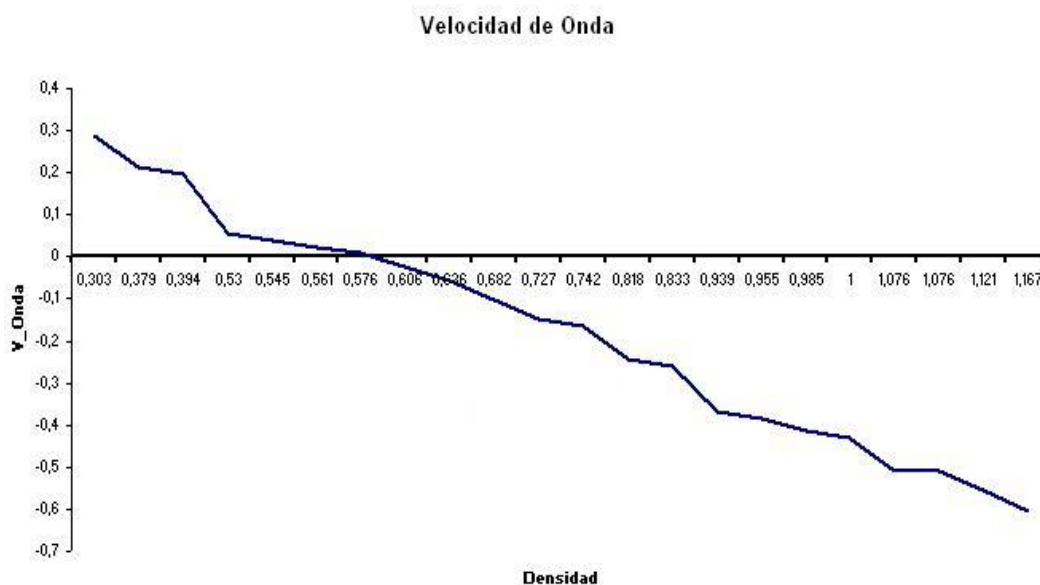


Figura 3.7: Gráfica de velocidad de Onda del primer día

3.2.3. Datos que se obtuvieron en el segundo día

En el segundo día de observación se utiliza la misma técnica del primer día, son las mismas variables y mismo procedimiento para encontrar los valores necesarios, así nos da la (tabla 3.2). La variable constante será la distancia de 66 metros. La densidad máxima de 1,681818182 y la velocidad máxima de 0,6875, cambia por los vehículos de entrada y los vehículos de salida tomando en consideración el semáforo sea (rojo o verde). Y así representar el comportamiento de flujo, velocidad densidad y velocidad de Onda (conductor) de tráfico a través de las gráficas

Segundo día

Hora	(V_p)	(V_{in})	(V_{out})	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
15:04	8	54	55	7	0.93	0.57	0.60	0.28	0.30	-0.08
15:10	8	55	54	9	0.95	0.56	0.58	0.28	0.29	-0.09
9:06	5	62	65	2	1.015	0.67	0.66	0.27	0.27	-0.14
11:02	9	59	43	25	1.03	0.44	0.43	0.27	0.26	-0.15
15:00	12	59	64	7	1.07	0.66	0.19	0.26	0.24	-0.19
15:30	9	64	73	0	1.10	0.76	0.68	0.26	0.23	-0.216
11:04	13	61	60	14	1.12	0.62	0.55	0.25	0.22	-0.22
15:08	12	62	68	6	1.12	0.70	0.63	0.25	0.22	-0.22
15:32	0	74	65	9	1.12	0.67	0.60	0.25	0.22	-0.22
15:34	9	65	72	2	1.12	0.75	0.66	0.25	0.22	-0.22
11:00	12	63	73	2	1.13	0.76	0.66	0.25	0.22	-0.24
15:02	9	67	69	7	1.15	0.71	0.62	0.24	0.21	-0.25
13:34	9	69	77	1	1.18	0.80	0.67	0.24	0.20	-0.27
15:06	7	73	69	11	1.21	0.71	0.59	0.23	0.19	-0.30
9:08	7	75	66	16	1.24	0.68	0.55	0.22	0.17	-0.23
13:32	10	74	60	24	1.27	0.62	0.49	0.21	0.16	-0.35
9:04	10	79	85	4	1.34	0.88	0.65	0.18	0.13	-0.41
13:30	9	92	72	29	1.53	0.75	0.49	0.09	0.06	-0.56
9:00	8	95	79	24	1.56	0.82	0.52	0.07	0.04	-0.58
9:02	13	98	71	40	1.68	0.73	0.43	0	0	-0.68

Cuadro 3.2: Tabla de datos del segundo día

3.2.4. Gráficas que se obtuvieron en el segundo día

La primera gráfica de Flujo-Densidad (figura 3.8) donde el eje de la x 's representa la densidad y el eje de la Y 's representa el flujo donde el punto inicial es $(0.939393939, 0.285097598)$, la densidad máxima 1,681818182, con un

punto final es $(1.681818182, 0)$ y el flujo máximo es $0,285097598$, muestra la forma parabólica el cual demuestra la ecuación(2.17), así dandonos capacidad del camino.

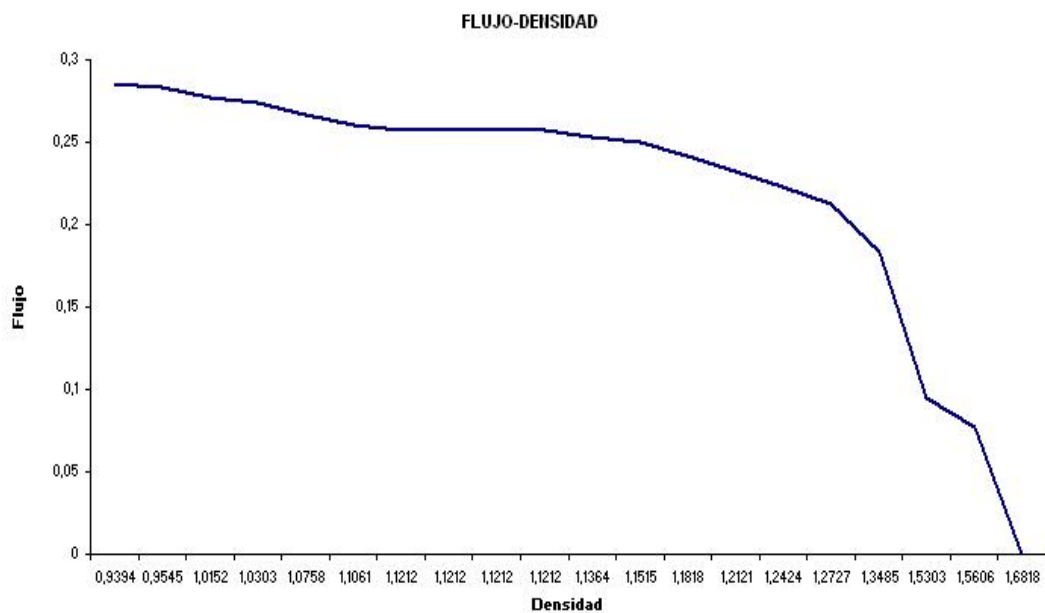


Figura 3.8: Gráfica de flujo del segundo día

En la (figura 3.9) Velocidad - Densidad nos da la aproximación empírica de cómo se comporta la velocidad de tránsito en la carretera que se está analizando en el cual nos da un punto inicial que es $(0.939393939, 0.303490991)$. El punto final es $(1.681818182, 0)$, donde se nota que 0.939393939 es la densidad mínima, el 0.303490991 es la máxima velocidad del punto inicial y del punto final el 1.681818182 es la máxima densidad y 0 es la mínima velocidad como ya se ha demostrado para obtener la ecuación(2.11)

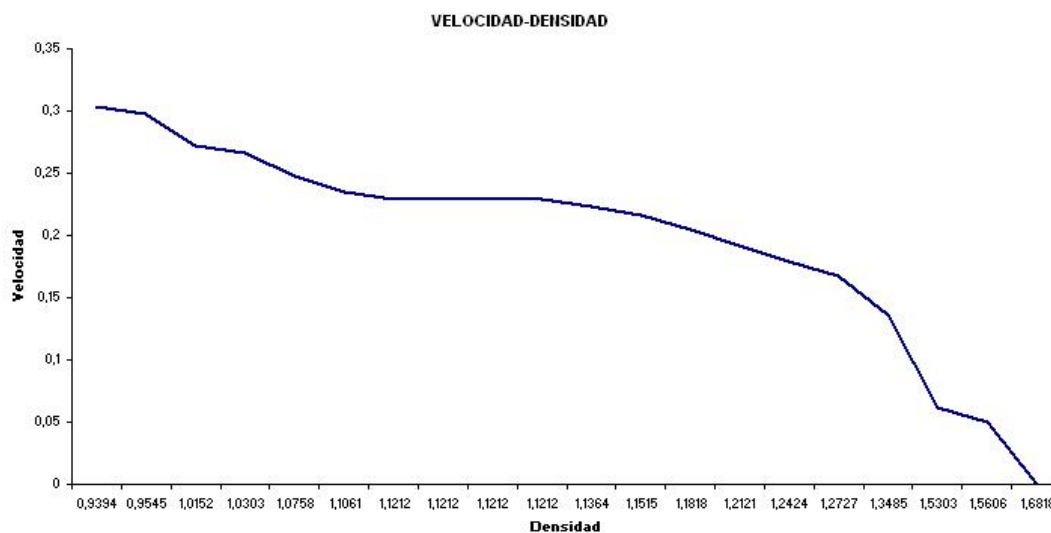


Figura 3.9: Gráfica de velocidad del segundo día

Entonces, como ya se sabe que las velocidad depende del conductor y como lo tomamos macroscópicamente se va dando una velocidad de Onda (ley mecánica) como se ve en la (figura 3.10). El punto inicial es de (0.939393939,-0.080518018), donde la densidad mínima es 0.939393939 y la velocidad de onda máxima es -0.080518018 y el punto final es (1.681818182,-0.6875), donde la densidad máxima es 1.681818182 y la velocidad mínima de onda es -0.6875.

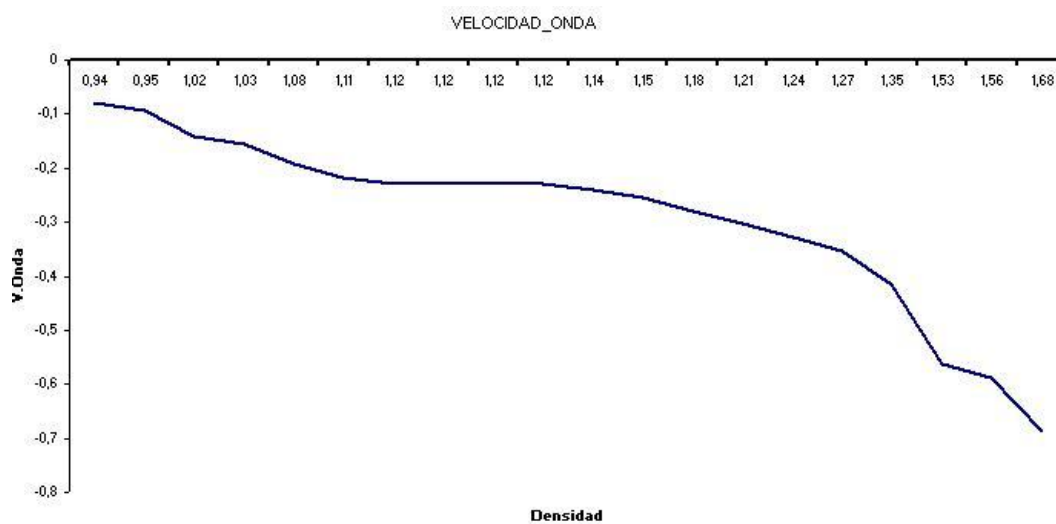


Figura 3.10: Gráfica de Velocidad de Onda del segundo día

3.2.5. Datos que se obtuvieron en el tercer día

Tercer día

Hora	(Vp)	(Vin)	$(Vout)$	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
13:30	9	0	9	0	0.13	0.09	0.68	0.08	0.58	0.48
13:32	13	1	13	1	0.21	0.13	0.63	0.11	0.53	0.37
9:09	7	14	16	5	0.31	0.16	0.52	0.14	0.45	0.22
11:01	12	12	16	8	0.36	0.16	0.45	0.15	0.42	0.15
9:04	12	15	27	0	0.40	0.28	0.68	0.15	0.38	0.08
15:01	12	18	19	11	0.45	0.19	0.43	0.16	0.35	0.02
9:06	5	28	28	5	0.5	0.29	0.58	0.16	0.32	-0.04
15:00	9	26	29	6	0.53	0.30	0.56	0.15	0.29	-0.08
9:07	5	34	32	7	0.59	0.33	0.56	0.15	0.25	-0.17
15:04	9	30	29	10	0.59	0.30	0.51	0.15	0.25	-0.17
9:01	8	32	24	16	0.60	0.25	0.41	0.14	0.24	-0.19
9:02	11	39	37	13	0.75	0.30	0.50	0.10	0.13	-0.42
15:03	11	39	37	13	0.75	0.30	0.50	0.10	0.13	-0.42
11:02	8	43	42	9	0.77	0.43	0.56	0.09	0.12	-0.44
15:02	10	42	43	9	0.78	0.44	0.56	0.08	0.11	-0.46
9:08	7	52	52	7	0.89	0.54	0.60	0.02	0.03	-0.62
11:00	9	51	48	12	0.90	0.05	0.55	0.02	0.02	-0.64
13:31	0	60	47	13	0.90	0.48	0.53	0.02	0.02	-0.64
9:05	10	51	46	15	0.92	0.47	0.51	0.01	0.01	-0.65
13:33	9	53	54	8	0.93	0.56	0.59	0	0	-0.68
9:00	0	63	55	8	0.95	0.57	0.60	-0.01	-0.01	-0.70
9:03	13	59	50	22	1.09	0.52	0.47	-0.12	-0.11	-0.90

Cuadro 3.3: Tabla de datos del tercer día

Para adquirir la tabla del tercer día utilizamos la misma técnica del primer día y segundo para así conocer descriptivamente las gráficas, tomando en

consideración los mismos parámetros y la variable constante que tiene de distancia 66 metros de longitud como se muestra en (tabla 3.3), la densidad máxima es de 1,090909091, una velocidad máxima de 0,6875. En estos cambios dan por consiguiente cambios de información tanto en el velocidad, flujo y velocidad de Onda.

3.2.6. Gráficas que se obtuvieron en el tercer día

La gráfica Flujo-Densidad (figura3.11) nos da el punto inicial es(0.136363636, 0.080141). El punto final es(1.090909091, -0.12097) y el flujo máximo es 0.161290323. En el cual nos da así la forma de una parábola.

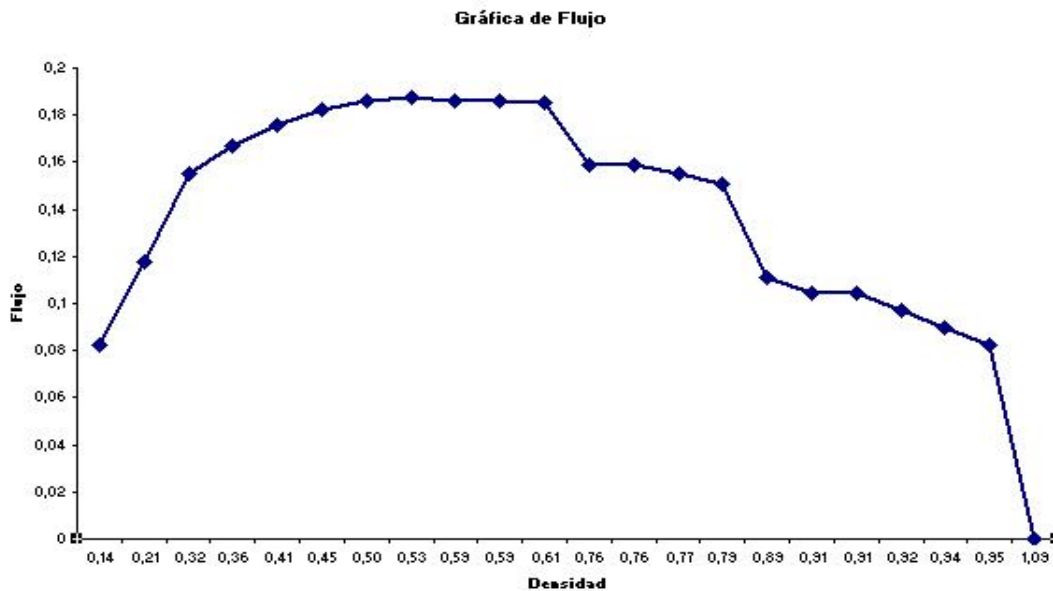


Figura 3.11: Gráfica de flujo del tercer día

La gráfica Velocidad-Densidad (figura 3.12), en donde se encuentra el punto inicial que es (0.136363636, 0.587701613), donde el 0.136363636 es la densidad mínima y 0.587701613 la velocidad máxima y un punto final que es (1.090909091, -0.110887097), donde 1.090909091 es la densidad máxima y -0.110887097 es la velocidad mínima.

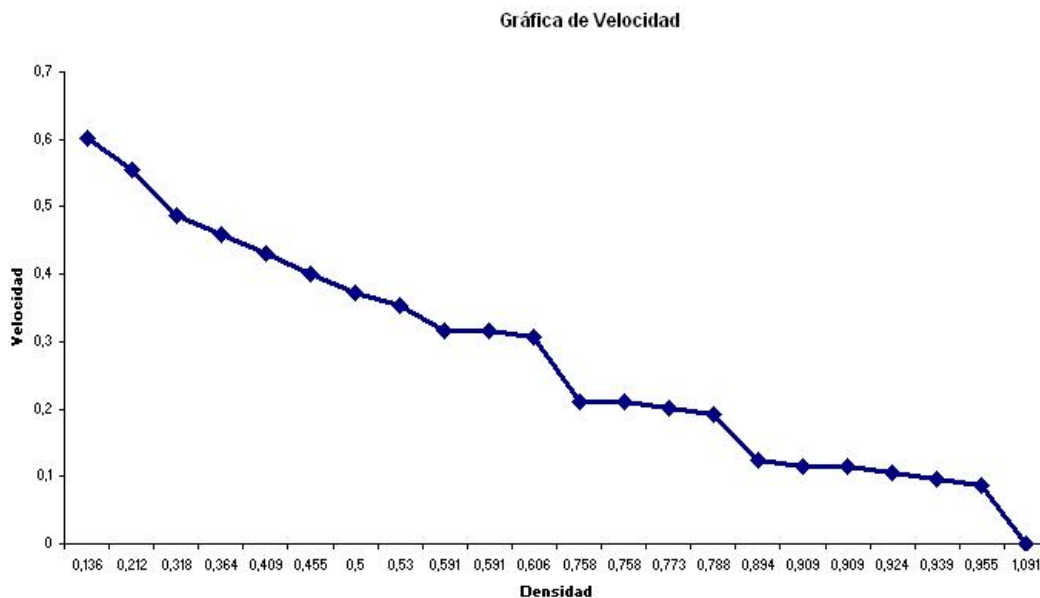


Figura 3.12: Gráfica de velocidad del tercer día

Velocidad de Onda-Densidad(velocidad de conductor) como se ve en la (figura 3.13), con un punto inicial es(0.136363636, 0.487903226). El punto final es (1.090909091,-0.909274194).

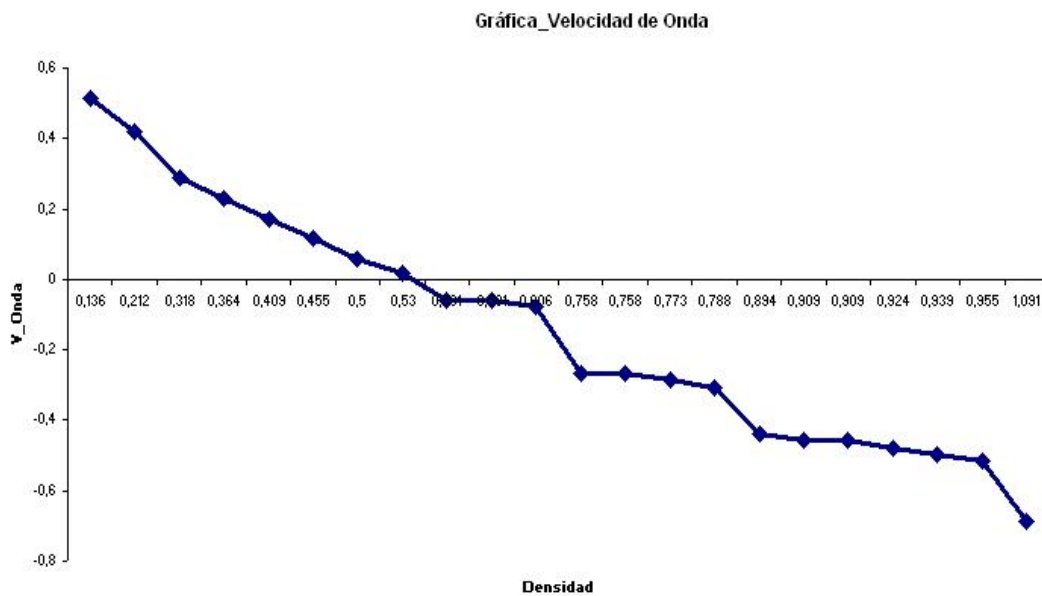


Figura 3.13: Gráfica de Velocidad de Onda del tercer día

3.2.7. Datos que se obtuvieron en Los tres días

Teniendo la información de los tres días (tablas 3.1, 3.2, 3.3) se adquirió una nueva tabla de datos total para conocer descriptivamente las gráficas de flujo-densidad, velocidad-densidad y velocidad de Onda-densidad.

En la (tabla 3.4), se tiene la constante de la longitud de la carretera de 66m de distancia, la densidad máxima es de 1.681818182 y una velocidad máxima de 0,6875. Por lo consiguiente se tornan cambios de información y de gráficas.

Los tres días

Hora	(Vp)	(Vin)	$(Vout)$	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
13:30	9	0	9	0	0.13	0.93	0.68	0.86	0.63	0.57
13:32	13	1	13	1	0.21	0.13	0.63	0.12	0.60	0.51
11:02	20	0	9	11	0.30	0.09	0.30	0.17	0.56	0.43
9:09	7	14	16	5	0.31	0.16	0.52	0.17	0.55	0.42
11:01	12	12	16	8	0.36	0.16	0.45	0.19	0.53	0.39
13:31	24	1	13	12	0.37	0.13	0.35	0.20	0.53	0.37
15:00	8	18	19	7	0.39	0.19	0.50	0.20	0.52	0.36
9:04	12	15	27	0	0.40	0.28	0.68	0.21	0.52	0.35
15:01	12	18	19	11	0.45	0.19	0.43	0.22	0.50	0.31
9:06	5	28	28	5	0.5	0.29	0.58	0.24	0.48	0.27
11:00	23	12	16	19	0.53	0.16	0.31	0.24	0.47	0.25
15:00	9	26	29	6	0.53	0.30	0.56	0.24	0.47	0.25
9:08	22	14	16	20	0.54	0.16	0.30	0.25	0.46	0.24
13:33	11	26	29	8	0.56	0.30	0.53	0.25	0.45	0.22
15:03	8	30	29	9	0.57	0.30	0.52	0.26	0.45	0.21
9:07	5	34	32	7	0.59	0.33	0.56	0.26	0.44	0.20
15:04	9	30	29	10	0.59	0.30	0.51	0.26	0.44	0.20
9:01	8	32	24	16	0.60	0.25	0.41	0.26	0.43	0.19

Hora	(Vp)	(Vin)	$(Vout)$	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
9:01	13	98	71	40	1.68	0.73	0.43	0	0	-0.68
9:03	27	15	27	15	0.63	0.28	0.44	0.27	0.42	0.16
15:02	6	39	37	8	0.68	0.38	0.56	0.27	0.40	0.13
9:05	20	28	28	20	0.72	0.29	0.40	0.28	0.39	0.09
15:01	7	42	43	6	0.74	0.44	0.60	0.28	0.38	0.08
9:02	11	39	37	13	0.75	0.38	0.50	0.28	0.37	0.06
15:03	11	39	37	13	0.75	0.38	0.50	0.28	0.37	0.06
11:02	8	43	42	9	0.77	0.43	0.56	0.28	0.37	0.05
15:02	10	42	43	9	0.78	0.44	0.56	0.28	0.36	0.04
9:06	20	34	32	22	0.81	0.33	0.40	0.28	0.35	0.01
9:02	16	39	37	18	0.83	0.38	0.46	0.28	0.34	0.00
9:08	7	52	52	7	0.89	0.54	0.60	0.28	0.32	-0.04
11:00	9	51	48	12	0.90	0.5	0.55	0.28	0.31	-0.05
13:31	0	60	47	13	0.90	0.48	0.53	0.28	0.31	-0.05
9:05	10	51	46	15	0.92	0.47	0.51	0.28	0.30	-0.06
11:01	19	43	42	20	0.93	0.43	0.46	0.28	0.30	-0.08
15:04	8	54	55	7	0.93	0.57	0.60	0.28	0.30	-0.08
13:33	9	53	54	8	0.93	0.56	0.59	0.28	0.30	-0.08
9:00	0	63	55	8	0.95	0.57	0.60	0.28	0.29	-0.09
15:10	8	55	54	9	0.95	0.56	0.58	0.28	0.29	-0.09
11:04	13	61	60	14	1.12	0.625	0.55	0.25	0.22	-0.22
15:08	12	62	68	6	1.12	0.70	0.63	0.25	0.22	-0.22
15:32	0	74	65	9	1.12	0.67	0.60	0.25	0.22	-0.22
15:34	9	65	72	2	1.12	0.75	0.66	0.25	0.22	-0.22
11:00	12	63	73	2	1.13	0.76	0.66	0.25	0.22	-0.24
15:02	9	67	69	7	1.15	0.71	0.62	0.24	0.21	-0.25
15:04	18	59	50	27	1.16	0.52	0.44	0.24	0.21	-0.26
13:34	9	69	77	1	1.18	0.80	0.67	0.24	0.20	-0.27

Hora	(Vp)	(Vin)	$(Vout)$	Ocupación	ρ	$(pre - q)$	$(pre - V)$	(q)	(V)	$c(\rho)$
15:06	7	73	69	11	1.21	0.71	0.59	0.23	0.19	-0.30
9:08	7	75	66	16	1.24	0.68	0.55	0.22	0.17	-0.32
13:32	10	74	60	24	1.27	0.62	0.49	0.21	0.16	-0.35
9:04	10	79	85	4	1.34	0.88	0.65	0.18	0.13	-0.41
13:30	9	92	72	29	1.53	0.75	0.49	0.09	0.06	-0.56
9:00	8	95	79	24	1.56	0.82	0.52	0.07	0.04	-0.58
9:02	13	98	71	40	1.68	0.73	0.43	0	0	-0.68
9:00	0	63	55	8	0.95	0.57	0.60	0.28	0.29	-0.09
13:32	12	53	54	11	0.98	0.56	0.57	0.28	0.28	-0.11
9:04	15	51	46	20	1	0.47	0.47	0.27	0.27	-0.13
9:06	5	62	65	2	1.015	0.67	0.66	0.27	0.27	-0.14
11:02	9	59	43	25	1.03	0.44	0.43	0.27	0.26	-0.15
9:09	20	51	48	23	1.07	0.5	0.46	0.26	0.24	-0.19
13:30	11	60	47	24	1.07	0.48	0.45	0.26	0.24	-0.19
15:00	12	59	64	7	1.07	0.66	0.61	0.26	0.24	-0.19
9:03	13	59	50	22	1.09	0.52	0.47	0.26	0.24	-0.20
15:30	9	64	73	0	1.16	0.76	0.68	0.26	0.23	-0.21
9:07	22	52	52	22	1.12	0.54	0.48	0.25	0.22	-0.22

Cuadro 3.4: Tabla de datos de los tres días

3.2.8. Gráficas que se obtuvieron en los tres días

El comportamiento de tráfico mientras se llena la carretera nos da la gráfica Flujo-Densidad (figura 3.14), en que el punto inicial es $(0.136363636, 0.086149)$. El punto final es $(1.681818182, 0.0)$, el flujo máximo es 0.289039039 , en el cual esta combinación de los tres días que hemos observado nos da la gráfica similar a los anteriores días, en la cual nos muestra la parábola.

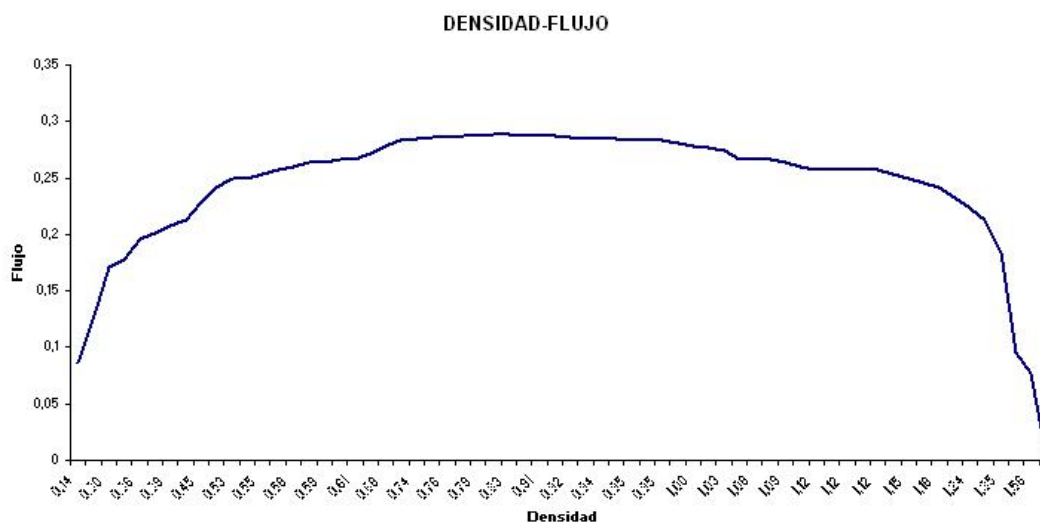


Figura 3.14: Gráfica de flujo de los tres días

La gráfica Velocidad- Densidad (figura 3.15), en donde se encuentra el punto inicial que es $(0.136363636, 0.631756756757)$, en el que 0.136363636 es la densidad mínima y 0.631756756757 la velocidad máxima y un punto final que es $(1.681818182, 0.0)$, donde 1.681818182 es la densidad máxima y 0.0 es la velocidad mínima.

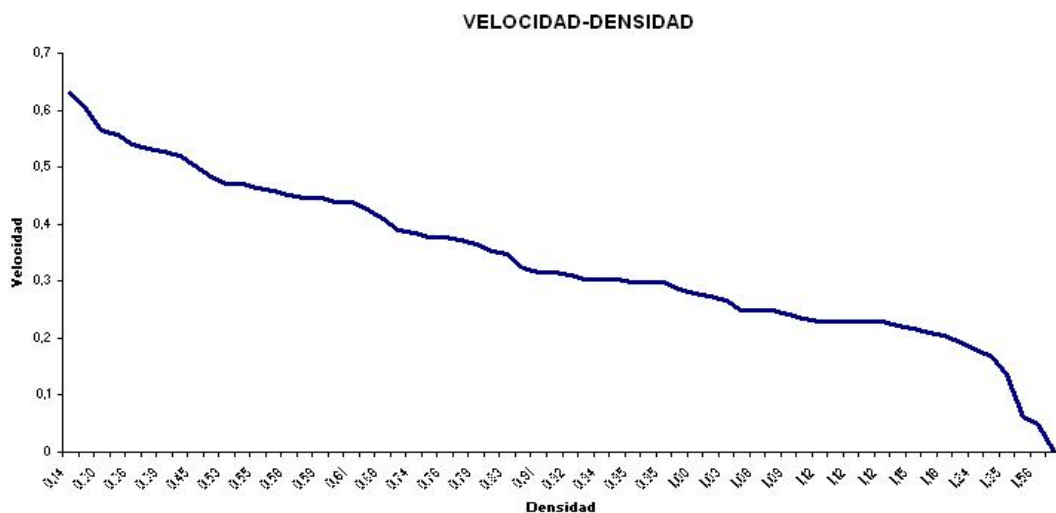


Figura 3.15: Gráfica de velocidad de los tres días

Velocidad de Onda- Densidad como se ve en la (figura 3.16), con un punto inicial es $(0.136363636, 0.576013514)$. El punto final es $(1.681818182, 0.0)$.

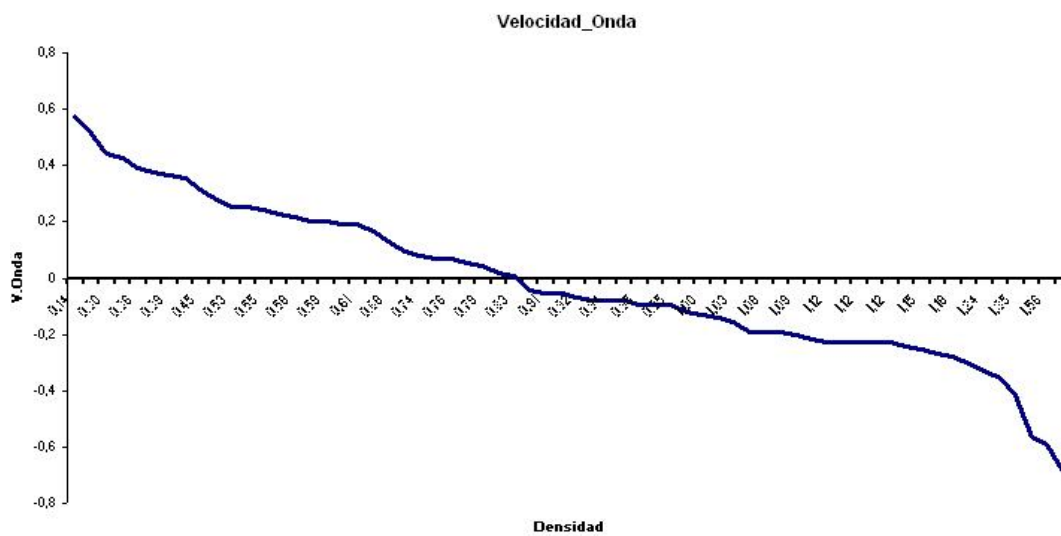


Figura 3.16: Gráfica de Velocidad de Onda de los tres días

Donde notamos que la densidad mínima del punto inicial es 0.136363636 y la velocidad de onda máxima es 0.576013514 y la velocidad mínima de onda del punto final es 0.576013514 y la densidad máxima es 0.136363636.

Capítulo 4

SIMULACIÓN

4.1. Solución Numérica

Para el problema del flujo de tráfico vehicular con la solución numérica, es importante recordar que las ecuaciones que modelan este fenómeno, y se resolvieron analíticamente en el capítulo 2, son ecuaciones diferenciales parciales (PED, por sus siglas en inglés). Este es un aspecto importante, porque no existe actualmente un método numérico específico que permita resolver satisfactoriamente cualquier ecuación de este tipo.

$$a \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + d \frac{\partial A}{\partial x} + e \frac{\partial A}{\partial y} + f A(x, y) + y = 0 \quad (4.1)$$

Para reconocer el tipo de ecuación hiperbólica se muestra los incisos.

a) **PED hiperbólica:** $b^2 - 4ac > 0$

b) **PED parabólica:** $b^2 - 4ac = 0$

c) **PED elíptica:** $b^2 - 4ac < 0$

Como ya se mencionó en el apartado de la Solución Analítica, el fenómeno en cuestión puede caracterizarse por una ecuación advectiva, (ecuación 2.23) y al

estudiar esta ecuación, junto con la ecuación general del modelo macroscópico (ecuación 2.7), se determina que las PED's que se han visto hasta ahora para el modelo del tráfico vehicular son del tipo hiperbólico. Para resolver este tipo de ecuaciones numéricamente, se estudiarán tres métodos o algoritmos: el FTCS, el Lax y el Lax-Wendroff.

La ecuación de continuidad para el problema de tráfico.

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x}F(\rho) \quad (4.2)$$

Donde:

$$\text{flujo es : } f(\rho) = \rho(x, t)v(\rho(x, t))$$

4.1.1. Esquema FTCS(Forward Time Center Space)

Esta forma de discretizar las derivadas, es llamada el Método del Espacio Concentrado del Paso del Tiempo (FTCS).

Se discretiza según el espacio:

$$x = x_0, x_0 + h, x_0 + 2h, \dots, x_0 + nh, x_0 + (n + 1)h, \dots$$

$$x = x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots$$

y se discretiza según el tiempo:

$$t = t_0, t_0 + \tau, t_0 + 2\tau, \dots, t_0 + n\tau, t_0 + (n + 1)\tau, \dots$$

$$t = t_0, t_1, t_2, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots$$

donde:

i : Denota la localización espacial de un punto en la cuadrícula

n : Indica el paso del tiempo

El tiempo derivado, es discretizado usándolo a la derecha de nuestra derivación original:

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} \cong \frac{\rho(x_i, t_n + \tau) - \rho(x_i, t_n)}{\tau} = \frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\tau} \quad (4.3)$$

El espacio derivado es discretizado usándolo el centro de nuestra derivación:

$$\frac{\partial}{\partial x} F(\rho) \cong \frac{F(x_i + h, t_n) - F(x_i - h, t_n)}{2h} = \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2h} \quad (4.4)$$

Utilizando las ecuaciones(4.1) y (4.2) la ecuación discretizada es:

$$\frac{\rho_i^{n+1} - \rho_i^n}{\tau} = - \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2h} \quad (4.5)$$

Despejando ρ_i^{n+1} de la ecuación(4.3)se tiene:

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \tau \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2h} \quad (4.6)$$

4.1.2. Método LAX para la ecuación de la advección

Para la ecuación de advección el método FTCS no es numéricamente inestable para todos los valores de τ . Para valores pequeños de τ se demora el problema, pero no se escapa de él.

Afortunadamente, la estabilidad del problema es fácil de arreglar porque el método de Lax simplemente reemplaza el término ρ_i^n en el método FTCS ecuación(4.4) con el valor promedio aritmético $\frac{\rho_{i+1}^n + \rho_{i-1}^n}{2}$ del lado derecho e izquierdo.

$$\rho_i^{n+1} = \frac{1}{2}(\rho_{i+1}^n + \rho_{i-1}^n) - \frac{\tau}{2h}(F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) \quad (4.7)$$

Este método es estable si:

$$\frac{\tau}{h} \leq 1 \quad (4.8)$$

El valor máximo utilizable para τ es:

$$\tau_{max} = h = t_w \quad (4.9)$$

4.1.3. Esquema LAX-WENDROFF

Tomemos la expansión de Taylor

$$\rho(x_i, t_n + \tau) = \rho(x_i, t_n) + \tau \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \frac{\tau^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \right) + O(\tau^3) \quad (4.10)$$

Se mantiene los términos a través de τ^2 . El término lineal en τ es fácil de representar usando la ecuación inicial, en el cual escribimos en una forma más general:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} F(\rho) \quad (4.11)$$

Donde el LAX $F(\rho) = C(\rho)$ para la ecuación de la advección.

Para obtener una expresión de segundo orden, diferenciaremos la ecuación (4.9).

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x} F(\rho) = - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial t} \quad (4.12)$$

también escrita:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{dF}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = F'(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial t} = -F'(\rho) \frac{\partial F}{\partial x} \quad (4.13)$$

En donde $F'(\rho) = C$ por la ecuación de la advección.

Insertando la ecuación(4.11) dentro de la ecuación (4.10) se tiene:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} F'(\rho) \frac{\partial F}{\partial x} \quad (4.14)$$

Cuando se pone la ecuación (4.12) con la expansión de Taylor ecuación(4.8) obtenemos:

$$\rho(x, t + \tau) \approx \rho(x, t) - \tau \left(\frac{\partial}{\partial x} F(\rho) \right) + \frac{\tau^2}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} F'(\rho) \frac{\partial}{\partial x} F(\rho) \right) \quad (4.15)$$

Discretizando las derivadas obtenemos el esquema de LAX-WENDROFF

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \tau \frac{F_{i+1} - F_{i-1}}{2h} + \frac{\tau^2}{2} \frac{1}{h} \left(F'_{i+\frac{1}{2}} \frac{F_{i+1} - F_i}{h} - F'_{i-\frac{1}{2}} \frac{F_i - F_{i-1}}{h} \right) \quad (4.16)$$

Esta ecuación(4.14) se reduce a:

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \frac{\tau}{2h} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \frac{\tau^2}{2} \frac{1}{h} \left(C_{i+\frac{1}{2}} \frac{F_{i+1}^n - F_i^n}{h} - C_{i-\frac{1}{2}} \frac{F_i^n - F_{i-1}^n}{h} \right) \quad (4.17)$$

donde:

$$c_{i\pm\frac{1}{2}} \equiv c(\rho_{i\pm\frac{1}{2}}^n); \quad \rho_{i\pm\frac{1}{2}}^n \equiv \frac{\rho_{i\pm 1}^n + \rho_i^n}{2}$$

Se observa como el último término es construido, para así evaluar la función $c(\rho)$ a los valores entre los puntos de cuadrícula, esto es, a la $i + \frac{1}{2}$ e $i - \frac{1}{2}$. Cuando se sabe el valor de ρ en puntos de cuadrícula se utiliza un promedio sencillo. Se utiliza este valor estimado $\rho_{i\pm\frac{1}{2}}$ para evaluar $c_{i\pm\frac{1}{2}}$.

4.2. Solución de la simulación

Como ya es sabido, la forma de discretizar las derivadas, es llamada por el Método del Espacio Concentrado del Paso del Tiempo (FTCS). Pero nos damos cuenta que es numéricamente inestable para todos los valores de τ . Para valores pequeños de τ , se demora el problema, pero no se escapa de él. Afortunadamente, la estabilidad del problema es fácil de arreglar por que podemos introducir el método de Lax, definido por la ecuación(4.7) que tiene una interesante propiedad Courant -Friedrichs -Leys(CFL). Para valores de τ arriba de τ_{max} tienes problemas porque el método es numéricamente inestable. Sin embargo, para τ es menos significativo que τ_{max} , la solución numérica también está mal.

Si τ es muy pequeño encontraremos que el pulso muere fuera de sus propios movimientos. Tendremos el mejor resultado cuando $\tau = \tau_{max}$. El mejor tiempo, es la mejor solución. Mientras, que el error de truncamiento para muchos esquemas es proporcional a τ , esto no es una propiedad universal para todos los métodos. El plazo del promedio en el método de Lax nos sirve para estabilizar la solución numérica introduciendo una difusión artificial (o una viscosidad artificial). La magnitud de esta difusión artificial es inversamente proporcional al tiempo de τ .

Cuando el tiempo es muy largo ($\tau > \tau_{max}$), la difusión artificial es muy débil para estabilizar la solución. Cuando el tiempo es muy pequeño ($\tau < \tau_{max}$) es muy fuerte y fuera de la solución verdadera. Nos damos cuenta que el esquema de Lax es imperfecto porque cuando $\tau = \tau_{max}$, la solución es rápidamente amortiguada fuera de la viscosidad artificial. Para tener una mejora en la solución numérica tenemos el método de Lax- Wendroff que también tiene viscosidad artificial para la estabilidad del control, pero este no incrementa rápidamente como decrece y también que el último término de la ecuación (4.17) es una segunda derivada discreteada en $\rho(x, t)$.

Este término nos proporciona una difusión artificial que estabiliza la solución numérica. La condición del CFL ecuación (4.9) es también el criterio para estabilizar el esquema de Lax-Wendroff.

4.2.1. Código del método LAX-WENDROFF

Realizando la simulación se tiene el siguiente código del Método Lax-Wendroff hecho en MatLab.

```

1-%Programa de la Tesis de tráfico Vehicular
2-%Esperanza Márquez Méndez
3-function varargout = funcion_tesis_wendroff(varargin) clear all;
4-N=input('Escribe el numero puntos de división en la malla de la
grafica >');
5-L=input('Escribe la distancia de la carretera>');
6-S= L/N;
7-v_max=input('Escribe la Velocidad Máxima >');
8-tau=S/v_max;
9-coeff=tau/(2*S);
10-coefflw=tau^2/(2*S^2);
11-rho_max=input('Escribe el densidad máxima >');
12-Flow_max=0.25*rho_max*v_max;
13-fprintf('El flujo máximo es > %g\n', Flow_max)
14-rho = zeros(1,N); %guarda los datos
15-for i=round(N/4):round(N/2-1)
16- rho(i)=rho_max;
17-end
18-rho(round(N/2)) = rho_max/2;
19-%Condiciones periodicas de frontera cuando ip=i+1; im=i-1
20-ip(1:N)= (1:N)+1; ip(N)=1;

```

```

21-im(1:N)= (1:N)-1; im(1)=N;
22-iplot=1;
23-xplot = ((1:N)-1/2)*S - L/2;
24-rplot(:,1) = rho (:);
25-tplot(1)=0;
26-figure(1); clf;
27-%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%método LAX - WENDROFF
28-for istep=1:nstep;
29-    Flow = rho .* (v_max*(1-rho/rho_max));
30-    cp = v_max*(1 - (rho(ip)+rho(1:N))/rho_max);
31-cm=v_max*(1-(rho(1:N)+rho(im))/rho_max);
32-rho(1:N)=rho(1:N)-coeff*(Flow(ip)-Flow(im)) ...
33-+coefflw*(cp.*(Flow(ip)-Flow(1:N)) - cm.*(Flow(1:N)-Flow(im)));
34- iplot =iplot+1;
35-    rplot(:,iplot) = rho(:);
36-tplot(iplot=tau*istep;
37-plot(xplot,rho,'-',xplot,Flow/Flow_max,'--');
38-xlabel('x');
39-ylabel('DENSIDAD Y FLUJO');
40-legend('\rho-densidad-(x,t)', 'F-flujo-(x,t)');
41-axis([-L/2,L/2,-0.1,1.1]);
42-    drawnow;
43-end
44-figure(1);
45-clf;
46-mesh(tplot,xplot,rplot)xlabel('t-(tiempo)');
47-ylabel('x()');
48-zlabel('\rho-(densidad)');
49-title('DENSIDADyFLUJO contra POSICIÓN');
50-view([100 30]);
51-pause(1);

```

```
52-figure(2);
53-clf;
54-clevels = 0:(0.1):1;
55-cs=contour(xplot,tplot,flipud(rot90(rplot)),clevels);
56-clabel(cs);
57-xlabel('X');
58-ylabel('TIEMPO');
59-title('CONTORNOS DE LA DENSIDAD');
```

4.2.2. Explicación del código

Nuestro programa tiene ocho variables básicas para la simulación de tráfico vehicular, donde se toman la información de la **primera muestra** de la tabla en la Investigación de Campo:

- **N**: Especifica la división de la cuadrícula de la gráfica en este caso lo usaremos de 40.
- **L**: Especifica la distancia desde el inicio del semáforo hasta el siguiente semáforo, de 66 metros por segundo.
- **S**: Especifica las condiciones periódicas de la frontera dando el espacio a la cuadrícula de la gráfica, realiza la división del número de cuadrícula entre la distancia recorrida.
- v_{max} : La velocidad máxima es de 0.603316327
- τ : Paso de tiempo es la división S/N.
- **nstep**: Da las iteraciones de paso de tiempo, es decir, se detiene cuando los carros están en movimiento.

- **coeff y coeffw:** Estos coeficientes son necesarios para utilizar el método de Lax- Wendroff.
- ρ_{max} : Es el flujo máximo de la información obtenida.

En las líneas (27 al 33) ahí esta el ciclo principal del método de Lax-Wendroff. Los demás son instrucciones al lenguaje MatLab para poder imprimir la gráfica en pantalla, así poder ver la simulación.

4.3. Programa ejecutado

El programa se ejecuta en el MatLab versión 7.00, éste tiene un conjunto de archivos con extensión **.m** el archivo principal se llama presentación se enlaza con el archivo salir ó menu-boton, funcion-tesis-ftcs, funcion-tesis-lax, funcion-tesis-Wendroff. Cada que se escoge el método salen sus dos respectivas gráficas. La jerarquía de los archivos se muestra en la (figura 4.1).

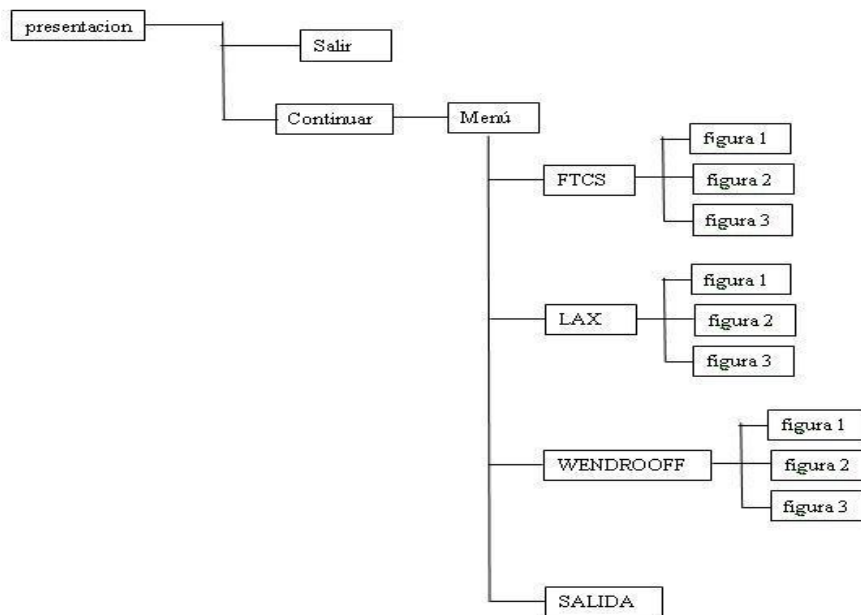


Figura 4.1: Jerarquía de archivos enlazados

Iniciamos MATLAB haciendo doble clic en el ícono. Enseguida deberá aparecer en la pantalla una ventana dividida en tres partes como se muestra en (figura 4.2).

La ventana en la cual debe realizar su trabajo es la que tiene el título de COMMAND WINDOWS. Por el momento, se puede ignorar las otras dos partes de la ventana. En la ventana de COMMAND WINDOWS se visualiza el símbolo \gg al inicio de la línea. A esto se le llama **prompt**. Todos los comandos se deberán escribir inmediatamente después del prompt y dando enter al final.



Figura 4.2: Pantalla inicial en el MatLab

Al utilizar el programa se escribirá el inicio de la línea \gg el nombre del archivo principal que es **presentacion** dando después enter \leftrightarrow .

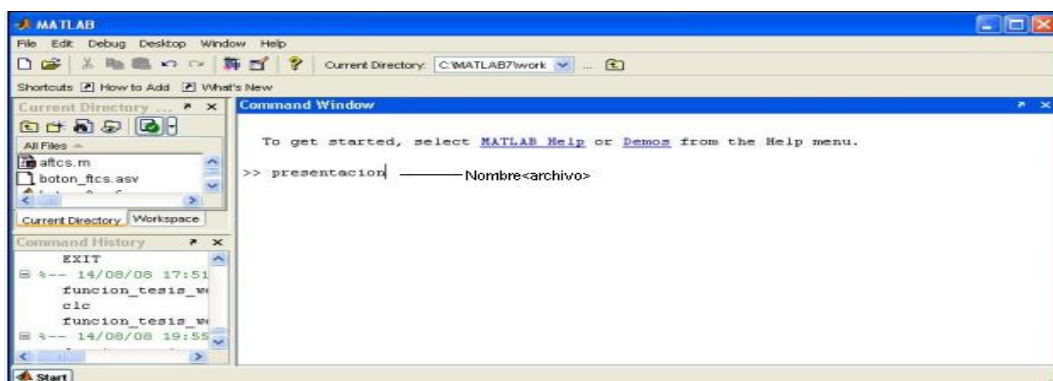


Figura 4.3: Pantalla inicial con el nombre del archivo en el MatLab

Aparece una ventana con una portada, dos botones uno de salir de programa y otro de continuar.



Figura 4.4: Pantalla inicial de la portada

Si se da clic en el botón continuar y aparece otra ventana de menú en el cual podremos seleccionar cualquiera de las opciones de los métodos (FTCS, LAX, Wendroff, salida). Este programa se correrá con los datos de la tabla del primer día de la investigación de campo, con la opción de FTCS.

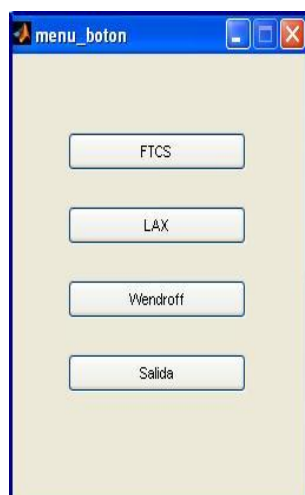


Figura 4.5: Ventana pequeña del menú

Al seleccionar alguna de las opciones ya mencionadas, nos pasará a la ventana principal del Matlab, se podrá ingresar los datos (División de malla, distancia, Velocidad máxima, Densidad máxima) necesarios para el programa, este a su vez dará resultados como el flujo máximo y el paso de tiempo para diferenciar la utilización de los métodos, que ya sabemos que el mejor es el Lax-Wendroff.

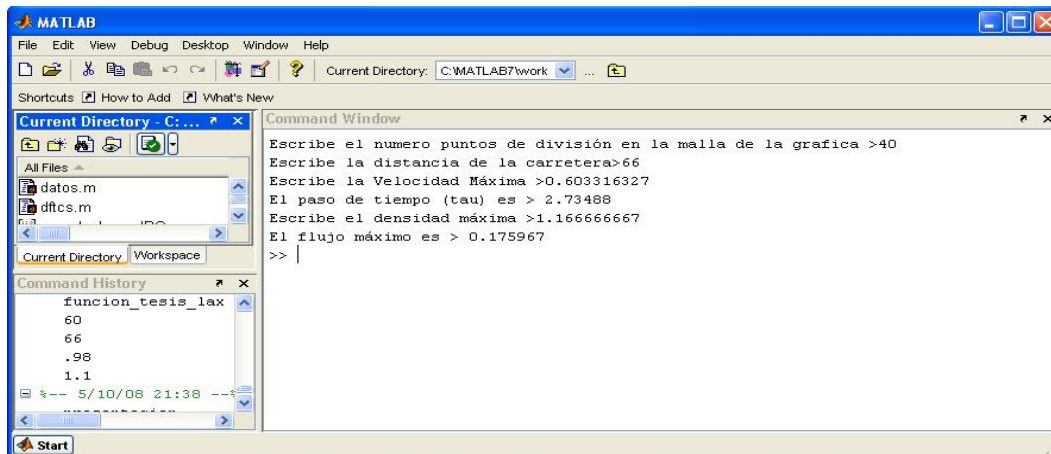


Figura 4.6: Ingreso de datos en el Matlab

A continuación se muestra tres gráficas, la primera gráfica nos da a entender la densidad y flujo através del tiempo, las líneas punteadas de color verde representa la densidad (ρ) en el eje de las (x 's), y la línea solida está de color azul que representa el flujo (q) en el eje de las (y 's), ver (figura 4.7)

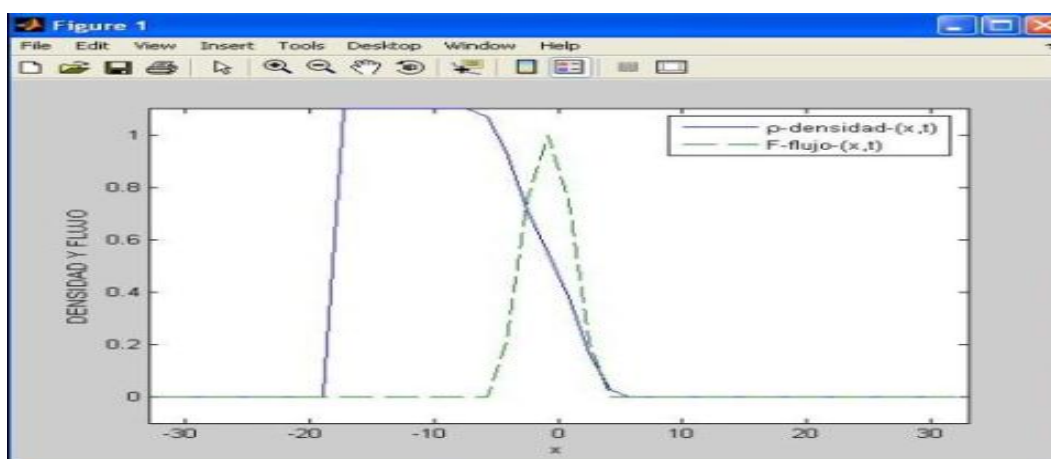


Figura 4.7: 1era Gráfica de densidad y flujo

En la segunda gráfica son en 3D, el cual nos muestra la Densidad contra posición y tiempo (figura 4.8).

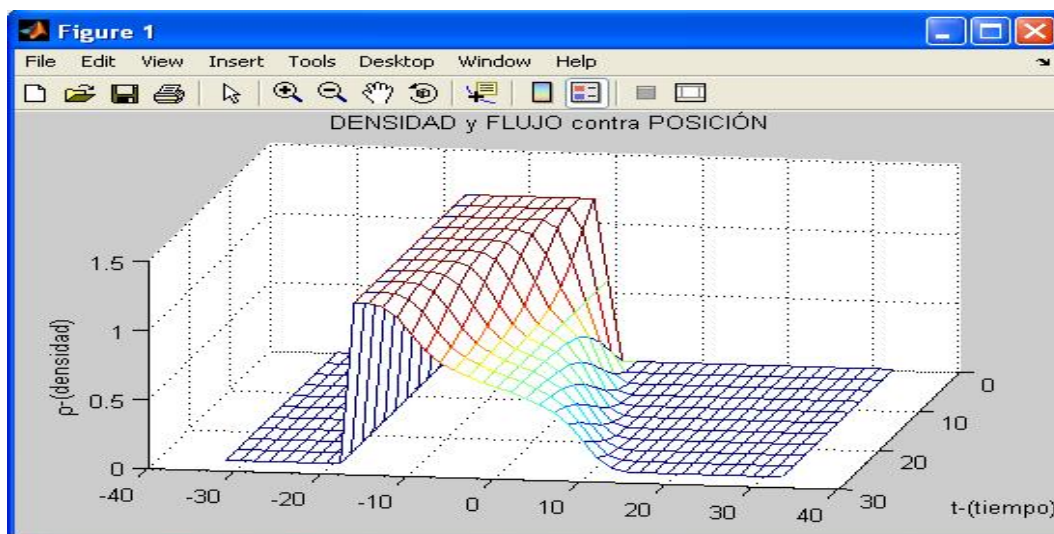


Figura 4.8: 2do Grafica de densidad, posoción y tiempo

La tercera gráfica expone el contorno de la densidad en el plano xt y se compara este resultado con el de las líneas características mostrado en la (Figura 2.13)

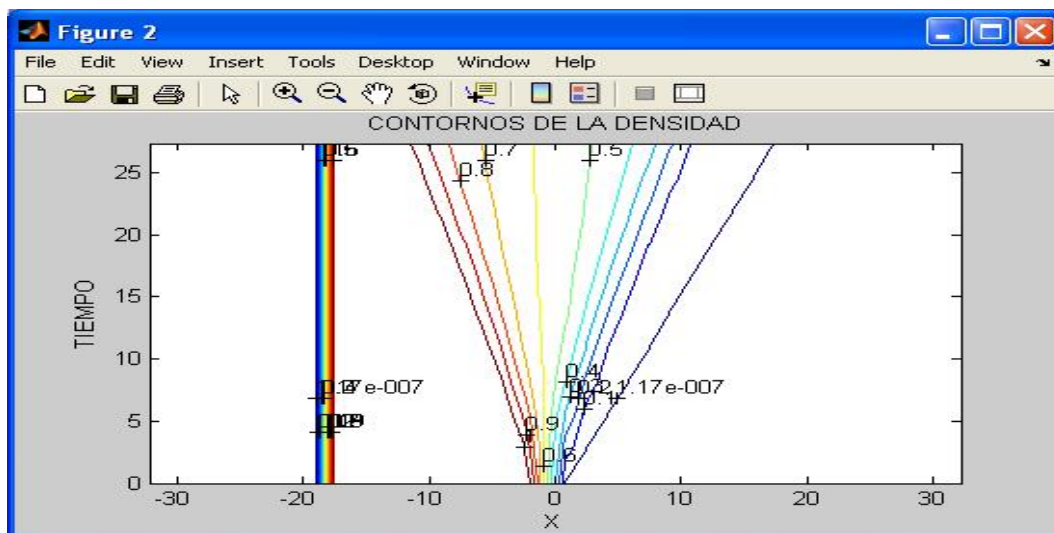


Figura 4.9: 3era Gráfica contorno de la densidad

Ahora si elegimos la opción de botón salir, saldrá un mensaje cuestionando si estamos seguros de salir como se muestra en la (figura 4.10).

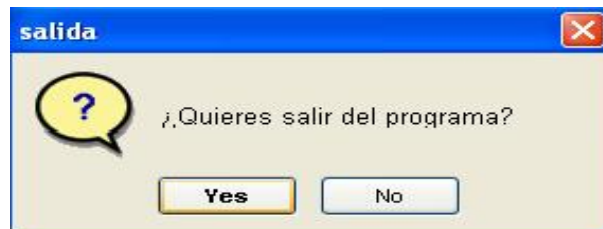


Figura 4.10: Mensaje de aceptación

4.4. Resultados del programa ejecutado

Ya conociendo el procedimiento para poder utilizar el programa ejecutable, nos enfocaremos en el método Lax-Wendroff porque realiza un excelente trabajo, es una mejora en la solución numérica y se tiene viscosidad artificial para la estabilidad del control incluso cuando $(\tau < \tau_{max})$. Si aumentamos el valor de nstep en el programa ejecutable de tráfico, podemos observar la evolución del pulso cuando el último auto comienza a moverse.

El choque en el borde izquierdo del pulso se mueve y su fuerza comienza a disminuir. Eventualmente se convierte en la densidad uniforme en todo. Los conductores han limitado el tiempo de reacción, por lo que cambios repentinos en la densidad del tráfico pueden causar accidentes. En nuestro modelo de tráfico, la densidad local determina la velocidad del tráfico. Afortunadamente, bajo condiciones normales de visibilidad, los conductores ajustan su velocidad a según las condiciones del tráfico en general.

Los resultados se darán a través de la información de las 3 días de observación de campo donde la podremos encontrar en las tablas(3.1, 3.2, 3.3).

4.4.1. Resultado del primer día

Ejecutando el programa de tráfico utilizando el método Lax-Wendroff se introduce los datos de la (tabla 3.1) que corresponde al primer día de la investigación de campo, como se muestra en (figura 4.11).

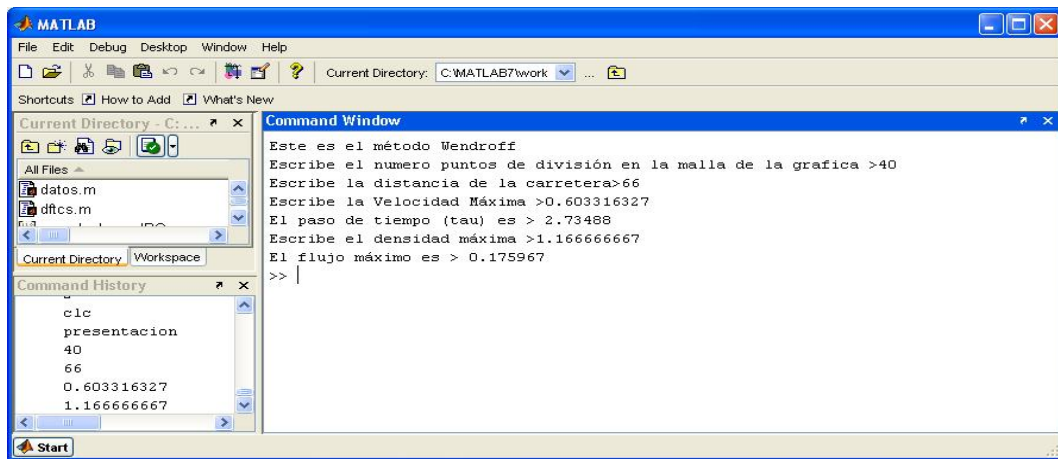


Figura 4.11: dia 1ero, con el método de Lax-Wendroff.

Con los datos obtenidos nos da la gráfica en donde nos está representando en la eje de las y 's la posición del auto ,en el eje de las x 's el tiempo del semáforo al ponerse verde o rojo y en el eje de las z 's la densidad que es el número de autos por longitud.

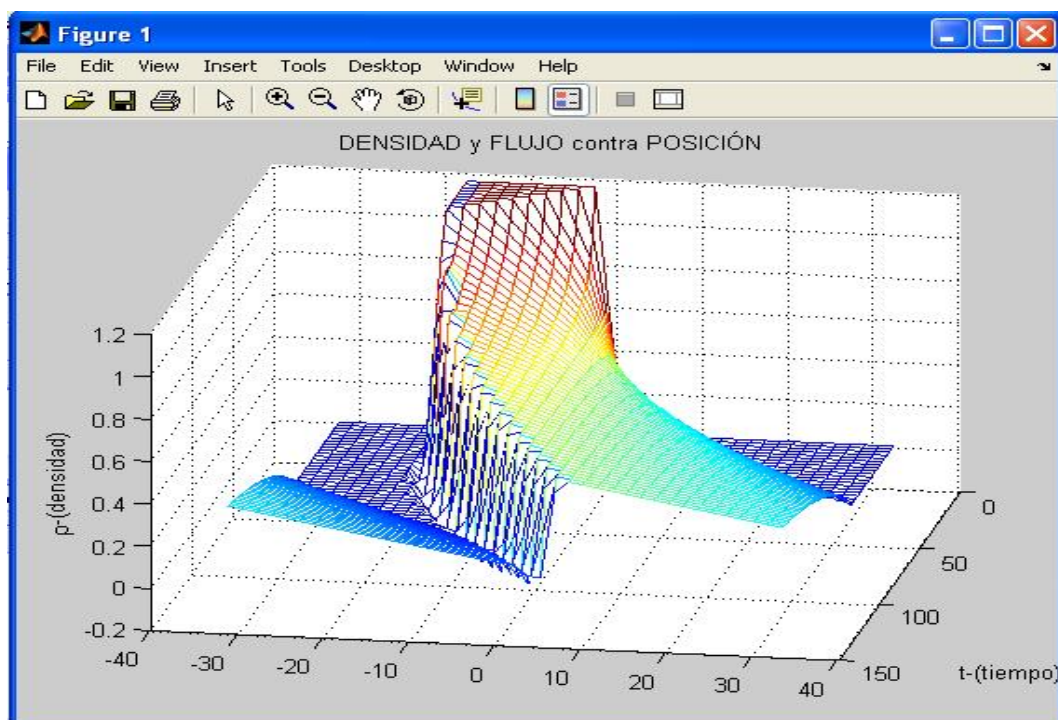


Figura 4.12: Gráfica donde muestra método de las características en 3D dia 1ero con el método de Lax-Wendroff.

Utilizando 40 puntos cuadrícula, el paso de tiempo (τ) 2.73488 , la distancia de la carretera de 66m, Velocidad Máxima de 0.603316327, la densidad máxima de 1.166666667 y el flujo máximo de 0.175967. El borde derecho de enfrente no es tan recta, su pendiente es demasiado grande. Asimismo, el extremo izquierdo se mantiene constante (figura 4.12).

Este último es un gráfico de contorno de la densidad en el plano (xt) se compara este resultado con la característica de líneas que se muestra en la (figura 4.13). Donde ya sabemos que por el método de las características nos ayuda a comprender el comportamiento de la función, en este caso con las condiciones iniciales aplicadas al modelo del flujo de tráfico. Las líneas características nos muestra que para las x positivas, su densidad es cero. Así las líneas de las x negativas son los carros que están antes del semáforo, en donde hay una densidad máxima. La densidad se decrementa como los carros se separan, pero este efecto se propaga dentro del flujo de tráfico con una finita ola de velocidad.

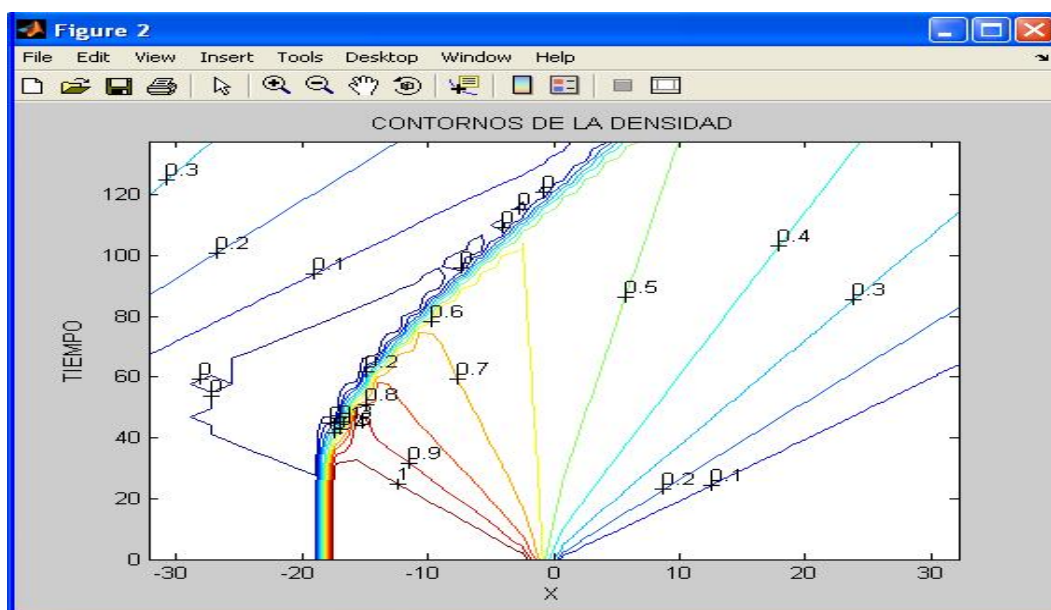


Figura 4.13: Gráfica que muestra el contorno densidad día 1ero del método Lax-Wendroff.

4.4.2. Resultado del segundo día

Ejecutando el programa de tráfico utilizando el método Lax-Wendroff se introduce los datos de la (tabla 3.2) que corresponde al segundo día de la investigación de campo, como se muestra en (figura 4.14).

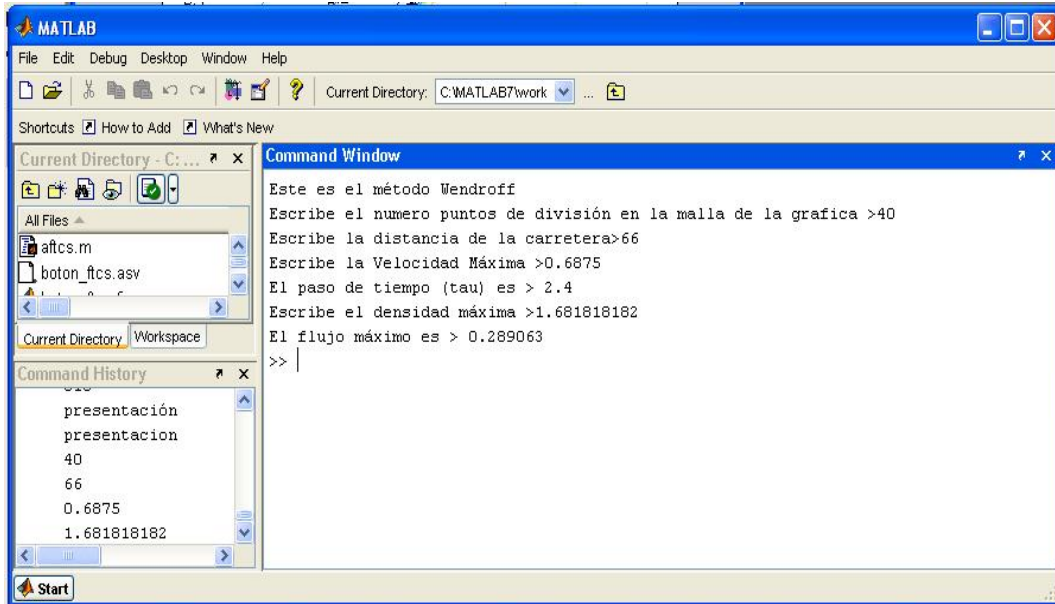


Figura 4.14: día 2do, con el método de Lax-Wendroff.

Con los datos obtenidos nos da la gráfica en donde nos está representando en la eje de las y 's la posición del auto ,en el eje de las x 's el tiempo del semáforo al ponerse verde o rojo y en el eje de las z 's la densidad que es el número de autos por longitud.

Utilizando 40 puntos cuadrícula, el paso de tiempo (τ) 2.4, la distancia de la carretera de 66, Velocidad Máxima de 0.6875, la densidad máxima de 1.681818182 y el flujo máximo de 0.289063. El borde derecho de enfrente no es tan recta, su pendiente es demasiado grande. Asimismo, el extremo izquierdo se mantiene constante (figura 4.15).

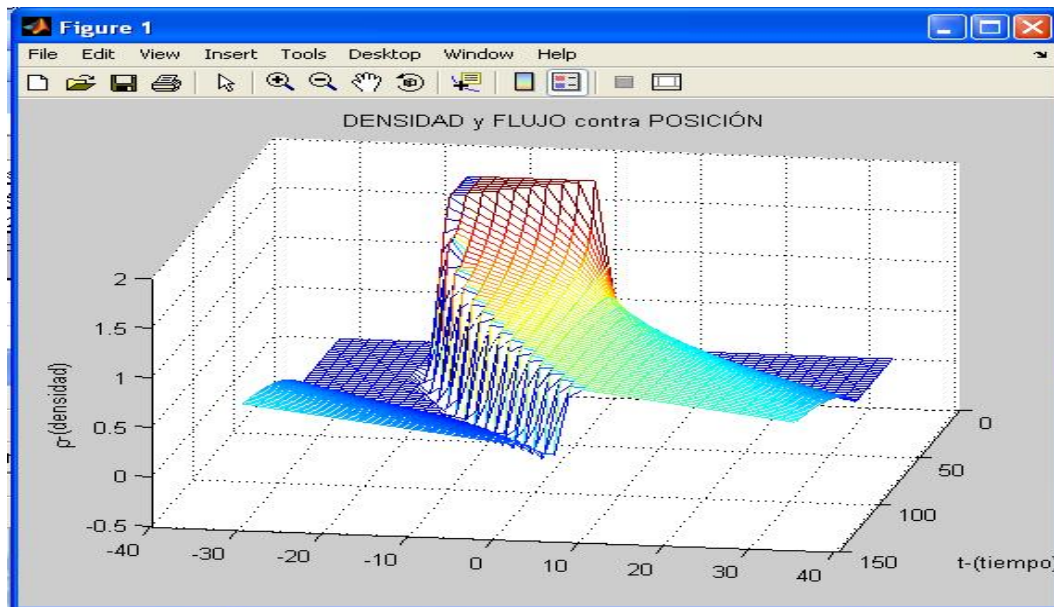


Figura 4.15: Gráfica donde muestra método de las características en 3D 2do día con el método de Lax-Wendroff.

Este último es un gráfico de contorno de la densidad en el plano (xt) se compara este resultado con la característica de líneas que se muestra en la (figura 4.16). Donde da el comportamiento del método de las características

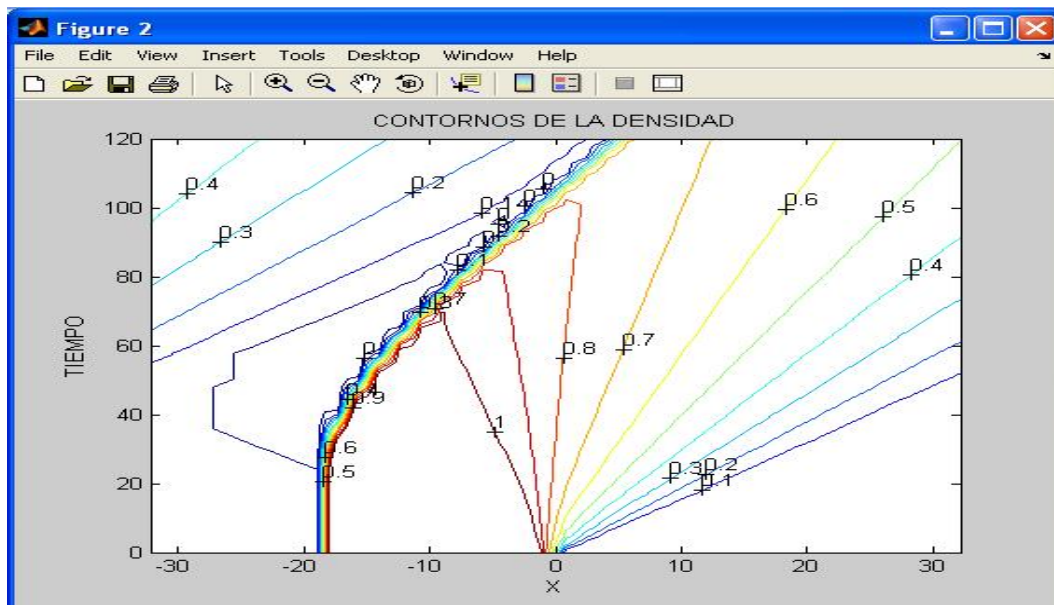


Figura 4.16: Gráfica 2do día. del método Lax-Wendroff.

4.4.3. Resultado del tercer día

Ejecutando el programa de tráfico utilizando el método Lax-Wendroff se introduce los datos de la (tabla 3.3) que corresponde al tercer día de la investigación de campo, como se muestra en (figura 4.17).

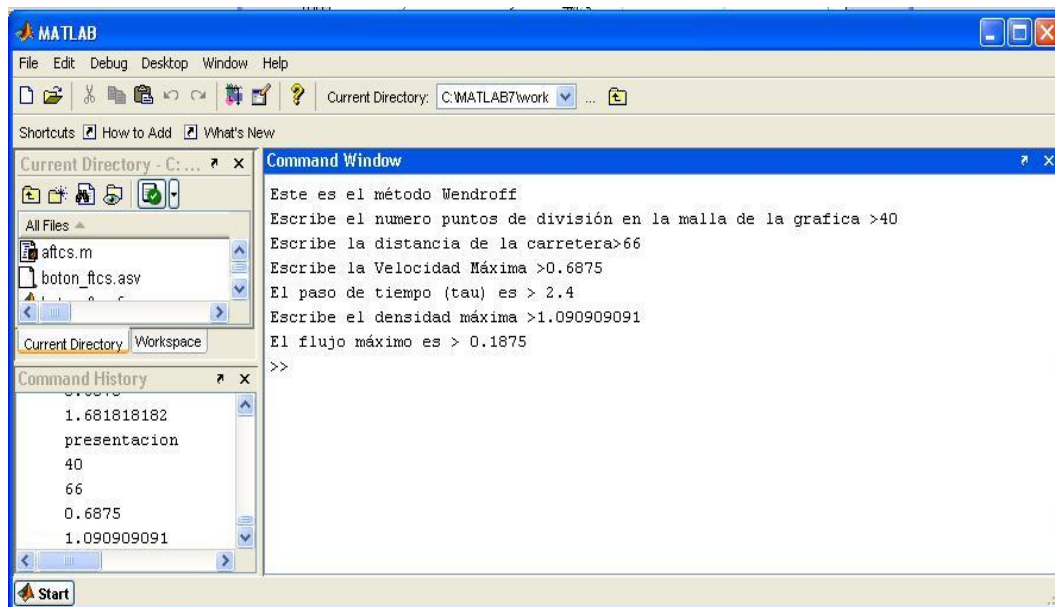


Figura 4.17: 3er. día, con el método de Lax-Wendroff.

Con los datos obtenidos nos da la gráfica en donde nos está representando en la eje de las y 's la posición del auto ,en el eje de las x 's el tiempo del semáforo al ponerse verde o rojo y en el eje de las z 's la densidad que es el número de autos por longitud.

Utilizando 40 puntos cuadrícula, el paso de tiempo (τ) 2.4, la distancia de la carretera de 66, Velocidad Máxima de 0.6875, la densidad máxima de 1.090909091 y el flujo máximo de 0.1875. El borde derecho de enfrente no es tan recta, su pendiente es demasiado grande. Asimismo, el extremo izquierdo se mantiene constante (figura 4.18).

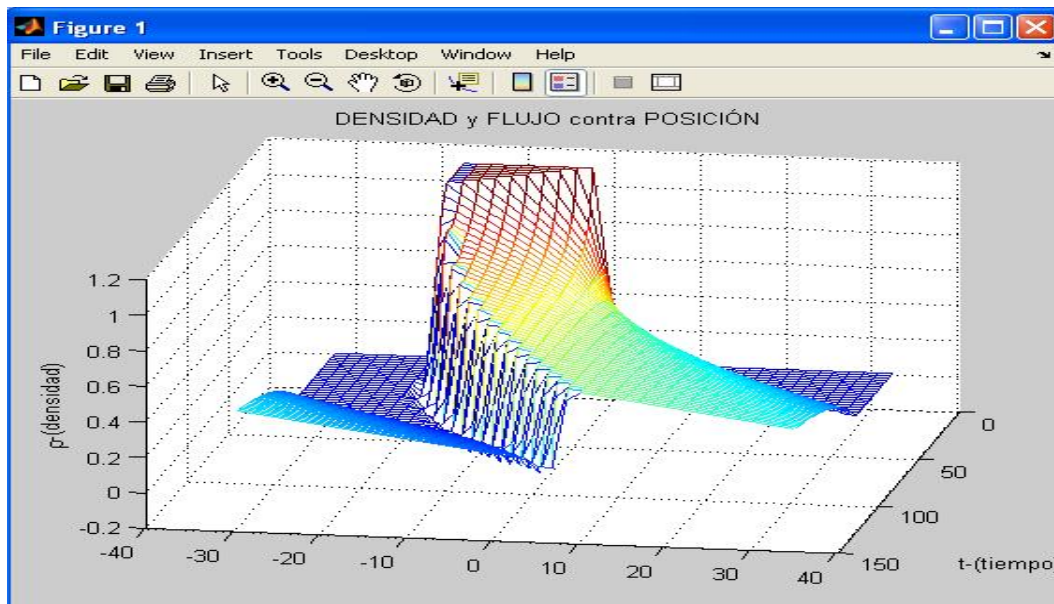


Figura 4.18: Gráfica donde muestra método de las características en 3D 3er día con el método de Lax-Wendroff.

Este último es un gráfico de contorno de la densidad en el plano (xt) se compara este resultado con la característica de líneas que se muestra en la (figura 4.19). Donde da el comportamiento del método de las características

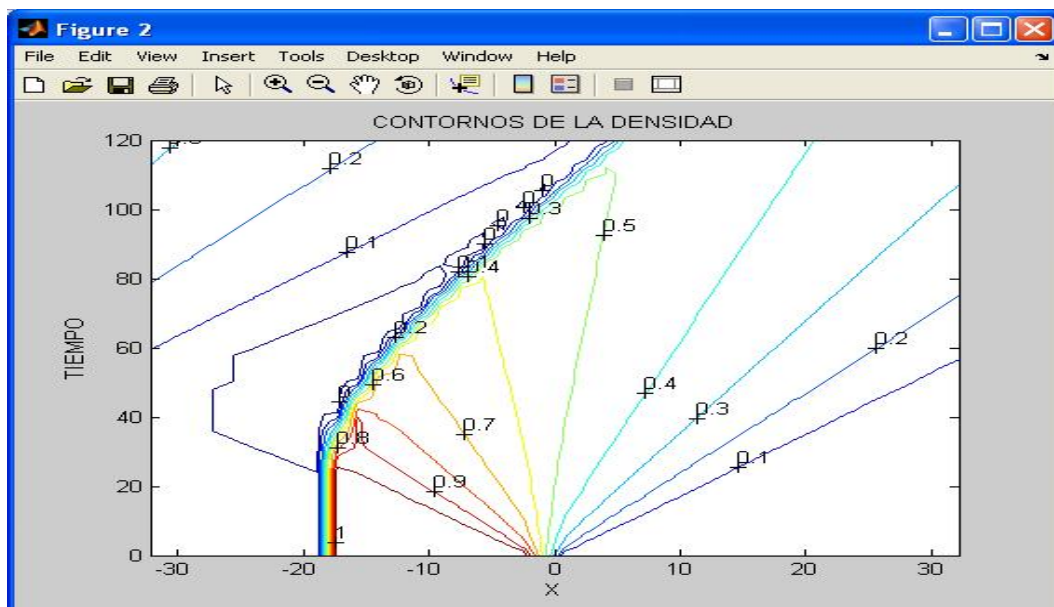


Figura 4.19: Gráfica 3er. día del método Lax-Wendroff.

4.4.4. Resultado de los tres días juntos

Ejecutando el programa de tráfico utilizando el método Lax-Wendroff se introduce los datos de la (tabla 3.1, 3.2, 3.3) que corresponden a los tres días de la investigación de campo, como se muestra en (figura 4.20).

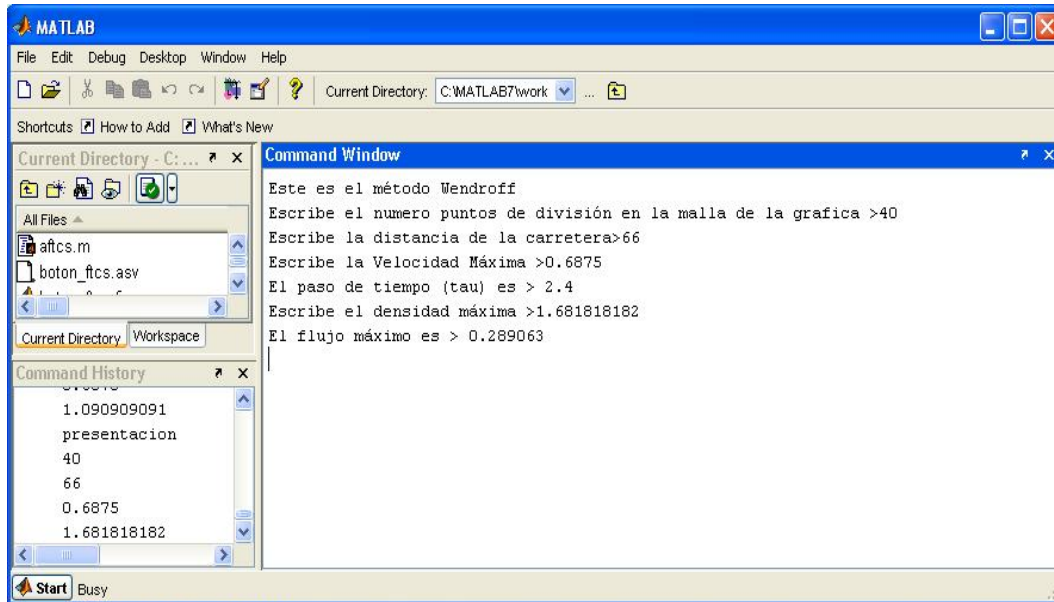


Figura 4.20: Los tres días, con el método de Lax-Wendroff.

Con los datos obtenidos nos da la gráfica en donde nos está representando en la eje de las y 's la posición del auto ,en el eje de las x 's el tiempo del semáforo al ponerse verde o rojo y en el eje de las z 's la densidad que es el número de autos por longitud.

Utilizando 40 puntos cuadrícula, el paso de tiempo (τ) 2.4, la distancia de la carretera de 66, Velocidad Máxima de 0.6875, la densidad máxima de 1.681818182 y el flujo máximo de 0.289063. El borde derecho de enfrente no es tan recta, su pendiente es demasiado grande. Asimismo, el extremo izquierdo se mantiene constante (figura 4.21).

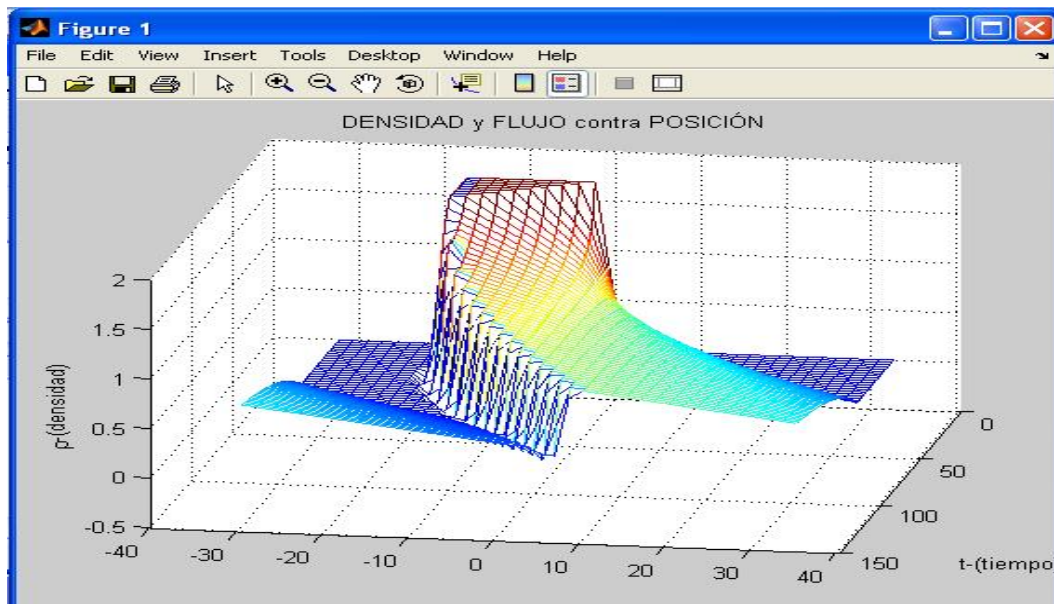


Figura 4.21: Gráfica donde muestra método de las características en 3D de los tres días con el método de Lax-Wendroff.

Este último es un gráfico de contorno de la densidad en el plano (xt) se compara este resultado con la característica de líneas que se muestra en la (figura 4.22). Donde da el comportamiento del método de las características

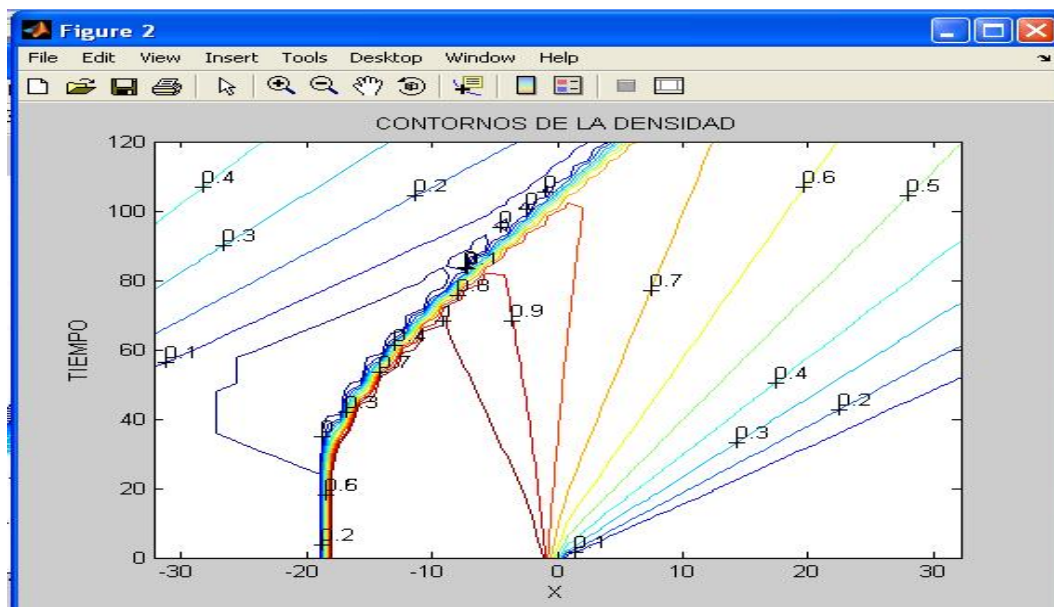


Figura 4.22: Gráfica de los tres días. del método Lax-Wendroff.

4.4.5. RESULTADO FINAL

Se obtuvieron diferentes resultados como fue en el caso experimental del flujo real del tránsito vehicular donde se pudo notar que el total de la entrada de autos no forzosamente salían todos los autos en límite establecido, como se demuestra en los tres días de mediciones que se obtuvieron en la sección experimental.

Tanto la parte experimental como la parte numérica a partir de nuestra solución analítica del modelo del tránsito vehicular se obtuvieron resultados donde a medida que aumenta el número autos en el tamaño establecido del camino disminuye la velocidad de cada auto, y de forma contraria es decir a menor número de autos en el camino aumenta su la velocidad de cada auto.

Otro resultado importante es que siguiendo el modelo de continuidad se podía indicar el comportamiento de la densidad relacionada con la velocidad, pero tomando en cuenta el factor del modelo macroscópico lineal de la reacción del conductor, donde tenemos el auto líder y auto seguidor donde el líder es quien tiene una percepción global del camino en cambio el auto seguidor sin tomar en cuenta el hecho de rebasar solo se limita al movimiento del auto líder.

Capítulo 5

CONCLUSIÓN

La observación es determinante para nuestro modelo que fue desarrollado para un caso particular del tránsito vehicular en donde la parte experimental se observa varios factores en el cual los autos se desviaban ya sea para dirigirse en otra dirección o para estacionarse en un determinado sitio causando que los demás autos disminuyeran su velocidad de manera que algunos llegaran a pararse en la totalidad. Entonces, el tráfico vehicular es fenómeno causado por el número de autos por unidad de tiempo.

Teniendo ya condiciones establecidos como el tamaño de camino (66m) de un sólo carril, con tres entradas y una salida, tomando el flujo de autos continuos desde la altura para verlo como un todo y el cambio de luz de semáforo.

Con esto ya establecido se obtiene la información necesaria a través de tablas y gráficas de función lineal para el conductor y función heperbólica de la curva de la densidad, también se adquieren los parámetros que son densidad, velocidad y flujo, dándonos como resultado la única variable del sistema, así utilizando los datos para desarrollar el modelo matemático.

Se concluye que el modelo de tránsito vehicular, bajo las condiciones ya establecidas, puede reproducir el comportamiento del movimiento de los autos, tomando en cuenta específicamente su velocidad, flujo y densidad agregando el factor de la reacción del conductor. Tomando en cuenta los conceptos de

modelo macroscópico, dinámica de fluidos, ecuación de advección, método de características y algunos algoritmos numéricos para desarrollar y llegar a la ecuación general continua.

El esquema de LAX-WENDROFF se utiliza para resolver analíticamente el modelo que estaba en la forma de ecuación diferencial parcial.

El algoritmo, los datos de la investigación de campo y el modelo se implementa en el MatLab, dando como resultado gráficas de 3D de la velocidad, densidad y flujo, dando también una perspectiva superior obteniendo las curvas características de tránsito.

Por lo tanto, el estudio matemático del flujo de tráfico vehicular está hecho con el fin de obtener mejor entendimiento de este fenómeno y nos sirve para reducir los problemas de congestionamiento de tráfico.

Bibliografía

- [1] Chen Wenquin. *An Analytical Shock-fitting approach to the Solution of the Lighthill-Whitham-Richards Traffic Flow Model*. Departament of civil Engineering the University of Hong Kong.
- [2] Axel Klar, Reinhart D. küne and Raimund Wegener. *Mathematical Models for Vehicular Traffic*. University of kaiserslautern and Stuttgart.
- [3] Dirk Helbing. *Improved fluid- dynamic model for vehicular traffic*.II Institute of Theoretical Physics, University of Stuttgart 70550 Stuttgart, Germany (Received 21 March 1994).
- [4] C.L Dym E.S Ivey. *Prinsiples of Mathematical Modelings*. Academic press 1980.
- [5] Alejandro L. García Numerical, *Methods for Physics*,Prentice Hall. Englewood Cliffs,New Jersey, chapter 6.
- [6] C. A. J, Fletcher, *Computational Techniques for fluid Dynamics*, vol. I (Berlin: Springer Verlag, 1998), chapter 7 and 8.
- [7] D.J. Tritton, *Physical Fluid Dynamics*, 2d ed. (Oxford: Clarendon Press,1998), chapter 4.

- [8] P. Morse and H. Feshback, *Methods of theoretical Physics*, vol. 1.(New York McGraw Hill,1953), chapter 2.
- [9] For Example, J. Mathews and R. Walker, *Mathematical methods of Physics* (Menlo Park, Calif.: W. A. Benjamin,1970); G. Artken. *Mathematical Methods for Physicists* (New York: Academic Press, 1970).
- [10] R. Courant and D. Hilbert. *Methods of mathematical Physics*, vol. II (New York: Interscience, 1962).
- [11] Wikipedia La enciclopedia libre. *Aplicación informática*, <http://es.wikimedia.org/>,2008.
- [12] A. FLAR Fachbereich Mathematik, Universität Kaiserslautern Kaiserslautern, Germany. R. Wegener Institut für Techno-und Wirtschaftsmathematik Kaiserslautern, Germany *Enskog - like modelos cinéticos para la circulación de vehículos*

Apéndice A

MATLAB

MatLab es un programa interactivo para computación numérica y visualización de datos. Es ampliamente usado por Ingenieros de Control en el análisis y diseño, posee además una extraordinaria versatilidad y capacidad para resolver problemas en matemática aplicada, física, química, ingeniería, finanzas y muchas otras aplicaciones. Está basado en un sofisticado software de matrices para el análisis de sistemas de ecuaciones. Permite resolver complicados problemas numéricos sin necesidad de escribir un programa. MATLAB es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos.

MATLAB integra análisis numérico, cálculo matricial, proceso de señal y visualización gráfica en un entorno completo donde los problemas y sus soluciones son expresados del mismo modo en que se escribirían tradicionalmente, sin necesidad de hacer uso de la programación tradicional. El nombre de MATLAB proviene de la contracción de los términos MATrix LABoratory y fue inicialmente concebido para proporcionar fácil acceso a las librerías LINPACK y EISPACK, las cuales representan hoy en día dos de las librerías más importantes en computación y cálculo matricial.

MATLAB es un sistema de trabajo interactivo cuyo elemento básico de trabajo son las matrices. El programa permite realizar de un modo rápido la resolución numérica de problemas en un tiempo mucho menor que si se quisiesen resolver estos mismos problemas con lenguajes de programación tradicionales.