

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN



SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN POZOS PETROLEROS
MEDIANTE UN MODELO UNIDIMENSIONAL

Tesis que para obtener el título de:
Maestro en Ciencias de la Computación

Presentada por:

Javier Horacio Pérez Ricárdez

Director de Tesis:

Dr. Octavio García Valladares

Noviembre de 2006

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN



SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN POZOS PETROLEROS
MEDIANTE UN MODELO UNIDIMENSIONAL

Tesis que para obtener el título de:
Maestro en Ciencias de la Computación

Presentada por:

Javier Horacio Pérez Ricárdez

Director de Tesis: Dr. Octavio García Valladares
Centro de Investigación en Energía, CIE-UNAM
Depto. Sistemas Energéticos

Coasesor Interno: Dra. Ma. Blanca del C. Bermúdez Juárez
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, BUAP
Depto. Computación Matemática

Noviembre de 2006

DEDICATORIA

En la esperanza de la vida eterna, la cual Dios, que no miente, prometió desde antes del principio de los siglos.

Tito 1:2

Deseo dedicar este trabajo a la memoria de Fabian Omar, mi hermano.

A Doña María de los Remedios Ricárdez de Pérez, mi madre.

A Don Salvador Pérez Rodríguez, mi padre.

A Javier Adrian Y Emmanuel Solano Pérez, mis sobrinos.

AGRADECIMIENTOS

Muchas personas han colaborado para que hoy día esta tesis sea una realidad. El tema fue idea del Dr. Octavio García Valladares mi asesor, del Centro de Investigación en Energía (CIE) de la UNAM. Al cual agradezco profundamente por ello, pero también por el tiempo dedicado para aclarar mis dudas; para corregir y sugerir mejoras en cuanto a la escritura de la misma.

De igual modo, a la Dra. Ma. Blanca del C. Bermúdez Juárez maestra de clases, por compartir su amplia experiencia sobre modelos numéricos.

Por siempre agradecido con los Ingenieros petroleros:

Del Activo Integral Ku-Maloob-Zaap.

Ing. Jorge Rojas Ríos

Ing. José Ramón Mayorquín Ruiz

Del Activo de Explotación Cantarell.

Ing. Alfonso Rodríguez Torres

Ing. Antonio Rojas Figueroa

Ambos activos ubicados en Cd. del Carmen, Campeche.

Por haberme facilitado la información necesaria de los pozos: gradientes dinámicos, pruebas de presión-producción (para pozos del campo Akal de Cantarell), análisis PVT, aforos, giroscópicos y estados mecánicos.

De igual forma, expreso total gratitud a quienes me apoyaron para obtener algunos artículos de investigación relacionados con el tema de la presente.

Dr. Edgar R. Rangel Germán, de la Subsecretaría de hidrocarburos de la Secretaría de Energía.

Ruth Virginia Wilson, estudiante de doctorado en Ingeniería Petrolera de la UNAM.

Dr. Cem Sarica de la Universidad de Tulsa.

También hago extensivo mi agradecimiento:

A la Dra. Lourdes Sandoval Solís coordinadora del postgrado, por las consideraciones y facilidades que tuvo para conmigo; durante el proceso que conlleva el poder realizar y presentar esta tesis.

A mi amigo M.C. Hilario Salazar Martínez por particionar el disco duro de mi PC e instalar el sistema operativo linux (Red Hat 9), ya que utilicé latex bajo este para redactar cada página de la presente.

A la familia Gutiérrez Pérez por su apoyo incondicional que siempre me han brindado.

Muchas gracias

Han quedado al final de esta lista, pero son los primeros en mi corazón.

A mis padres que hasta el presente día de mi vida han hecho posible mi educación, deseo sinceramente que esto sea para ellos parte del pago debido a sus esfuerzos.

RESUMEN

En los pozos petroleros, concretamente en las llamadas tuberías de producción fluyen de manera simultánea dos fases líquido-gas. Esta tesis plantea un modelo numérico que resuelve las ecuaciones de conservación en su forma integral de un fluido (masa y cantidad de movimiento); con el fin de describir las pérdidas de presión, magnitud muy importante y presente en este fenómeno de flujo llamado flujo bifásico. La ecuación de la energía no es considerada; para obtener un gradiente de temperatura a lo largo del pozo, se ajusta una recta con los datos de temperatura de fondo (boca del pozo) y temperatura de superficie (cabeza del pozo). El modelo discretiza las ya mencionadas ecuaciones a través de la técnica de los volúmenes finitos.

Para determinar las pérdidas de presión, se han elaborado una gran cantidad de modelos matemáticos a partir de datos experimentales obtenidos en diferentes pozos (es decir, con diferentes tipos de tuberías, tanto en tamaño (longitudes y diámetros) como en inclinación, con diferentes patrones de flujo y fluidos presentes en los mismos). Se han escogido en el presente trabajo los modelos de Orkiszewski [1], Govier et. al [2] y Chokshi et. al [3] para utilizar de ellos las diversas correlaciones que proponen para calcular entre otras, la fracción volumétrica de vapor y con ello la densidad de la mezcla, variables indispensables para la solución del modelo. El propósito fue comparar los resultados (gradientes de presión) recogidos por estos modelos y los reales (datos de seis pozos); comparando también los resultados con una combinación de correlaciones entre estos tres modelos.

El modelo también requiere del uso de correlaciones para calcular propiedades termofísicas de las fases y factor de fricción; que de igual forma existen en la literatura para ambas, una gran variedad de ellas; en los capítulos [3] y [4] se detallan las que se emplearon respectivamente.

El modelo considera el flujo en régimen permanente, teniendo con ello a partir de la ecuación de continuidad: los flujos másico de entrada y salida para un volumen de control fijo deben ser iguales, de forma que la masa dentro del volumen de control permanezca constante; y con la ecuación de cantidad de movimiento la presión a la salida del volumen de control es obtenida; por medio de un esquema numérico implícito que avanza tramo a tramo en la dirección del flujo. Así pues, el flujo bifásico se ha modelado en base a la resolución de las ecuaciones de conservación (masa y cantidad de movimiento) sobre volúmenes de control finitos, escritas en forma unidimensional y estado permanente.

Para cada sección en las que fueron divididos los pozos, el número de volúmenes de control

se determinó de tal forma que la longitud de cada uno de estos fuera de aproximadamente 3.281 ft (1 m), para asemejar lo más posible el dominio discretizado al dominio continuo; y conseguir con ello una mejor precisión en los resultados. Así también, se alimentó al simulador con datos medidos (reales) entre otros: diámetros, longitudes y ángulos de inclinación de las tuberías, gasto de aceite, presión de entrada (boca del pozo) y temperaturas de fondo (boca del pozo) y superficie (cabeza del pozo) para reproducir los gradientes para cada pozo bajo las condiciones a las cuales estaban operando al momento en que fueron tomados los registros de presión y temperatura. Con el dato que no se contó, fue el flujo másico a la entrada (boca del pozo) por lo que se calculó por medio de una correlación, dada en el capítulo [3].

Los mejores resultados obtenidos por el simulador fueron empleando las correlaciones de Orkiszewski [1], ya que para cinco de los seis pozos, los datos de presión se ajustaron mejor a los datos experimentales; es decir el promedio del error relativo puntual fue de 15.18 % y es menor en comparación al mismo tipo de error generado por los otros dos modelos.

De acuerdo con los mapas de patrón de flujo de estos modelos, el régimen de flujo más predecible y por tanto más desarrollado fue el Slug. Por lo que se adaptó la correlación de Orkiszewski [1] para este flujo, en los otros dos modelos; mejorando así el ajuste de los datos de presión, pues los promedios del error relativo puntual pasaron de 25.23 % a 15.44 % para el modelo de Govier et al. [2] y de 22.14 % a 16.99 % para el modelo de Chokshi et al [3].

Anteriormente, está claro que las correlaciones de Orkiszewski [1] son las que mejor ajustan los datos experimentales.

Como resultado inmediato de todo lo expuesto hasta ahora, se desarrolló un programa computacional en lenguaje C para la simulación numérica del flujo en el interior de pozos petroleros.

Índice general

DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN	IV
Índice de figuras	X
Índice de tablas	XI
1. Formulación del Problema	1
1.1. Introducción	1
1.2. Literatura revisada	2
1.2.1. Métodos usados para describir el flujo bifásico vertical	2
1.2.2. Caída de presión en tuberías verticales, modelos mecanísticos	3
1.2.3. Caída de presión en tuberías verticales, correlaciones empíricas	4
1.2.4. Caída de presión en tuberías verticales, modelos numéricos	5
1.3. Objetivos y alcance de la tesis	5
1.4. Estructura de la tesis	6
Nomenclatura	8
2. Conceptos básicos en flujo de dos fases líquido-gas	9
2.1. Definición de parámetros básicos	9
2.2. Patrones de flujo en tuberías verticales	12
2.2.1. Mapas de patrones de flujo vertical ascendente	13
2.2.2. Mapa de Orkiszewski	14
2.2.3. Mapa de Govier et al.	16
2.2.4. Mapa de Chokshi et al.	19
Nomenclatura	22
I Evaluación de Propiedades Físicas de las Fases	23
3. Propiedades físicas de las fases	24
3.1. Definición de propiedades físicas de los hidrocarburos	24

3.2.	Clasificación de los yacimientos	26
3.2.1.	Considerando la presión inicial	27
3.2.2.	Considerando la envolvente de fase de los hidrocarburos	27
3.3.	Datos reales de pozos	39
3.3.1.	Aforos de los pozos usados del campo KU	41
3.3.2.	PVT representativo del campo KU, formación Brecha del Paleoceno	41
3.3.3.	Aforos de los pozos usados del campo Akal de Cantarell	42
3.3.4.	PVT representativo para pozos de Akal, formación Brecha del Paleoceno	42
3.4.	Correlaciones usadas para propiedades PVT	43
	Nomenclatura	48
 II Método de Resolución de Ecuaciones Gobernantes Discretizadas		50
 4. Análisis de flujo bifásico (líquido - vapor)		51
4.1.	Introducción al flujo bifásico	51
4.2.	Formulación matemática	51
4.2.1.	Propiedades de la discretización	52
4.2.2.	Discretización espacial de las ecuaciones gobernantes	52
4.2.3.	Ecuaciones gobernantes para un volumen de control	53
4.2.4.	Ecuaciones gobernantes para flujo bifásico	54
4.3.	Evaluación de coeficientes empíricos	57
4.3.1.	Comparación de las diferentes correlaciones empíricas	58
4.3.2.	Fracción volumétrica de vapor ε_g	59
4.4.	Algoritmo numérico de resolución	87
4.4.1.	Método tramo a tramo (Step by Step)	87
4.4.2.	Discretización temporal de las ecuaciones gobernantes	87
4.4.3.	Condiciones de contorno	89
4.4.4.	Algoritmo de resolución	90
4.4.5.	Criterios de convergencia	90
	Nomenclatura	94
 III Realización del Modelo Numérico		94
 5. Estructura del Algoritmo		95
5.1.	Descripción del algoritmo propuesto	95
5.1.1.	Diagrama de flujo, del algoritmo propuesto	99
	Nomenclatura	102
 6. Validación con datos experimentales		103
 7. Errores implícitos en el modelo		113
7.1.	Error en las correlaciones para determinar propiedades físicas de las fases	113
7.2.	Error en las correlaciones para flujo bifásico ascendente	115
7.3.	Valores reales fuera de rango	115

7.4. Errores de medición en la toma de información	116
8. Conclusiones y Recomendaciones	118
A. Discretización de las ecuaciones de transporte	120
A.1. Ecuación de continuidad	120
A.2. Ecuación de cantidad de movimiento	121
B. Estructura de las mallas	123
B.1. Datos usados para generar las mallas	125
C. Datos de entrada para el método tramo a tramo	132
D. Ejemplo de salida del simulador	133
Referencias	135

Índice de figuras

2.1. Patrones de flujo en tubería vertical, Ansari et al. [4]	13
2.2. Mapa de patrones de flujo utilizado por Orkiszewski [1], Chierici et al. [6]	16
2.3. Mapa de patrones de flujo, Govier et al. [2]	19
2.4. Mapa de patrones de flujo, Chokshi et al. [3]	20
2.5. Mapa modificado de Chokshi et al. [3], según Taitel et al. [7]	21
3.1. Producción de los hidrocarburos del yacimiento, Dake [8]	26
3.2. Aceite Negro (bajo encogimiento), Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de Explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993	29
3.3. Aceite Volátil (alto encogimiento), Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993	31
3.4. Gas y Condensado, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993	33
3.5. Gas Húmedo, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993	35
3.6. Gas Seco, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993	37
3.7. Ubicación geográfica de la Región Marina Noreste	39
3.8. Ubicación de los campos del Activo de Explotación Ku-Maloob-Zaap	40
4.1. Flujo a través de un volumen de control de un canal	54
4.2. Griffith y Wallis [15] C_1 vs N_b	62
4.3. Griffith y Wallis [15] C_2 vs N_b y NRe	63
4.4. Esquema para flujo Slug, Govier et al. [2]	68
4.5. Esquema para flujo Slug, Chokshi et al. [3]	72
4.6. Esquema para flujo Annular, Ansari et al. [4]	75
4.7. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU61	79
4.8. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU87	79
4.9. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1277	80
4.10. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1292	80
4.11. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell409	81
4.12. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell2257D	81

4.13. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU61, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	84
4.14. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU87, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	84
4.15. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1277, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	85
4.16. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1292, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	85
4.17. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell409, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	86
4.18. Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell2257D, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	86
4.19. Nodos y malla para el método tramo a tramo (step by step)	88
5.1. Esquema de resolución del método Step by Step	99
5.2. continuación del esquema de resolución del método Step by Step	100
6.1. Valores reales y calculados para KU61	107
6.2. Valores reales y calculados para KU87	107
6.3. Valores reales y calculados para KU1277	108
6.4. Valores reales y calculados para KU1292	108
6.5. Valores reales y calculados para Cantarell409	109
6.6. Valores reales y calculados para Cantarell2257D	109
6.7. Valores reales y calculados para KU61, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	110
6.8. Valores reales y calculados para KU87, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	110
6.9. Valores reales y calculados para KU1277, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	111
6.10. Valores reales y calculados para KU1292, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	111
6.11. Valores reales y calculados para Cantarell409, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	112
6.12. Valores reales y calculados para Cantarell2257D, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]	112
B.1. Esquema para crear la malla de cada pozo	124

Índice de tablas

3.1. Características aceite negro	30
3.2. Características aceite volátil	32
3.3. Características Gas y Condensado	34
3.4. Características Gas Húmedo	36
3.5. Características Gas Seco	38
3.6. Aforos usados	41
3.7. PVT KU-47	41
3.8. Aforos usados	42
3.9. PVT Cantarell8	43
4.1. Coeficiente de distribución del líquido Γ	60
4.2. ρ_m e identificación de régimen de flujo contra profundidad; pozos de KU y Akal	77
4.3. continuación, ρ_m e identificación de régimen de flujo contra profundidad; pozos de KU y Akal	78
4.4. ρ_m usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; pozos de KU y Akal	82
4.5. continuación, ρ_m usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; pozos de KU y Akal	83
6.1. Resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal	104
6.2. continuación 1, resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal	105
6.3. continuación 2, resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal	106
7.1. P_b , R_s y B_o correlación de Vasquez y Beggs [9] para aceite saturado	114
B.1. Pozo KU61	126
B.2. Pozo KU87	127
B.3. Pozo KU1277	128
B.4. Pozo KU1292	129
B.5. Pozo Cantarell409	130
B.6. Pozo Cantarell2257D	131
C.1. Condiciones de entrada para el método tramo a tramo	132
D.1. Resultados del simulador para KU1292, correlación de Orkiszewski	134

Formulación del Problema

1.1. Introducción

En la industria petrolera, la explotación de los pozos es uno de los intereses primordiales ya que ellos representan el medio de obtención de hidrocarburos desde el yacimiento petrolífero hacia la superficie. Razón por la cual, el análisis y diseño de los sistemas de producción son tareas esenciales, que permiten optimizar la producción del pozo sin sobre explotar el yacimiento.

A través de las tuberías de producción TP de los pozos petroleros, fluyen dos fases aceite-gas, a esta presencia simultánea de dos fases se le llama flujo bifásico, que es uno de los casos más sencillos del estudio de flujo multifásico¹, y en la industria del petróleo, el estudio de flujo multifásico es de suma importancia, pues en las TP es donde se consume la mayor parte de presión disponibles para llevar los hidrocarburos del yacimiento a las baterías de separación, por lo que es de vital trascendencia realizar una evaluación precisa de la distribución de la presión a lo largo de dichas tuberías; con el fin de conocer las condiciones actuales de producción para un pozo productor, pues como se mencionó antes, lo que se busca es una tasa óptima de producción a medida que cambian las condiciones del pozo y del yacimiento; más cuando se trata de un pozo nuevo permite definir los diámetros óptimos de las TP, así como predecir su comportamiento de flujo y presión para diferentes condiciones de operación. En conclusión, esta evaluación dará como resultado recuperar el petróleo y el gas de la manera más eficiente y por tanto más económica.

Para yacimientos de aceite negro (se definen sus características en el capítulo [3]), a la profundidad del intervalo productor del pozo el hidrocarburo puede fluir hacia la superficie en una sola fase (bajosaturado) aceite; o en dos fases (saturado) aceite y gas. Tomando el primero de los casos, es decir suponemos que solo fluye aceite, pero llega el momento que debido a una reducción de presión en base a la profundidad del pozo, el aceite presenta las primeras burbujas de gas; a esta presión se le conoce como presión de saturación; y para presiones menores a esta aumenta la presencia de gas; y con ello se presentan diferentes distribuciones geométricas de las fases a las cuales se les llama patrones o regímenes de flujo; los cuales dependen de las velocidades de cada

¹el flujo multifásico se define como el flujo simultáneo de varias fases

fase.

Una de las variables más importantes en el estudio de flujo bifásico en pozos o tuberías verticales; las cuales son comunes y de uso más generalizado dentro de la industria petrolera; es precisamente el régimen de flujo, debido a que esta afecta directamente los valores de hold-dup² y caída de presión.

Otras variables que podemos citar, y que también influyen en los patrones o regímenes de flujo son: flujo volumétrico de gas y líquido (Q_g y Q_l , respectivamente), propiedades físicas de las fases (densidades y viscosidades del gas y del líquido, tensión interfacial gas-líquido) y diámetro e inclinación de la tubería (variables geométricas).

Así pues, las pretensiones de esta tesis son: simular numéricamente el comportamiento térmico y fluido-dinámico de flujo bifásico (líquido-gas) en pozos petroleros pertenecientes a yacimientos de aceite negro, y comparar los resultados obtenidos de nuestro modelo con los datos reales o de campo para verificar que se ajusten al sistema en estudio.

En esta tesis se presenta un modelo no homogéneo totalmente implícito en donde se toma en cuenta la ecuación de continuidad (conservación de la masa) y ecuación de cantidad de movimiento, la ecuación de energía no se considera, en su lugar se ajusta una recta con los datos de temperatura de fondo (boca del pozo) y temperatura de superficie (cabeza del pozo); para el cálculo del perfil de temperaturas a lo largo del pozo.

El método numérico de solución utilizado para el modelo no homogéneo es el de volúmenes finitos, y aunque se han discretizado las ecuaciones de conservación antes mencionadas tanto espacial como temporalmente, hemos considerado en régimen permanente el flujo, ya que los datos de campo para comparar con el modelo se consideran en estado permanente.

1.2. Literatura revisada

1.2.1. Métodos usados para describir el flujo bifásico vertical

Hoy en día, existen diferentes enfoques para el modelado de flujo bifásico: enfoque de tipo experimental o empírico (correlaciones empíricas), generalmente carentes de análisis dimensional, por lo que sus resultados deben tomarse con cierta reserva; enfoque de solución exacta, que requiere la solución de ecuaciones de conservación con condiciones de frontera adecuadas, desafortunadamente existen pocos sistemas que pueden ser tratados rigurosamente; y enfoque mecanístico, este es un intermedio entre el enfoque experimental y el de solución exacta, con este enfoque se construye un modelo físico simplificado que intenta describir el fenómeno de una manera cercana, y está fundamentada en la física del flujo, por lo que los hacen más confiables.

²el hold-dup se define como la relación de volumen ocupado por un gas en un segmento de tubería y el volumen total del segmento de la misma.

1.2.2. Caída de presión en tuberías verticales, modelos mecánicos

El método más utilizado para el cálculo de la caída de presión en un sistema de flujo bifásico ha sido dividir esta variable en tres componentes: gravitacional (G), friccional (F) y aceleracional (A).

$$\left[\frac{dP}{dZ} \right]_{PT} = \left[\frac{dP}{dZ} \right]_G + \left[\frac{dP}{dZ} \right]_F + \left[\frac{dP}{dZ} \right]_A. \quad (1.1)$$

Estos componentes se derivan de un balance de energía, en el cual el término gravitacional representa a la diferencia de energía potencial entre dos puntos en el espacio, el término aceleracional representa el cambio de energía cinética, debido al cambio del caudal volumétrico para un mismo elemento diferencial de volumen. Ambos términos se describen como cambios de presión reversibles. Finalmente, el término friccional representa la energía disipada por el fluido debido a la fricción y es un cambio de energía irreversible.

El componente gravitacional se expresa de la siguiente manera:

$$\left[\frac{dP}{dZ} \right]_G = [\varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l] g$$

y el componente friccional generalmente se expresa como (considerando una pseudofase):

$$\left[\frac{dP}{dZ} \right]_F = f_M \frac{\bar{V}^2}{2gD},$$

donde f_M es el factor de Moody y \bar{V} velocidad media.

Por último, el componente aceleracional se desprecia sólo si este término es pequeño comparado con los otros dos (ya que al hacer más pequeño el volumen de control también $\left[\frac{dP}{dZ} \right]_G$ y $\left[\frac{dP}{dZ} \right]_F$ se vuelven pequeños).

1.2.3. Caída de presión en tuberías verticales, correlaciones empíricas

Definamos primero algunos conceptos en los cuales se basa la clasificación para las correlaciones.

El holdup real del líquido o retención de la fase líquida ε_l (considera deslizamiento entre las fases), se define como la relación entre el volumen de líquido en una sección de la tubería al volumen total de la misma sección, su rango de variación comienza en cero (donde sólo fluye la fase gaseosa) hasta llegar a uno (donde sólo fluye la fase líquida).

$$\varepsilon_l = \frac{\nabla_l}{\nabla_T}.$$

El holdup real referido al gas (ε_g) se define como:

$$\varepsilon_g = 1 - \varepsilon_l.$$

La relación entre el caudal del líquido al caudal del líquido más el del gas en la entrada de la tubería se denomina holdup sin deslizamiento del líquido (λ_l), éste es la aproximación más simple para estimar el holdup, debido a que supone que ambas fases fluyen a la misma velocidad (flujo homogéneo), es decir, no hay deslizamiento entre ellas:

$$\lambda_l = \frac{Q_l}{Q_l + Q_g}.$$

Igualmente el holdup sin deslizamiento del gas (λ_g) se expresa como:

$$\lambda_g = 1 - \lambda_l.$$

En los primeros modelos, el gradiente de presión dentro del pozo normalmente se basaba en una densidad de mezcla de fluidos que no permitía el resbalamiento (deslizamiento) entre las fases; esto es la tendencia de los fluidos individuales a fluir con diferentes velocidades. Más aún estos modelos consideraban que el flujo dentro de un pozo estaba completamente mezclado y uniforme.

Las diversas correlaciones existentes para el cálculo de distribuciones de presión con flujo multifásico en tuberías, pueden clasificarse en tres categorías en base al criterio utilizado en su desarrollo.

Categoría 1

No se considera resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se obtiene en función de las propiedades de los fluidos, corregidas por presión y temperatura. Las pérdidas por fricción y los efectos del λ_l se expresan por medio de un factor de fricción correlacionado empíricamente. No se distinguen patrones de flujo.

Categoría 2

Se toma en cuenta el resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se calcula analizando el efecto del ε_l . El factor de fricción se correlaciona con las propiedades del fluido en la fase combinadas del gas y el líquido. No se distinguen regímenes de flujo.

Categoría 3

Se considera resbalamiento entre las fases. La densidad de la mezcla se calcula utilizando el efecto del ε_l . El factor de fricción se correlaciona con las propiedades del fluido en la fase continua. Se distinguen diferentes patrones de flujo.

1.2.4. Caída de presión en tuberías verticales, modelos numéricos

Con el progreso del modelado de flujo de dos fases, el modelo numérico surge como una herramienta útil para describir el flujo de fluidos en pozos. Estos modelos se basan en las ecuaciones fundamentales que describen el proceso de flujo en dichos pozos.

En estos modelos el pozo es dividido en segmentos y se define el conjunto de variables que describen los fluidos en cada uno de estos. En esta retícula unidimensional de segmentos, el contenido del pozo y las propiedades de la mezcla de fluidos pueden variar con la ubicación.

Es por ello que las condiciones de flujo del pozo se representan mediante las siguientes variables para cada segmento: geométricas (diámetro, inclinación y rugosidad de la tubería), presión, tasa de flujo total a través del segmento, y fracciones de flujo de petróleo y gas. Estas variables permiten el cálculo de las propiedades de la mezcla de fluidos y el gradiente de presión. En cada segmento se aplican las ecuaciones de: conservación de la masa y cantidad de movimiento para ambas fases y una relación de la caída de presión a lo largo del segmento.

1.3. Objetivos y alcance de la tesis

El principal objetivo de este trabajo es desarrollar y aplicar el método de volúmenes finitos para la resolución numérica de las ecuaciones gobernantes que modelan el flujo en pozos petroleros.

A este objetivo principal le siguen los siguientes objetivos específicos:

1. Elaborar un programa de computación (en particular, en lenguaje C) característico para simulación del flujo en pozos petroleros.
2. Contrastar resultados obtenidos con resultados reales tomados en pozos.

Al cumplir con los objetivos planteados anteriormente, se espera tener:

Un simulador del comportamiento del flujo en pozos petroleros pertenecientes a yacimientos de aceite negro, que cuente con módulos adicionales para el cálculo de las propiedades termofísicas del fluido a utilizar.

1.4. Estructura de la tesis

En el capítulo [2] se enuncian los principales conceptos utilizados en flujo de dos fases líquido-gas, con la idea de familiarizarse con el tema. Se mencionan de igual forma los patrones y mapas de flujo en tuberías verticales.

En seguida la tesis se divide en tres partes:

I Evaluación de Propiedades Físicas de las Fases:

La cual consta del capítulo [3] llamado Propiedades físicas de las fases; donde, después de dar una clasificación de los tipos de yacimientos se definen las propiedades físicas básicas de los hidrocarburos; y se obtienen las mismas por medio de correlaciones PVT para aceite negro, pues debemos contar con ellas para satisfacer las ecuaciones del modelo propuesto.

II Método de resolución de Ecuaciones Governantes Discretizadas:

Forma parte de esta el capítulo [4], el capítulo esencial de esta tesis llamado Análisis de flujo bifásico (líquido-vapor). Aquí se desarrolla la formulación matemática de las ecuaciones de conservación (masa y cantidad de movimiento); dichas ecuaciones son discretizadas usando volúmenes finitos.

También son evaluados con ecuaciones empíricas el factor de fricción y la fracción volumétrica del gas y se cita el método implícito tramo a tramo que es el de solución.

III Realización del Modelo Numérico:

Esta se encuentra integrada por cuatro capítulos.

El algoritmo propuesto es descrito dentro del capítulo [5] de nombre Estructura del algoritmo, es dado de igual forma el diagrama de flujo del mismo. En el capítulo [6] se validan o comparan los datos obtenidos por el modelo numérico y los datos reales, el capítulo [7]

trata de los errores implícitos en el modelo y los errores de medición en la toma de información de datos (presión y temperatura) y finalmente, en el capítulo [8] se establecen las conclusiones y recomendaciones.

Nomenclatura

Notación	Descripción	Unidades
D	diámetro	ft
f_M	factor de Moody	
g	gravedad	ft / seg ²
Q	flujo volumétrico	ft ³ / seg
TP	tubería de producción	
\bar{V}	velocidad media	ft / seg
dP	gradiente de presión	psi
dZ	diferencial de altura o longitud	ft
∇	volumen (en una sección de la tubería)	ft ³
Símbolos griegos		
ϵ	fracción volumétrica	
λ	holdup sin deslizamiento	
ρ	densidad	lb _m / ft ³
Subíndices		
g	gas	
l	líquido	
A	componente aceleracional	
F	componente friccional	
G	componente gravitacional	
PT	presión total	
T	total	

CAPÍTULO 2

Conceptos básicos en flujo de dos fases líquido-gas

En este capítulo, se presentan algunos de los conceptos y variables más importantes que describen el sistema de flujo líquido-gas.

Se describen los diferentes tipos de flujo en tuberías verticales; los mapas de patrones de flujo también son introducidos.

2.1. Definición de parámetros básicos

Las velocidades superficiales de las fases líquido y gas (V_{sl} y V_{sg}) son definidas como el caudal de la fase dividida por el área de la sección transversal de la tubería:

$$V_{sl} = \frac{Q_l}{A}, \quad (2.1)$$

$$V_{sg} = \frac{Q_g}{A}, \quad (2.2)$$

donde Q_l y Q_g son los caudales volumétricos del líquido y gas respectivamente, y A es el área de la sección transversal de la tubería.

La velocidad de la mezcla está dada por la suma de las velocidades superficiales del líquido y gas:

$$V_m = V_{sl} + V_{sg}. \quad (2.3)$$

La relación entre el caudal del líquido al caudal del líquido más el del gas en la entrada de la tubería se denomina holdup sin deslizamiento del líquido (λ_l), éste es la aproximación más simple para estimar el holdup, debido a que supone que ambas fases fluyen a la misma velocidad (flujo homogéneo), es decir, no hay deslizamiento entre ellas:

$$\lambda_l = \frac{Q_l}{Q_l + Q_g} = \frac{V_{sl}}{V_m}, \quad (2.4)$$

$$\lambda_g = \frac{Q_g}{Q_l + Q_g} = \frac{V_{sg}}{V_m}. \quad (2.5)$$

Por definición la suma de la fracción volumétrica del líquido y gas es igual a uno:

$$\lambda_l + \lambda_g = 1. \quad (2.6)$$

La característica del flujo de dos fases es el flujo simultáneo de dos fases de diferente densidad y viscosidad. Usualmente en flujo horizontal y vertical, la fase de menor densidad y viscosidad tiende a fluir con una velocidad mayor. En flujo líquido-gas, el gas se mueve mucho más rápido que el líquido excepto en flujo descendente. La diferencia de las velocidades promedio in situ entre las dos fases resulta un fenómeno muy importante.

El "slip" (deslizamiento), o el holdup de una fase relativa a la otra está definido en (Govier et al. [2]). Esto hace la diferencia de las fracciones volumétricas in situ y las fracciones volumétricas a la entrada de la tubería (λ).

El holdup real del líquido o retención de la fase líquida (ε_l), se define como la relación entre el volumen de líquido en una sección de la tubería al volumen total de la misma sección, su rango de variación comienza en cero (donde sólo fluye la fase gaseosa) hasta llegar a uno (donde sólo

fluye la fase líquida).

Sea A_l el área de la sección transversal ocupada por el líquido; el área restante A_g es ocupada por el gas. El liquid holdup y la fracción volumétrica del gas son definidas como:

$$\varepsilon_l = \frac{A_l}{A} \quad (2.7)$$

y

$$\varepsilon_g = \frac{A_g}{A} \quad (2.8)$$

respectivamente.

La importancia del cálculo de la fracción volumétrica in situ radica en que es necesario para determinar el promedio real de las velocidades lineales de cada fase:

$$V_l = \frac{Q_l}{A_l} = \frac{V_{sl}}{\varepsilon_l}, \quad (2.9)$$

$$V_g = \frac{Q_g}{A_g} = \frac{V_{sg}}{\varepsilon_g}. \quad (2.10)$$

Estas son las velocidades promedio de las fases líquido y gas, que son más grandes que las velocidades superficiales.

Una vez obtenidas estas velocidades se podrían estimar la energía cinética, números de Reynolds, densidad y viscosidad de la mezcla, entre otras variables que están relacionadas con la transferencia de masa.

Las propiedades de los fluidos (densidad y viscosidad) para cada fase, así como la tensión interfacial líquido-gas y parámetros geométricos tales como el diámetro interno y el ángulo de inclinación de la tubería también tienen una influencia sobre el diseño de los sistemas de flujo. En este trabajo, el ángulo de inclinación θ está medido con respecto a la horizontal; excepto cuando se especifique lo contrario.

2.2. Patrones de flujo en tuberías verticales

Los patrones o regímenes de flujo se definen como las distribuciones geométricas de las fases que ocurren en un sistema de flujo multifásico. Cuando se estudian flujos bifásicos ascendentes en tuberías verticales, se tienen diferentes modelos para determinar los patrones de flujo que rigen al sistema. La mayoría de los modelos mecánicos consideran la clasificación establecida por Orkiszewski [1] que definen sólo cuatro patrones: Bubble, Slug, Froth y Annular-Mist; observados en la [Figura 2.1].

A continuación, los nombres y una breve descripción de la manera en la cual los fluidos se distribuyen en la tubería para cada régimen.

Flujo Bubble:

La tubería se encuentra prácticamente llena de líquido y la fase de gas libre se presenta en pequeñas burbujas las cuales se mueven a diferentes velocidades exceptuando aquellas que por su densidad tienen pequeños efectos en el gradiente de presión. La pared de la tubería esta siempre en contacto con la fase líquida [Figura 2.1 a)].

Flujo Slug:

La fase gaseosa es más significativa. Sin embargo la fase líquida sigue siendo continua, las burbujas de gas coalescen y forman tapones o slugs los cuales ocupan prácticamente toda la sección transversal de la tubería. El líquido que rodea la burbuja puede moverse a bajas velocidades en forma descendente. El gas y el líquido tienen efectos significativos en la caída de presión [Figura 2.1 b)].

Flujo Froth:

Es cuando ocurre el cambio de la fase líquida continua a la fase de gas continua. Las burbujas de gas pueden unirse y el líquido puede entrar en la burbuja. Aunque los efectos del líquido son significativos, dominan los de la fase gaseosa [Figura 2.1 c)].

Flujo Annular-Mist:

La fase gaseosa es continua y la mayor parte del líquido se introduce en ésta en forma de gotitas. La pared de la tubería está cubierta por una película de líquido y la fase gaseosa controla la caída de presión [Figura 2.1 d)].

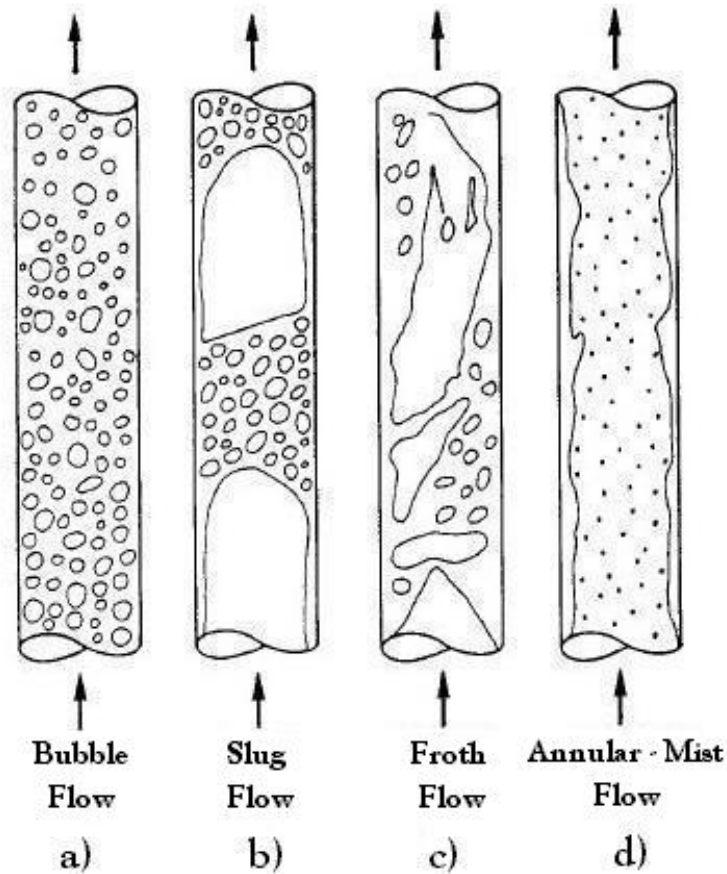


Figura 2.1: Patrones de flujo en tubería vertical, Ansari et al. [4]

2.2.1. Mapas de patrones de flujo vertical ascendente

Debido a que los regímenes de flujo tienen una gran influencia en los procesos de transferencia de calor y de cantidad de movimiento, es importante para diseñar poder predecir que régimen de flujo se espera que se produzca basándose en el flujo másico, la calidad (fracción másica de vapor), las propiedades termo-físicas del fluido y la geometría del conducto. En reconocimiento

a este hecho, se han elaborado gran cantidad de mapas de regímenes de flujo y técnicas para su predicción a través de los años.

Como ejemplo de este tipo de mapas se presentan los propuestos por Orkiszewski [1], Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; indicando en cada uno de ellos las curvas que delimitan los regímenes de flujo, así como también los criterios de transición.

En las secciones [sección 4.3] (Evaluación de coeficientes empíricos) y [sección 4.4] (Comparación de las diferentes correlaciones empíricas) se abunda respecto de los modelos presentados por los autores antes mencionados.

2.2.2. Mapa de Orkiszewski

En el mapa de flujo de Orkiszewski [1] [Figura 2.2], en ordenadas y en abscisas se sitúan los parámetros adimensionales N_{GV} (velocidad del gas) y N_{LV} (velocidad del líquido) respectivamente; encontrándose particionado por las siguientes curvas:

$$L_B = 1.071 - \frac{0.2218V_m^2}{D}, \quad (2.11)$$

$$L_S = 50 + 36N_{LV}, \quad (2.12)$$

$$L_M = 75 + 84(N_{LV}^{0.75}), \quad (2.13)$$

donde los números adimensionales N_{LV} y N_{GV} propuestos por Ros y Duns [5], son dados como sigue:

$$N_{LV} = V_{sl} \sqrt[4]{(\rho_l/g\sigma_l)}, \quad (2.14)$$

$$N_{GV} = V_{sg} \sqrt[4]{(\rho_g/g\sigma_l)}. \quad (2.15)$$

Los regímenes de flujo son identificados por las siguientes restricciones:

Flujo Bubble:

$$\frac{V_{sg}}{V_m} < L_B. \quad (2.16)$$

Flujo Slug:

$$\frac{V_{sg}}{V_m} > L_B \quad y \quad N_{GV} < L_S. \quad (2.17)$$

Flujo Froth:

$$L_S < N_{GV} < L_M. \quad (2.18)$$

Flujo Annular-Mist:

$$L_M < N_{GV}, \quad (2.19)$$

con el límite,

$$L_B \geq 0.13. \quad (2.20)$$

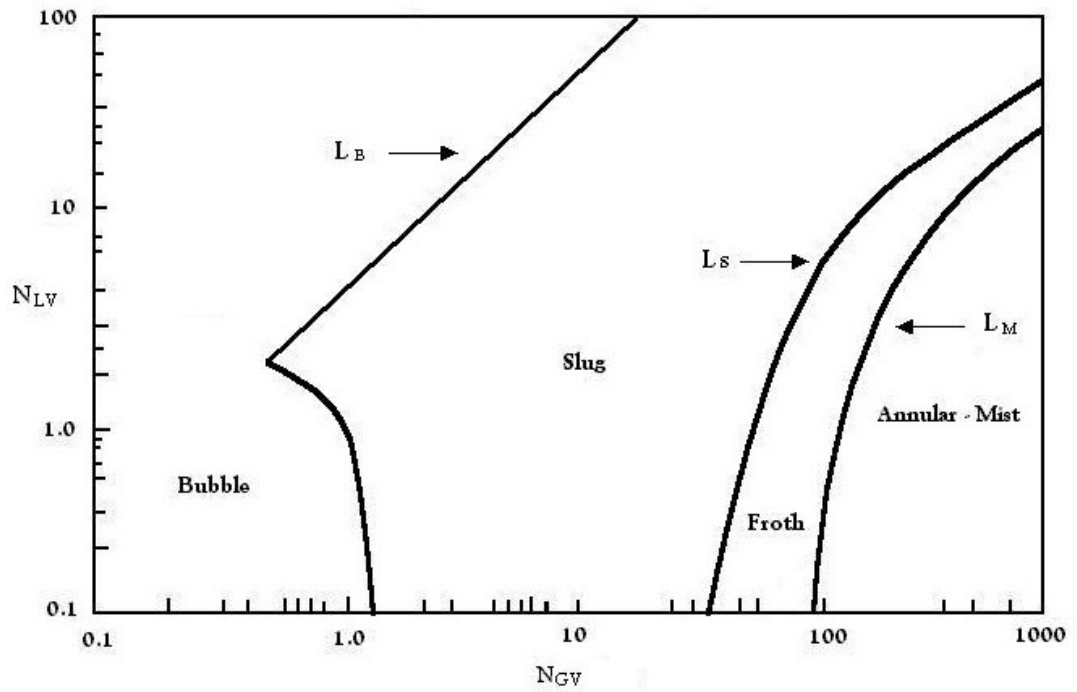


Figura 2.2: Mapa de patrones de flujo utilizado por Orkiszewski [1], Chierici et al. [6]

2.2.3. Mapa de Govier et al.

El mapa propuesto por Govier et al. [2] [Figura 2.3] considera de igual forma los cuatro regímenes considerados por Orkiszewski [1]: Bubble, Slug, Froth y Annular-Mist.

En ordenadas y en abscisas se sitúan las velocidades superficiales modificadas del líquido ($y = Y V_{sl}$) y gas ($x = X V_{sg}$) respectivamente; donde:

$$Y = \left(\frac{0.162 \rho_l}{62.4 \sigma_l} \right)^{\frac{1}{4}} \tag{2.21}$$

y

$$X = Y \left(\frac{\rho_g}{0.0806} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.22)$$

El mapa se encuentra particionado por las siguientes curvas:

$$B_{12} = 0.51(100y)^{0.172}, \quad (2.23)$$

$$B_{23} = 8.6 + \frac{y}{0.263}, \quad (2.24)$$

$$B_{34} = 70(100y)^{-0.152}; \quad (2.25)$$

también se tienen las rectas,

$$x = 26.5 \quad (2.26)$$

e

$$y = 4. \quad (2.27)$$

Los regímenes de flujo son identificados según las siguientes restricciones:

Flujo Bubble:

$$x < B_{12}. \quad (2.28)$$

Flujo Slug:

$$x > B_{12} \quad y \quad (y > 4 \quad y \quad x < 26.5), \quad (2.29)$$

o bien,

$$x > B_{12} \quad y \quad (y \leq 4 \quad y \quad x < B_{23}). \quad (2.30)$$

Flujo Froth:

$$B_{23} < x < B_{34}. \quad (2.31)$$

Flujo Annular-Mist:

$$x > B_{34}. \quad (2.32)$$

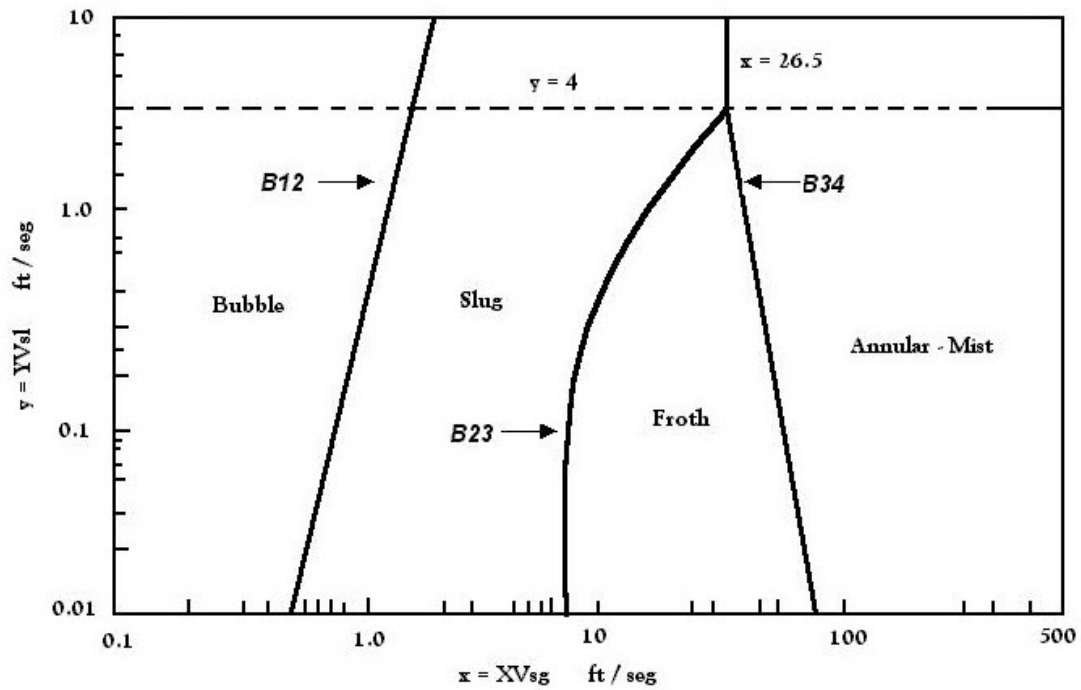


Figura 2.3: Mapa de patrones de flujo, Govier et al. [2]

2.2.4. Mapa de Chokshi et al.

El mapa propuesto por Chokshi et al. [3] [Figura 2.4] considera tres regímenes de flujo: Bubble, Slug y Annular-Mist.

En ordenadas y en abscisas se sitúan las velocidades superficiales del líquido y gas respectivamente.

En esta tesis, para el modelo de Chokshi et al. [3] el mapa que consideramos [Figura 2.5] el cual se encuentra particionado por las siguientes curvas:

$$V_{sg} = 0.37 V_{sl} + 0.34 V_{bs}, \tag{2.33}$$

donde,

$$V_{bs} = 1.41 \left[\frac{g_c \sigma_l (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.34)$$

y

$$V_{sg} = 49.251 . \quad (2.35)$$

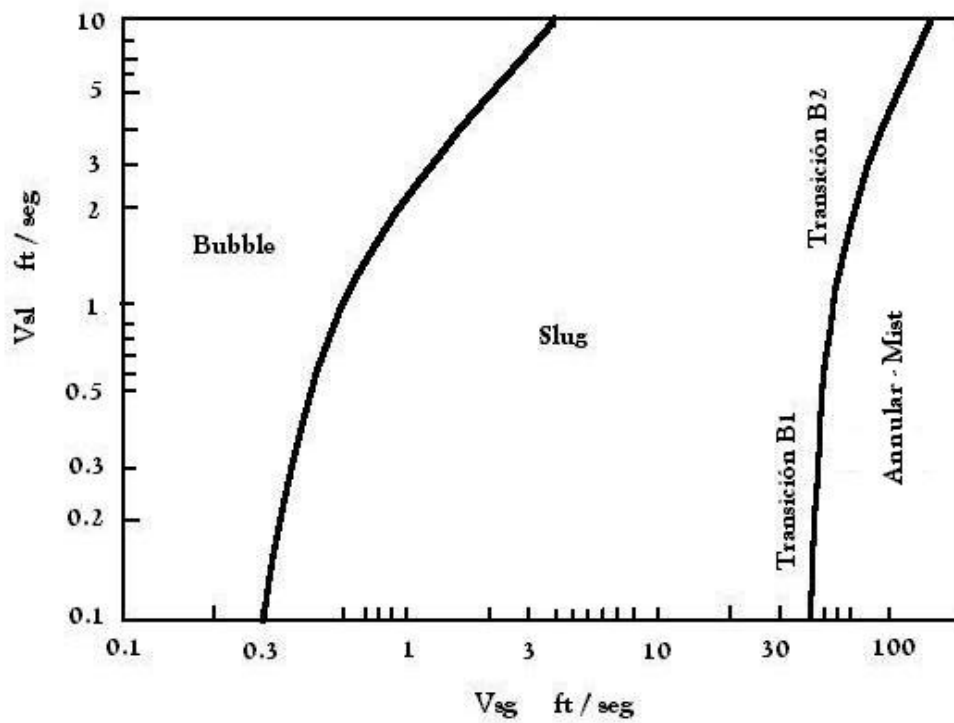


Figura 2.4: Mapa de patrones de flujo, Chokshi et al. [3]

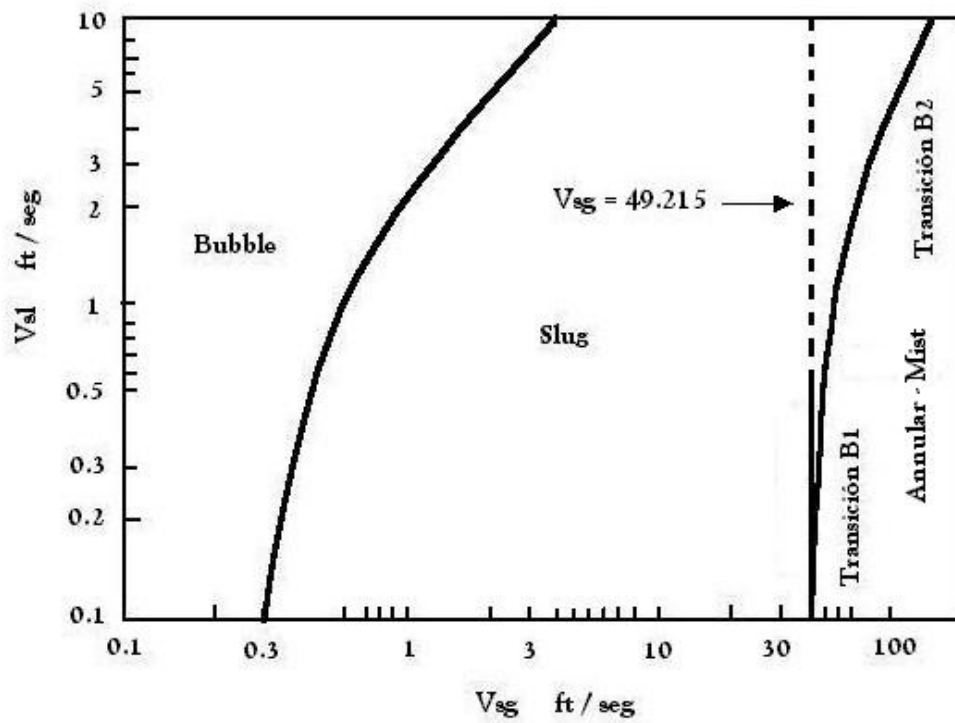


Figura 2.5: Mapa modificado de Chokshi et al. [3], según Taitel et al. [7]

Nomenclatura

Notación	Descripción	Unidades
A	área (sección transversal)	ft^2
D	diámetro	ft
g_c	factor de conversión (gravedad)	$32.165 lb_m ft / lb_f seg^2$
N_{GV}	velocidad del gas (adimensional)	
N_{LV}	velocidad del líquido (adimensional)	
Q	flujo volumétrico	ft^3 / seg
V	velocidad	ft / seg
Símbolos griegos		
ϵ	fracción volumétrica	
λ	holdup sin deslizamiento	
ρ	densidad	lb_m / ft^3
σ	tensión superficial	lb_m / seg^2
Subíndices		
g	gas	
l	líquido	
m	mezcla	
bs	superficial de la burbuja	
sg	superficial del gas	
sl	superficial del líquido	

Parte I

Evaluación de Propiedades Físicas de las Fases

Propiedades físicas de las fases

El conocimiento de las propiedades físicas de los hidrocarburos, es de primordial importancia en la determinación del comportamiento de los yacimientos, estimación de las reservas, diseño de instalaciones para producción y transporte de los fluidos producidos.

El primer problema que surge en relación con la determinación de las propiedades de los fluidos, es la carencia de análisis PVT apropiados de laboratorio. El análisis con que se cuenta generalmente es una separación diferencial, realizada a la temperatura del yacimiento, bajo condiciones de equilibrio; sin embargo, al pasar los fluidos a través de la tubería de producción y escurrir por la línea de descarga, su temperatura disminuye y el gas liberado no es el que correspondería a condiciones de equilibrio, lo que acarrea un margen de error.

Para conocer a diferentes presiones y temperaturas las propiedades de los fluidos, se utilizan generalmente correlaciones cuando se trata de aceites negros [Tabla 3.1], en estas se considera al gas y aceite como un sistema de dos componentes, en los cuales se tiene una composición fija; o bien, análisis composicionales cuando se trata de aceites volátiles [Tabla 3.2] y condensados [Tabla 3.3].

Entre las propiedades más importante, se encuentran la presión de burbuja, la relación gas - aceite y el factor de volumen, adicionalmente la viscosidad y la densidad se determinan para cálculos de flujo a través de tuberías.

3.1. Definición de propiedades físicas de los hidrocarburos

- Densidad: Propiedad intensiva de la materia que relaciona la masa de una sustancia y su volumen a través del cociente entre estas dos cantidades. Se expresa en gramos por centímetro cúbico, o en libras por galón.
- Densidad relativa o gravedad específica del aceite (SPG_o):

$$SPG_o = \frac{\text{densidad del aceite}}{\text{densidad del agua}}.$$

- Densidad relativa o gravedad específica del gas (SPG_g):

$$SPG_g = \frac{\text{densidad del gas}}{\text{densidad del aire}}.$$

- Densidad API: Es la medida de la densidad de los productos líquidos del petróleo, derivado de la densidad relativa de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\text{Densidad API} = \frac{141.5}{SPG_o} - 131.5.$$

La densidad API se expresa en grados; la densidad relativa 1.0 es equivalente a 10 grados API.

- Factor de volumen: Factor que relaciona la unidad de volumen de fluido en el yacimiento con la unidad de volumen en la superficie. Se tienen factores de volumen para el aceite B_o , para el gas B_g , para ambas fases, y para el agua B_w . Se pueden medir directamente de una muestra, calcularse u obtenerse por medio de correlaciones empíricas.
- Relación gas - aceite (RGA): Relación de la producción de gas del yacimiento a la producción de aceite, medidos a la presión atmosférica.
- Relación gas disuelto - aceite: Relación del volumen de gas que está disuelto en el aceite comparado con el volumen de aceite que lo contiene. Esta relación puede ser original (R_{si}) o instantánea (R_s).
- Factor de compresibilidad del gas (Z): Relación que existe entre el volumen de un gas real y el volumen de un gas ideal. Es una cantidad adimensional que varía usualmente entre 0.7 y 1.2.

3.2. Clasificación de los yacimientos

El objetivo de la Ingeniería de Yacimientos es proponer el esquema de explotación que asegure la máxima recuperación de hidrocarburo en la superficie al mínimo costo, utilizando para ello tecnología de punta.

De lo anterior se desprende la importancia de conocer la relación que existe entre los volúmenes de hidrocarburos que se encuentran en el yacimiento con los que se obtienen en la superficie. Esta relación se da en función de la composición de la mezcla y de su comportamiento al variar la presión y la temperatura. Las relaciones que se establecen se ilustran en forma esquemática en la [Figura 3.1].

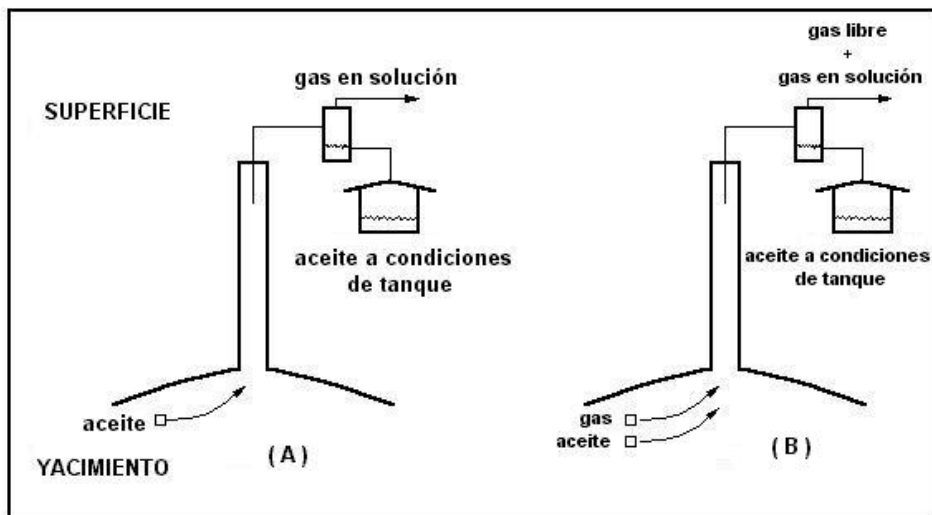


Figura 3.1: Producción de los hidrocarburos del yacimiento, Dake [8]

Cuando la presión inicial es mayor a la presión de saturación (presión de burbujeo), P_b , [Figura 3.1 (A)], en el yacimiento se tiene únicamente aceite y en la superficie se obtiene aceite

y el gas disuelto que contiene que ha sido liberado; mientras que cuando la presión inicial es menor a la presión de saturación, [Figura 3.1 (B)], habrá aceite y gas libre en el yacimiento, y en la superficie se obtiene aceite, el gas disuelto que contiene y el gas libre que fluye hacia el pozo.

Los resultados de un análisis Presión - Volumen - Temperatura (llamado análisis PVT) básico del aceite permite relacionar a la producción en superficie con los volúmenes de aceite en el yacimiento, ya sea que su presión inicial este por encima de la presión de saturación o que esté por abajo.

Del análisis PVT se obtienen propiedades del aceite y del gas, las cuales se requieren en los cálculos de Ingeniería de Yacimientos. Esas propiedades son: factor de volumen del aceite, B_o ; relación gas disuelto - aceite, R_s ; factor de volumen del gas, B_g ; relación gas - aceite instantánea, R_{si} .

En el laboratorio se obtienen datos de los parámetros anteriormente citados a diferentes presiones y a la temperatura del yacimiento. También se le determina la presión de saturación (de burbujeo) a la misma temperatura.

3.2.1. Considerando la presión inicial

Existen diferentes tipos de clasificaciones de los yacimientos; uno de ellos considera la presión inicial a la que se encuentran. En ese caso se dividen en:

- Yacimientos Bajosaturados

- Yacimientos Saturados

Los yacimientos bajosaturados son aquellos donde la presión inicial es mayor a la presión de burbujeo, mientras que en los yacimientos saturados la presión inicial es menor a la presión de burbujeo.

Otra clasificación es aquella que toma en cuenta el comportamiento de fases del aceite. Es por esta razón que para saber que tipo de yacimiento es el que tenemos, debemos conocer la Envolvente de Fases (o Diagrama de Fases) que caracteriza al fluido y, dependiendo de la ubicación de las condiciones originales del yacimiento (Presión Inicial y Temperatura Inicial) es posible definirlo.

3.2.2. Considerando la envolvente de fase de los hidrocarburos

El diagrama de fases muestra el comportamiento del fluido a medida que la presión y la temperatura cambian a un volumen constante, yendo de una sola fase fuera del diagrama a dos fases dentro de éste. El fluido es un líquido por encima de la curva del punto de burbujeo, donde se

forman las primeras burbujas de gas a medida que desciende la presión, y un gas por encima de la curva del punto de condensación, donde se forman las primeras gotas de líquido a medida que desciende la presión. El punto donde se encuentran las curvas del punto de burbujeo y del punto de condensación (punto de rocío) es el punto crítico. En el punto crítico, las propiedades intensivas, como la densidad, son idénticas para las fases gas y líquido. La temperatura máxima a la cual pueden coexistir dos fases se denomina cricondetérmica o cricondembara. Cerca del punto crítico, pequeñas variaciones de presión o temperatura dan origen a importantes cambios en la composición de las fases.

La composición del fluido define la forma de la envolvente de fase, la posición del punto crítico en la envolvente, y la ubicación de las curvas de composición constante. Dado que los fluidos de hidrocarburos pueden tener 40 componentes o más, modelar el comportamiento sería una tarea enorme si se incluyeran todos los componentes. Para simplificar el problema, se desarrolló el concepto de agrupación, o la creación de seudocomponentes. Una agrupación común coloca todos los componentes más densos que el hexano en un seudocomponente, C7+.

En las siguientes figuras y tablas, se muestra una clasificación de los yacimientos que considera el comportamiento de fases de los fluidos.

YACIMIENTOS DE ACEITE Y GAS DISUELTO

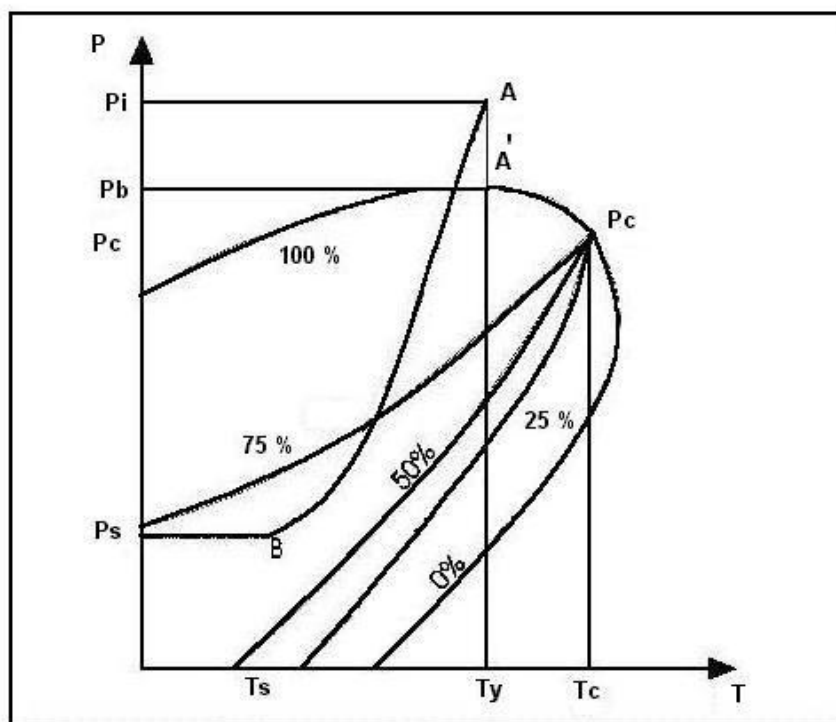


Figura 3.2: Aceite Negro (bajo encogimiento), Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de Explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993

Tabla 3.1: Características aceite negro

Temperatura	$T_y < T_c$
Punto Crítico	Pc a la derecha de la cricondembara
Estado en el yacimiento	Si $P > P_b @ T_y$ yac. Bajosaturado (1 fase) Si $P \leq P_b @ T_y$ yac. Saturado (2 fases)
Curvas de calidad	Muy pegadas a la línea de puntos de rocío
Singularidades	
Producción en superficie	Dentro región dos fases
Composición mezcla original	$(C7+) > 30.5\%$
RGA (ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s)	< 1110.4
Densidad líq. API	< 35
Color líquido	oscuro

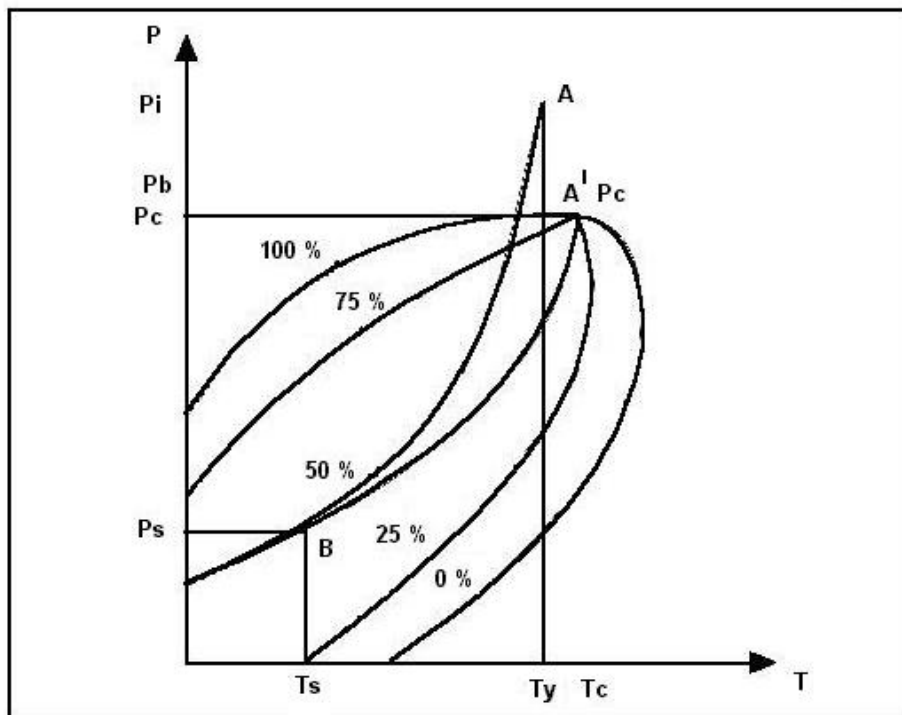


Figura 3.3: Aceite Volátil (alto encogimiento), Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993

Tabla 3.2: Características aceite volátil

Temperatura	$T_y < T_c$
Punto Crítico	P_c cercano a la cricondembara
Estado en el yacimiento	Si $P > P_b @ T_y$ yac. Bajosaturado (1 fase) Si $P \leq P_b @ T_y$ yac. Saturado (2 fases)
Curvas de calidad	Más separadas de la línea de puntos de rocío
Singularidades	
Producción en superficie	Dentro región dos fases
Composición mezcla original	(C7+) de 11.0 a 30.5 %
RGA (ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s)	1110.4 - 5551.9
Densidad líq. API	35 - 45
Color líquido	ligeramente obscuro

YACIMIENTOS DE GAS

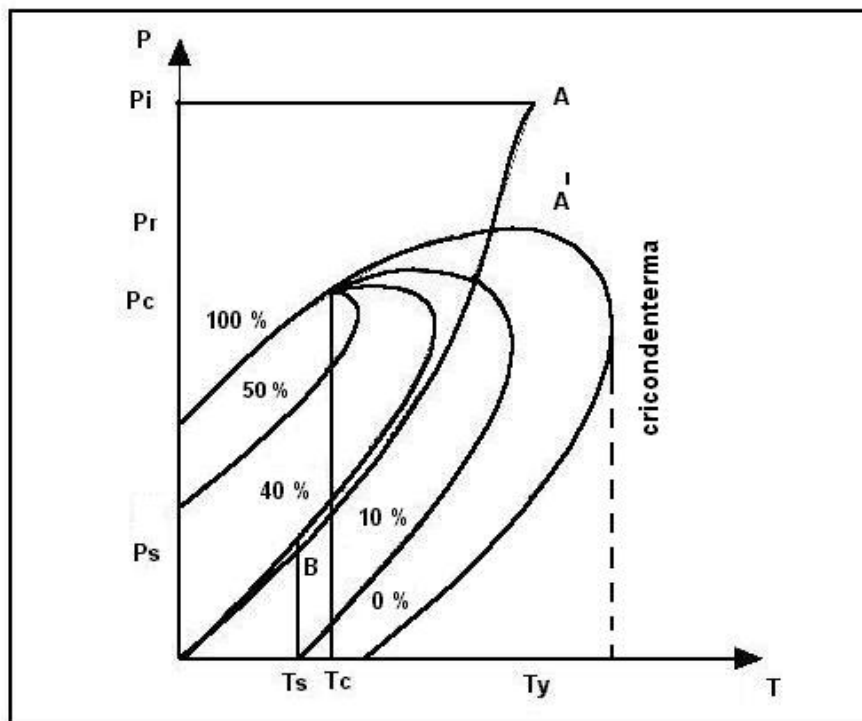


Figura 3.4: Gas y Condensado, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993

Tabla 3.3: Características Gas y Condensado

Temperatura	$T_c < T_y < \text{Cricondenterma}$
Punto Crítico	Pc a la izquierda de la cricondembara
Estado en el yacimiento	Si $P > P_r @ T_y$ yac. Bajosaturado (1 fase) Si $P \leq P_r @ T_y$ yac. Saturado (2 fases)
Curvas de calidad	Tienden a pegarse a la línea de puntos de burbuja
Singularidades	Fenómenos retrógrados
Producción en superficie	Dentro región dos fases
Composición mezcla original	$(C7+) < 11.0\%$
RGA (ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s)	2776 - 83279
Densidad líq. API	41 - 57
Color líquido	ligeramente coloreado

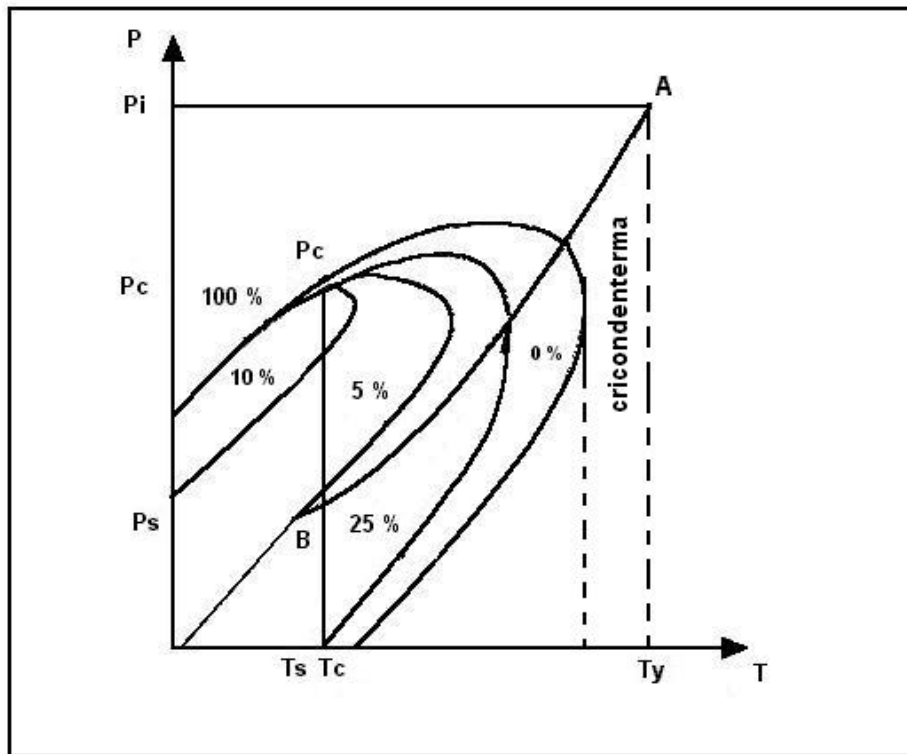


Figura 3.5: Gas Húmedo, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993

Tabla 3.4: Características Gas Húmedo

Temperatura	$T_y >$ cricondenterma
Punto Crítico	P_c a la izquierda de la cricondembara
Estado en el yacimiento	P_y nunca entra a la región de dos fases en el yacimiento siempre se está en estado gaseoso
Curvas de calidad	Más pegadas a la línea de puntos de burbuja
Singularidades	
Producción en superficie	Dentro región dos fases
Composición mezcla original	Pequeñas cantidades de intermedios
RGA (ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s)	55519.3 - 111038.6
Densidad líq. API	45 - 57
Color líquido	Casi transparente

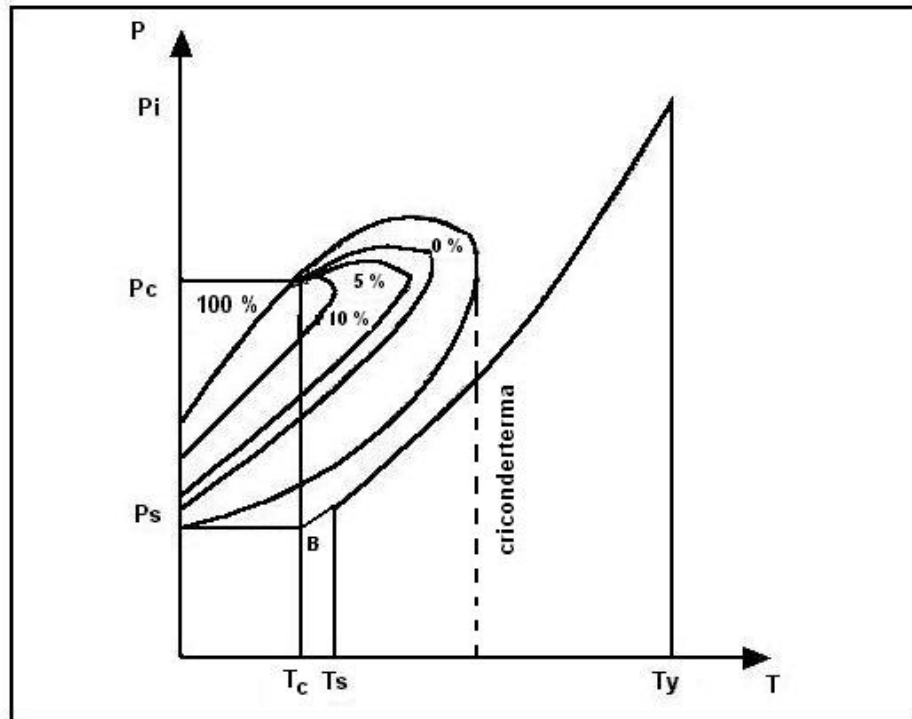


Figura 3.6: Gas Seco, Pemex Exploración y Producción (PEP), Región Marina Noreste (Activo de explotación Ku-Maloob-Zaap), 1993

Tabla 3.5: Características Gas Seco

Temperatura	$T_y > \text{cricondenterma}$
Punto Crítico	P_c a la izquierda de la cricondembara
Estado en el yacimiento	P_y nunca entra a la región de dos fases en el yacimiento siempre se está en estado gaseoso
Curvas de calidad	Casi pegadas a la línea de puntos de burbuja
Singularidades	
Producción en superficie	Fuera región dos fases
Composición mezcla original	Casi puros componentes ligeros
$RGA (ft^3 \text{ a.c.s} / bl_o \text{ a.c.s})$	> 111038.6
Densidad líq. API	> 57
Color líquido	Transparente

3.3. Datos reales de pozos

Región Marina Noreste

Se encuentra ubicada en el sureste de la república Mexicana, en aguas territoriales nacionales, frente a las costas de los estados de Campeche, Yucatán y Quintana Roo. Abarca una superficie de 166 mil kilómetros cuadrados, e incluye parte de la plataforma continental y el talud del Golfo de México. La región se compone de tres activos de explotación y uno de exploración denominados Cantarell, Ek-Balam, Ku-Maloob-Zaap y Región Marina Noreste, respectivamente. La [Figura 3.7] muestra la ubicación geográfica de esta región.



Figura 3.7: Ubicación geográfica de la Región Marina Noreste

Ku-Maloob-Zaap

Para validar el modelo propuesto en la presente tesis, tenemos datos reales de gradientes dinámicos de pozos pertenecientes al campo KU del Activo Integral Ku-Maloob-Zaap, el cual está integrado por cuatro campos productores de aceite negro, tipo Maya, con densidades que oscilan entre los 13 y 25 grados API. Dicho activo se ubica en aguas territoriales del Golfo de México, en la Bahía de Campeche a 105 km al Noroeste de Cd. del Carmen, Campeche, México; como lo muestra la Figura [3.8].

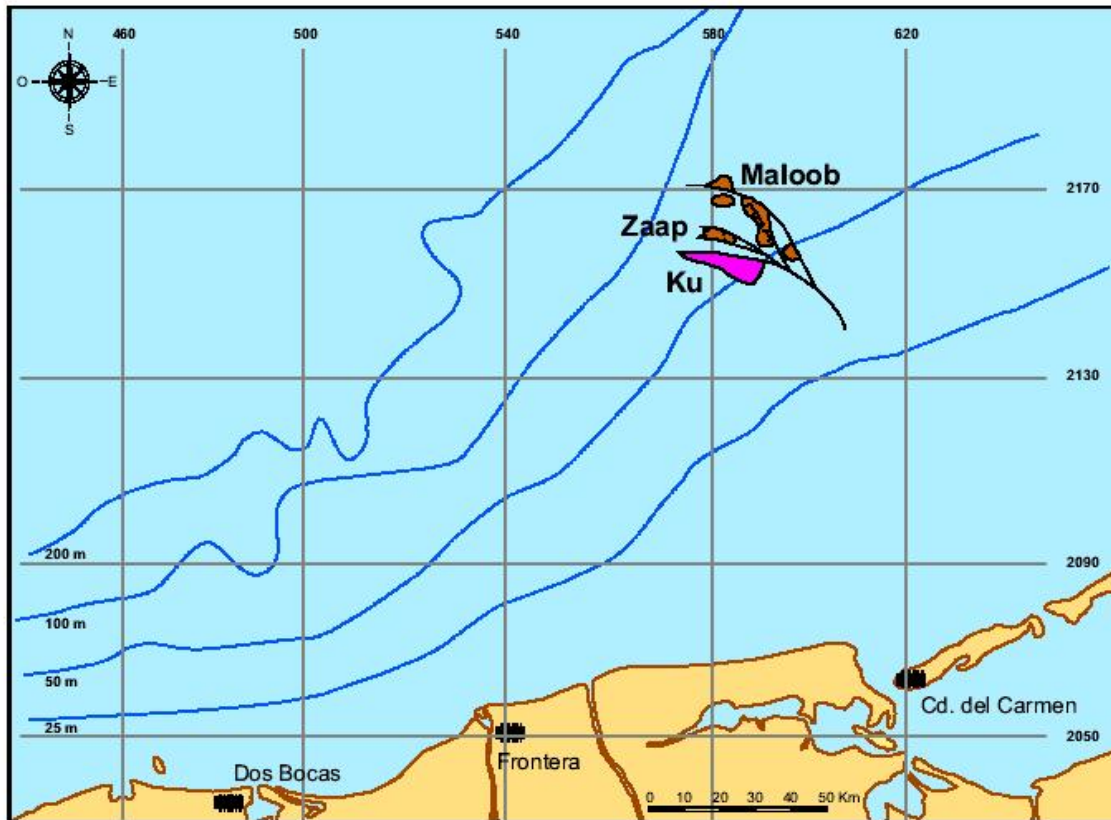


Figura 3.8: Ubicación de los campos del Activo de Explotación Ku-Maloob-Zaap

3.3.1. Aforos de los pozos usados del campo KU

Tabla 3.6: Aforos usados

pozo	plataforma	fecha gradiente dinámico	fecha aforo	presión de separador sepp psia	temperatura de separador sept °F	Q _o <i>bl_o</i> a.c.s / día	RGA <i>ft³</i> a.c.s / <i>bl_o</i> a.c.s
KU61	KU-F	4 / 8 / 97	4 / 8 / 97	245.12	186.8	6894	349.772
KU87	KU-I	29 / 3 / 04	27 / 4 / 04	188.22	154.40	4166	360.876
KU1277	KU-I	8 / 7 / 01	8 / 7 / 01	182.53	147.2	6518	305.356
KU1292	KU-F	17 / 5 / 96	16 / 7 / 96	212.4	186.80	7420	338.668

3.3.2. PVT representativo del campo KU, formación Brecha del Paleoceno

KU-47

Se tomaron datos de este estudio PVT del pozo KU-47, ya que es el representativo del campo KU para la formación Brecha del Paleoceno. Estos datos son necesarios para poder calcular las propiedades termofísicas de las fases. En la siguiente tabla se muestran los datos.

Tabla 3.7: PVT KU-47

API	22	densidad API
μ_{od}	7.08 cp	viscosidad del aceite residual
μ_{P_b}	1.78 cp	viscosidad del aceite a presión de burbuja
SPG_g	0.7950	densidad relativa del gas
N_2	1.41 %	
CO_2	2.68 %	
H_2S	0.37 %	

Cantarell

El complejo Cantarell comprende cinco campos denominados Akal, Chac, Kutz, Nohoch y Sihil; este último descubierto en 1998. El campo Akal es el más grande y produce más del 90 % de la producción del complejo. También contamos con datos de dos pozos que pertenecen a este campo, para validar el modelo. Cantarell produce de rocas carbonatadas del Paleoceno, Cretácico y Jurásico, a profundidades que varían de 1000 a 3200 m bajo el nivel del mar.

3.3.3. Aforos de los pozos usados del campo Akal de Cantarell

Tabla 3.8: Aforos usados

pozo	plataforma	fecha gradiente dinámico	fecha aforo	presión de separador sepp psia	temperatura de separador sept °F	Qo <i>bl_o</i> a.c.s / día	RGA <i>ft³</i> a.c.s / <i>bl_o</i> a.c.s
Cantarell409	Akal-O	11-13 / 1 / 99	26 / 8 / 99	132.75	158	15859	309.798
Cantarell2257D	Akal-R	13-15 / 6 / 98	11 / 6 / 98	284.94	127.40	8814	338.113

3.3.4. PVT representativo para pozos de Akal, formación Brecha del Paleoceno

Cantarell8

Se tomaron datos de este estudio PVT del pozo Cantarell8, ya que es el representativo para pozos de Akal para la formación Brecha del Paleoceno. En la siguiente tabla se muestran los datos.

Tabla 3.9: PVT Cantarell8

API	21.4	densidad API
μ_{od}	15.50 cp	viscosidad del aceite residual
μ_{P_b}	2.78 cp	viscosidad del aceite a presión de burbuja
SPG_g	0.922	densidad relativa del gas
N_2	0.26 %	
CO_2	1.64 %	
H_2S	1.32 %	

3.4. Correlaciones usadas para propiedades PVT

En la [sección 3.3], mencionamos que el campo KU es productor de aceite negro, al igual que el campo Akal; y esto se verifica de igual manera observando las RGA de la [Tabla 3.6] y [Tabla 3.8] y API de la [Tabla 3.7] y [Tabla 3.9] respectivamente, para los seis pozos de los cuales tenemos datos; ya que cumplen con las restricciones dadas en la [Tabla 3.1].

De lo anterior, para conocer a diferentes presiones y temperaturas las propiedades físicas y de transporte de las dos fases utilizamos correlaciones ¹ empíricas para aceite negro.

Para obtener la presión de burbuja P_b y la relación gas disuelto - aceite R_s se utilizaron las correlaciones de Vasquez y Beggs [9], respectivamente se mencionan en seguida:

$$P_b = \left(\frac{RGA}{C_1 \gamma_{gs} e^{(C_3 API / (460 + T))}} \right)^{\frac{1}{C_2}}, \quad (3.1)$$

$$R_s = C_1 \gamma_{gs} p^{C_2} e^{(C_3 \left(\frac{API}{T+460} \right))}, \quad (3.2)$$

donde

$$\begin{aligned} C_1 &= 0.0362 \\ C_2 &= 1.0937 \\ C_3 &= 25.724 \end{aligned}$$

y

¹las unidades que utilizamos en este trabajo, para cada correlación se dan en la nomenclatura al final del capítulo

$$\gamma_{gs} = SPG_g \left(1 + 5.912 \times 10^{-5} \text{ API } \text{sept} 0.434294 \log \left(\frac{\text{sepp}}{114.7} \right) \right). \quad (3.3)$$

Una vez que se tienen P_b y R_s , si P_b es menor que una cierta presión dada, se establecen las siguientes restricciones para determinar si el aceite se encuentra saturado (dos fases) o bajosaturado (una fase):

$$\text{aceite} = \begin{cases} \text{saturado} & \text{si } R_s < RGA \\ \text{bajosaturado} & \text{si } R_s > RGA \end{cases} \quad (3.4)$$

Propiedades del aceite saturado:

■ Aceite:

Factor volumétrico B_o ; correlación de Vasquez y Beggs [9]

$$B_o = 1 + D_1 R_s + D_2 (T - 60) \left(\frac{\text{API}}{\gamma_{gs}} \right) + D_3 R_s (T - 60) \left(\frac{\text{API}}{\gamma_{gs}} \right), \quad (3.5)$$

donde

$$\begin{aligned} D_1 &= 4.677 \times 10^{-4} \\ D_2 &= 1.751 \times 10^{-5} \\ D_3 &= -1.811 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

Gasto de líquido Q_l :

$$Q_l = 6.49 \times 10^{-5} Q_o B_o. \quad (3.6)$$

Flujo másico:

$$\dot{m}_l = Q_o \left(4.05 \times 10^{-3} SPG_o + 8.85 \times 10^{-7} SPG_g R_s \right). \quad (3.7)$$

Densidad del líquido:

$$\rho_l = \frac{\dot{m}_l}{Q_l}. \quad (3.8)$$

Viscosidad del líquido:

Se utiliza la correlación de Beggs y Robinson [10], como sigue:

$$\begin{aligned} a &= 10.715 (R_s + 100)^{-0.515} \\ b &= 5.44 (R_s + 150)^{-0.338} \\ \mu_l &= a (\mu_{od})^b. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Tensión superficial del líquido:

$$\sigma_l = (42.4 - 0.047T - 0.267 API) e^{(-0.0007p)}. \quad (3.10)$$

■ Gas:

Gasto de gas:

$$Q_g = 3.27 \times 10^{-7} Z Q_o (RGA - R_s) \left(\frac{T + 460}{p} \right), \quad (3.11)$$

donde Z es el factor de compresibilidad, citado por Dranchuk et al. [11].

Flujo másico:

$$\dot{m}_g = 8.85 \times 10^{-7} Q_o SPG_g (RGA - R_s). \quad (3.12)$$

Densidad del gas:

$$\rho_g = \frac{\dot{m}_g}{Q_g}. \quad (3.13)$$

Viscosidad del gas:

Se utilizó la correlación de Lee et al. [12].

Propiedades del aceite bajosaturado:

Factor volumétrico B_o ;

$$B_o = B_o e^{(C_o (P_b - p))}, \quad (3.14)$$

donde C_o determina la compresibilidad del aceite; dada por la correlación de Vasquez y Beggs [9],

$$C_o = \frac{a_1 + a_2 RGA + a_3 T + a_4 \gamma_{gs} + a_5 API}{a_6 p} \quad (3.15)$$

donde

$$\begin{aligned} a_1 &= -1433 \\ a_2 &= 5 \\ a_3 &= 17.2 \\ a_4 &= -1180 \\ a_5 &= 12.61 \\ a_6 &= 10^5 \end{aligned}$$

y B_o (lado derecho de la ecuación) determinado por ecuación [3.5].

Gasto de líquido:

$$Q_l = 6.49 \times 10^{-5} Q_o B_o. \quad (3.16)$$

Flujo másico:

$$\dot{m}_l = Q_o (4.05 \times 10^{-3} SPG_o + 8.85 \times 10^{-8} SPG_g RGA). \quad (3.17)$$

Densidad del líquido:

$$\rho_l = \frac{\dot{m}_l}{Q_l}. \quad (3.18)$$

Viscosidad del líquido (correlación de Vasquez y Beggs [9])

$$\mu_l = \mu_{P_b} \left(\frac{p}{P_b} \right)^n, \quad (3.19)$$

donde,

$$n = 2.6 p^{1.187} e^{(-8.98 \times 10^{-5} p - 11.513)}. \quad (3.20)$$

Antes de cerrar este capítulo, debe quedar claro que el simulador desarrollado en este trabajo, esta definido según el tipo de hidrocarburo que contiene el yacimiento; para nuestro caso es aceite negro. Los simuladores de este tipo se basan en la suposición de que los fluidos del yacimiento pueden representarse de sólo tres seudocomponentes (aceite, gas y agua).

Nomenclatura

Notación	Descripción	Unidades
a.c.y	a condiciones de yacimiento	
a.c.s	a condiciones estándar	
API	densidad	grados
bl	barriles	barriles (1 bl = 0.16 m ³ = 158.99 lt)
B	factor volumétrico	bl_o a.c.y / bl_o a.c.s
\dot{m}	flujo másico	lb_m / seg
p	presión	psia
P_b	presión de burbuja	psia
Q	flujo volumétrico	ft^3 / seg
Q_o	gasto de aceite	bl_o a.c.s / día
RGA	relación gas-aceite	ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s
R_s	relación gas disuelto-aceite	ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s
sepp	presión de separador	psia
seppt	temperatura de separador	°F
SPG_g	densidad relativa del gas	densidad del gas / densidad del aire
T	temperatura	°F
Z	factor de compresibilidad del gas	
Símbolos griegos		
γ_{gs}	densidad relativa del gas normalizada a una presión de separación de 100 psi	
μ	viscosidad	cp
ρ	densidad	lb_m / ft^3
σ	tensión superficial	lb_m / seg^2

Notación	Descripción	Unidades
Subíndices		
g	gas	
gs	del gas normalizada a una sepp de 100 psi	
l	líquido	
o	aceite	
od	aceite residual	
P_b	presión de burbuja	

Parte II

Método de Resolución de Ecuaciones Gobernantes Discretizadas

Análisis de flujo bifásico (líquido - vapor)

4.1. Introducción al flujo bifásico

El flujo en dos fases es un término que cubre la interacción en el flujo de dos fases (gas, líquido ó sólido) donde la interfase entre las fases esta influenciada por el movimiento de ambas. La presente tesis únicamente hará referencia al flujo bifásico entre líquido y gas, y más específicamente al flujo bifásico en el interior de pozos petroleros. En este apartado se presentan las ecuaciones gobernantes (ecuación de continuidad y cantidad de movimiento) que rigen el comportamiento de un fluido así como el modelo propuesto (García et al. [13]) para el análisis sobre volúmenes finitos.

4.2. Formulación matemática

Si un método numérico ha de trabajar directamente en el espacio físico, entonces necesita disponer de un marco de aproximación espacial; es decir, ha de tener asociada una cierta representación funcional. Así, mientras que los métodos de diferencias finitas trabajan en un espacio computacional transformado, de forma que las ecuaciones se resuelven, en última instancia, en una malla rectangular de nodos equiespaciados, otros métodos numéricos, entre ellos el de volúmenes finitos toman la solución numérica de un cierto subespacio de funciones capturadas por la malla. Por ejemplo, la representación básica en un método de volúmenes finitos es la de una función constante a trozos, esto es, constante en cada volumen de control.

En esta tesis, el dominio computacional se dividirá en un conjunto de volúmenes de control que no se solapan, imponiéndose el cumplimiento de la forma integral de las ecuaciones de conservación [4.1] en cada volumen de control. Dentro del contexto de los métodos de volúmenes finitos, las discretizaciones de este tipo presentan, desde el punto de vista espacial: la solución es continua a trozos, siendo discontinua en la interfaz entre volúmenes de control.

4.2.1. Propiedades de la discretización

Las propiedades a tener en cuenta cuando se realiza la discretización de una ecuación dinámica son:

- **consistencia:** una ecuación discreta se dice consistente con la ecuación diferencial que le da origen si el error de truncamiento tiende a cero cuando los incrementos del tiempo y el espacio tienden a cero independientemente del modo como lo hacen.
- **convergencia:** la solución de una ecuación discreta es convergente si tiende a la solución del sistema diferencial en cada nodo de la malla cuando los incrementos del tiempo y el espacio tienden a cero.
- **estabilidad:** un esquema numérico es estable si los errores introducidos en una iteración no se amplifican según va transcurriendo el cálculo.
- **propiedad transportativa:** un esquema numérico respeta esta propiedad si en el cálculo de la convección de un punto de la malla se utilizan valores de la propiedad que estén situados en el sentido del transporte.
- **propiedad conservativa:** se dice que un método posee la propiedad conservativa si el valor total de la propiedad en el interior del dominio no es alterado debido a errores numéricos.
- **causalidad:** significa que cuando hay transporte de energía o masa entre dos puntos, estas variables deben pasar por posiciones intermedias en función de la velocidad del transporte.
- **positividad:** significa que variables como la densidad, la energía cinética turbulenta o la concentración de especies química no pueden ser negativas.

Según el teorema de Lax, la estabilidad y la consistencia son condiciones necesarias y suficientes para asegurar la convergencia de un sistema lineal de ecuaciones.

4.2.2. Discretización espacial de las ecuaciones gobernantes

En el método de los volúmenes finitos, las ecuaciones de movimiento son aplicadas de forma macroscópica a un volumen de control, en forma de ecuaciones de balance. Así una ley general de conservación de un escalar U , con fuentes de volumen Q en un volumen de control W viene dada por la ecuación

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_W U dW + \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_W Q dW, \quad (4.1)$$

donde \vec{F} son los flujos del escalar en la superficie S que envuelve al volumen considerado. De forma discreta, aplicándola a un volumen de control W_j donde se define U_j se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} (U_j W_j) + \sum_{caras} (\vec{F} \cdot \vec{S}) = Q_j W_j. \quad (4.2)$$

Cuando se establece el tipo de volumen de control que se va a utilizar es necesario que se cumpla que la suma de todos los volúmenes debe cubrir el dominio a estudiar, que las caras adyacentes entre dos volúmenes de control deben coincidir y que los flujos a través de la superficie de las células utilizadas deben ser independientes de cómo se consideren éstas. Por tanto, y a diferencia de las diferencias finitas, el método del volumen de control permite separar las variables físicas del sistema de la geometría de la malla utilizada. La geometría del volumen de control será calculada para cada iteración y utilizada en el cálculo de las variables.

4.2.3. Ecuaciones gobernantes para un volumen de control

Considerando lo expuesto anteriormente, en esta sección se presentan dos de las tres ecuaciones gobernantes que rigen el flujo de un fluido (ecuación de continuidad y ecuación de cantidad de movimiento), así como su formulación matemática para flujo bifásico sobre volúmenes finitos que delimitan espacios físicos correspondientes a zonas parciales o globales del sistema térmico, surgiendo de esto la formulación de las referidas ecuaciones de conservación sobre volúmenes de análisis, también llamados volúmenes de control (VC).

Continuidad:

$$0 = \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV. \quad (4.3)$$

Cantidad de movimiento:

$$\vec{F}_{sup} + \int_{VC} \vec{B}(\rho dV) = \int_{SC} \vec{v}(\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{v}(\rho dV). \quad (4.4)$$

En estas ecuaciones las acciones exteriores efectuadas sobre el VC se han presentado por:

\vec{B} fuerzas másicas por unidad de masa (normalmente consideramos el campo gravitatorio $\vec{B} = \vec{g}$).

\vec{F}_{sup} vector resultante de las fuerzas superficiales aplicadas sobre las superficies exteriores del VC.

4.2.4. Ecuaciones gobernantes para flujo bifásico

A continuación se presenta la formulación matemática para el flujo bifásico dentro de un volumen de control característico de una canalización (el flujo monofásico de líquido o gas representa un caso particular). La [Figura 4.1], muestra un volumen de control característico, de sección transversal constante, donde (j) y (j+1) representan las secciones transversales de entrada y salida respectivamente.

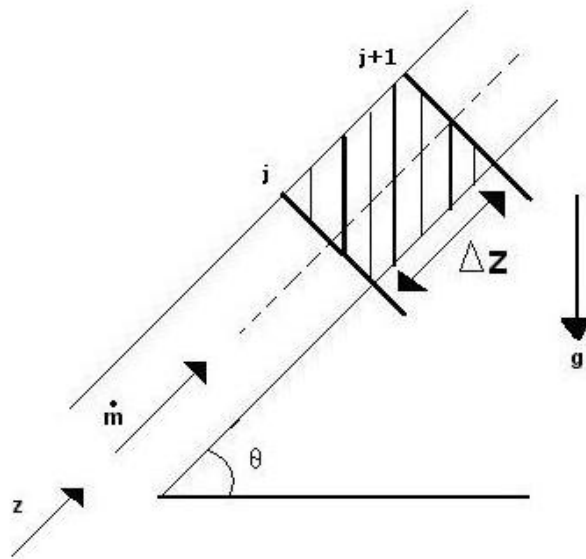


Figura 4.1: Flujo a través de un volumen de control de un canal

Se asumen las siguientes hipótesis:

Flujo unidimensional (solamente se consideran los valores promediados de las variables en la sección transversal).

Modelo de flujo separado.

Volúmenes de control fijos.

Fluido Newtoniano.

La ecuación de la energía no es considerada; para obtener un perfil de temperaturas a lo largo del pozo, se ajusta una recta con los datos de temperatura de fondo (boca del pozo) y temperatura de superficie (cabeza del pozo).

Las ecuaciones gobernantes para el flujo bifásico: continuidad [4.3] y cantidad de movimiento [4.4], integradas sobre el volumen de control (VC) de la [Figura 4.1] para flujo con cambio de fase líquido-vapor, puede considerarse el VC dividido en dos dominios bien diferenciados. Uno de ellos ocupado por la fase líquida (VC_l) y otro por la fase de vapor (VC_g). Los balances anteriores se han de verificar por separado en ambos volúmenes de control.

Al realizar las integrales de superficie aparecen los términos de flujo de masa y cantidad de movimiento de una fase a la otra, a través de la superficie de separación o interfase, se debe verificar que el flujo saliente de estas cantidades en una de las fases es igual al entrante en la otra fase, es decir, que dichas cantidades han de ser iguales y de signo contrario calculadas desde la fase líquida o desde la fase vapor. Así pues, al sumar las ecuaciones para las dos fases, los flujos de masa y cantidad de movimiento a través de la interfase se contrarrestan, debiéndose considerar únicamente las integrales extendidas sobre la superficie exterior del VC.

Las ecuaciones se pueden plantear bien desdobladas para cada una de las fases o bien en forma compacta, siendo equivalentes ambas formulaciones. Las ecuaciones de conservación quedan por tanto de la siguiente forma.

Continuidad:

$$0 = \int_{SC_g} \rho_g \vec{v}_g \cdot d\vec{A}_g + \int_{SC_l} \rho_l \vec{v}_l \cdot d\vec{A}_l + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC_g} \rho_g dV_g + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC_l} \rho_l dV_l$$

lo cual es equivalente a tener,

$$\dot{m}_{g_{j+1}} + \dot{m}_{l_{j+1}} - \dot{m}_{g_j} - \dot{m}_{l_j} + \frac{\partial m_g}{\partial t} + \frac{\partial m_l}{\partial t} \equiv \dot{m}_{j+1} + \dot{m}_j + \frac{\partial m}{\partial t}. \quad (4.5)$$

Cantidad de movimiento:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{sup} + \int_{VC} \vec{B} dV &= \int_{SCg} \vec{\nu}_g (\rho_g \vec{\nu}_g \cdot d\vec{A}_g) + \int_{SCL} \vec{\nu}_l (\rho_l \vec{\nu}_l \cdot d\vec{A}_l) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VCg} \vec{\nu}_g (\rho_g dV_g) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \int_{VCL} \vec{\nu}_l (\rho_l dV_l), \end{aligned}$$

quedando:

$$\begin{aligned} (p_j - p_{j+1})A - \tilde{\tau}P\Delta z - \dot{m}_g \text{sen}(\theta) &= \dot{m}_{g_{j+1}}\nu_{g_{j+1}} - \dot{m}_{g_j}\nu_{g_j} \\ &+ \dot{m}_{l_{j+1}}\nu_{l_{j+1}} - \dot{m}_{l_j}\nu_{l_j} + \Delta z \frac{\partial \tilde{m}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde las tensiones cortantes se evalúan a partir del factor de fricción f , usualmente calculado utilizando correlaciones empíricas de la forma:

$$\tau = \Phi \frac{f}{4} \frac{\dot{m}^2}{2 \rho_m A^2}$$

y ρ_m es la densidad de la mezcla.

El símbolo "̄" indica el promedio integral sobre el volumen de control.

Las ecuaciones gobernantes [4.5] y [4.6] también las podemos escribir de una forma más compacta de la siguiente manera:

Continuidad

$$[\dot{m}]_j^{j+1} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0. \quad (4.7)$$

Cantidad de movimiento

$$[\dot{m}_g \nu_g]_j^{j+1} + [\dot{m}_l \nu_l]_j^{j+1} + \Delta z \frac{\partial \tilde{m}}{\partial t} = -[p]_j^{j+1} A - \tau P \Delta z - mg \sin \theta, \quad (4.8)$$

donde $[X]_j^{j+1} = X_{j+1} - X_j$ y $\tilde{\phi}$ es la integral promedio sobre el volumen de control.

Este modelo requiere información sobre el factor de fricción f , junto con el conocimiento de la estructura del flujo, es decir, el volumen ocupado por las fases de líquido y vapor. Para evaluar

la fracción volumétrica de vapor ε_g , parámetro definido como la fracción superficial de la fase de vapor en una determinada sección transversal promediada en el tiempo ($\varepsilon_g = \frac{\Delta \nu_g}{\Delta V} = \frac{A_g}{A}$), se pueden utilizar diferentes correlaciones unas dependientes del flujo másico y otras independientes de éste que se describirán posteriormente en detalle. A partir de la fracción volumétrica de vapor es posible evaluar la densidad de la mezcla,

$$\rho_m = \varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l.$$

Para el caso de flujo homogéneo la velocidad de la fase gas es igual a la de la fase líquida ($\nu_g = \nu_l$). Bajo esta hipótesis es posible evaluar analíticamente la fracción volumétrica de vapor,

$$\varepsilon_g = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-x_g}{x_g}\right) \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)},$$

donde x_g representa la fracción másica de vapor.

El flujo de líquido o gas en una sola fase pueden ser analizados como casos particulares a partir de esta formulación.

4.3. Evaluación de coeficientes empíricos

El modelo matemático requiere de información empírica acerca del factor de fricción y del conocimiento de la fracción volumétrica de vapor ε_g . Esta información es generalmente obtenida de correlaciones empíricas y semi-empíricas.

En esta sección, se muestran las diferentes correlaciones empíricas utilizadas en el modelo desarrollado por defecto.

4.3.1. Comparación de las diferentes correlaciones empíricas

El factor de fricción es evaluado utilizando la expresión propuesta por Churchill [14], ya sea considerando la densidad y viscosidad: del líquido, del gas o de la mezcla para cada régimen de flujo.

Ecuación de Churchill:

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{NRe} \right)^{12} + \frac{1}{(A_1 + A_2)^{1.5}} \right]^{\frac{1}{12}} \quad (4.9)$$

donde

$$A_1 = \left[2.457 \ln \left\{ \left(\frac{7}{NRe} \right)^{0.9} + 0.27 \frac{k}{D} \right\} \right]^{16},$$
$$A_2 = \left(\frac{37530}{NRe} \right)^{16}.$$

4.3.2. Fracción volumétrica de vapor ϵ_g

- Modelo de Orkiszewski [1]:

* Flujo Bubble

La fracción volumétrica del gas en flujo Bubble se expresa como sigue:

$$\epsilon_g = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{Q_t}{V_s A} - \sqrt{\left(1 + \frac{Q_t}{V_s A}\right)^2 - \frac{4Q_g}{V_s A}} \right] \quad (4.10)$$

donde

$$V_s = 0.8 \frac{ft}{seg}. \quad (4.11)$$

Con la fracción volumétrica del gas se determina la densidad de la mezcla,

$$\rho_m = \rho_g \epsilon_g + (1 - \epsilon_g) \rho_l. \quad (4.12)$$

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula como sigue:

$$NRe = \frac{1488 \rho_l V_l D}{\mu_l}. \quad (4.13)$$

* Flujo Slug

La densidad de la mezcla considerada en el término de pérdida de presión por elevación se calcula como sigue:

$$\rho_m = \frac{\dot{m} + \rho_l V_b A}{Q_t + V_b A} + \Gamma \rho_l, \quad (4.14)$$

y la considerada en el término de pérdida de presión por fricción:

$$\rho_m = \rho_l \left[\frac{Q_l + V_b A}{Q_t + V_b A} + \Gamma \right], \quad (4.15)$$

donde Γ es el coeficiente de distribución del líquido. El cual considera los siguientes fenómenos físicos:

- 1.- El líquido esta distribuido en tres espacios: el Slug, la película alrededor de la burbuja de gas y dentro de la misma como gotas atrapadas. Un cambio en su distribución cambiará las pérdidas netas por fricción.
- 2.- Las pérdidas por fricción están constituidas esencialmente por dos componentes, una corresponde al Slug del líquido y la otra a la película del mismo.
- 3.- La velocidad de elevación de la burbuja se aproxima a cero conforme el flujo tiende al tipo burbuja.

El coeficiente de distribución del líquido Γ se calcula como se indica en la siguiente tabla:

Tabla 4.1: Coeficiente de distribución del líquido Γ

fase continua de líquido	V_m	usar ecuación
aceite	≤ 10	4.16
aceite	> 10	4.17

$$\Gamma = \left[\frac{0.0127 \log(\mu_l + 1)}{D^{1.415}} \right] - 0.284 + 0.167 \log(V_m) + 0.113 \log(D) \quad (4.16)$$

$$\Gamma = \left[\frac{0.0274 \log(\mu_l + 1)}{D^{1.371}} \right] + 0.161 + 0.596 \log(D) - \log(V_m) \left\{ \left[\frac{0.01 \log(\mu_l + 1)}{D^{1.571}} \right] + 0.397 + 0.63 \log(D) \right\} \quad (4.17)$$

El valor de Γ debe estar dentro de los límites siguientes:

$$V_m = \begin{cases} \Gamma \geq -0.065V_m & \text{si } V_m \leq 10 \\ \Gamma \geq -\frac{V_b}{V_m+V_b} \left(1 - \frac{\rho_m}{\rho_l}\right) & \text{si } V_m > 10 \end{cases} \quad (4.18)$$

Griffith y Wallis [15] propusieron la siguiente correlación para la velocidad de ascenso de la burbuja de Taylor V_b ;

$$V_b = C_1 C_2 \sqrt{gD}, \quad (4.19)$$

donde C_1 se presenta en la [Figura 4.2] y es función de:

$$N_b = \frac{1488\rho_l V_b D}{\mu_l} \quad (4.20)$$

y C_2 se presenta en la [Figura 4.3] y es función de N_b y:

$$NRe = \frac{1488\rho_l V_m D}{\mu_l}. \quad (4.21)$$

En la [Figura 4.3] C_2 se encuentra acotado hasta el valor de $NRe = 6000$. Orkiszewski [1] propone el siguiente conjunto de ecuaciones para obtener V_b por ensaye y error cuando $NRe > 6000$.

$$V_b = \begin{cases} (0.546 + 8.74 \times 10^{-6} NRe)(gD)^{0.5} & \text{si } N_b \leq 3000 \\ (0.35 + 8.74 \times 10^{-6} NRe)(gD)^{0.5} & \text{si } N_b \geq 8000 \\ \frac{1}{2}V_{bi} + \left(V_{bi}^2 + \frac{13.59\mu_l}{\rho_l(D)^{0.5}}\right)^{0.5} & \text{si } 3000 < N_b < 8000 \end{cases} \quad (4.22)$$

donde V_{bi} esta dado por:

$$V_{bi} = (0.251 + 8.74 \times 10^{-6} NRe)(gD)^{0.5}. \quad (4.23)$$

Orkiszewski [1] sugiere como valor inicial para V_b :

$$V_b = 0.5(gD)^{0.5}. \quad (4.24)$$

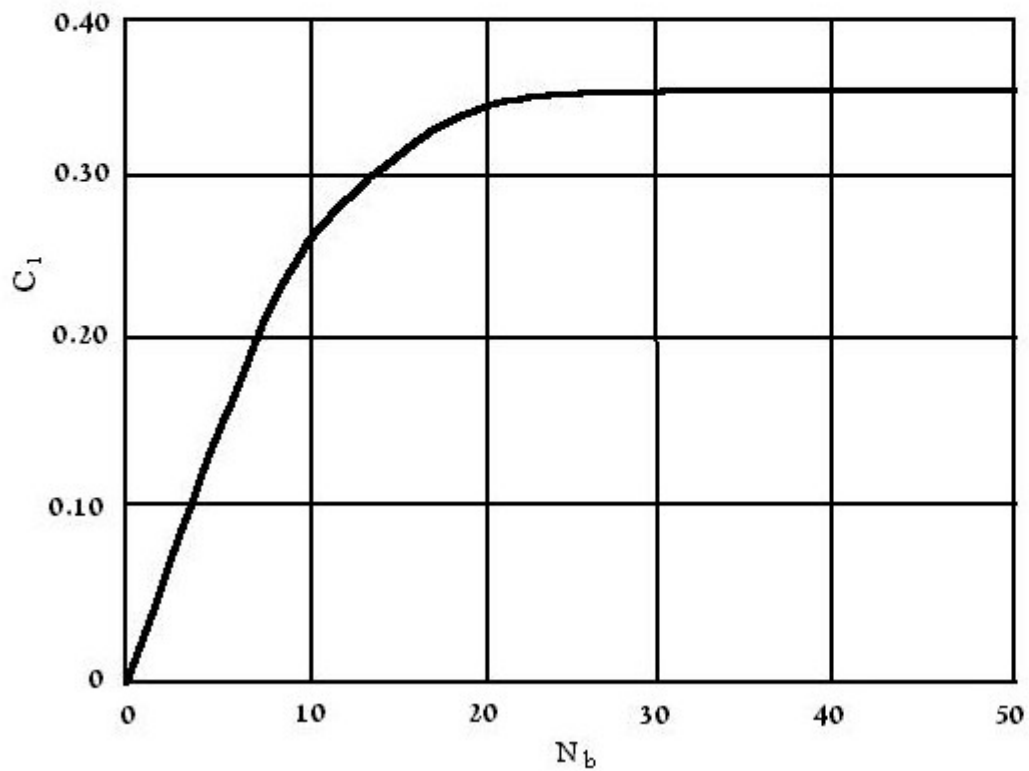


Figura 4.2: Griffith y Wallis [15] C_1 vs N_b

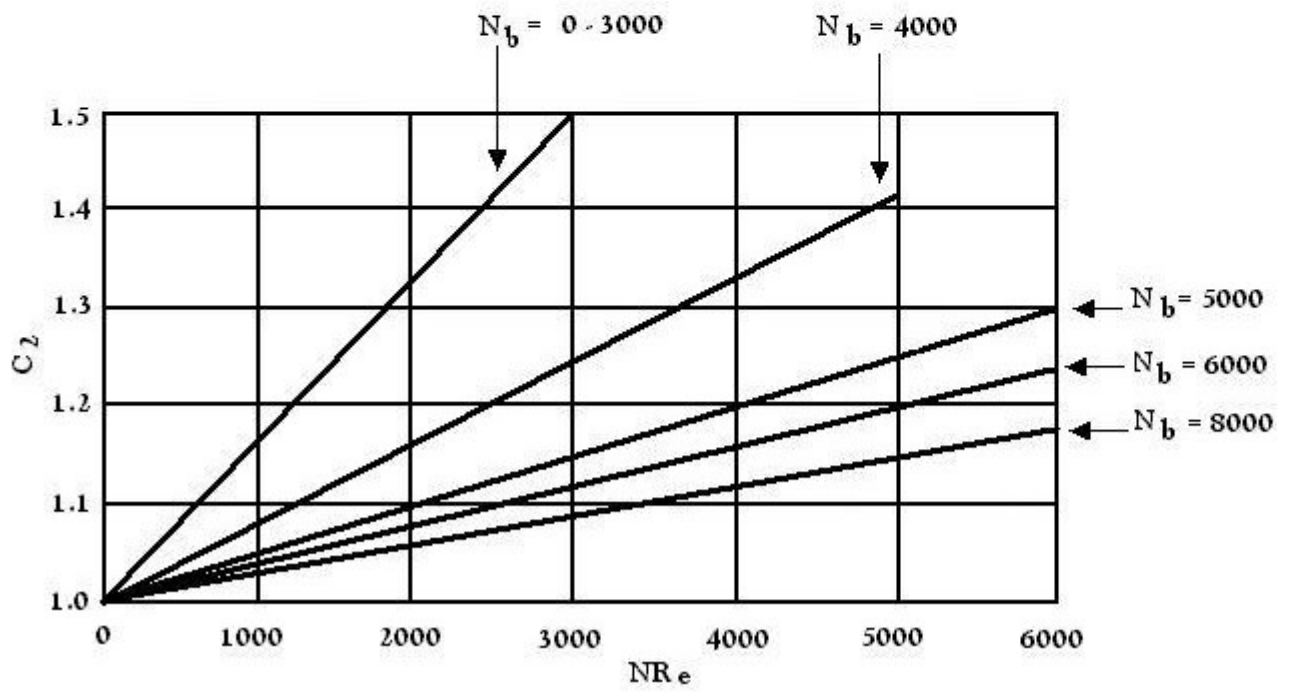


Figura 4.3: Griffith y Wallis [15] C_2 vs N_b y NRe

*** Flujo Froth**

La densidad de la mezcla es obtenida mediante la siguiente ponderación lineal:

$$\rho_m = \frac{L_M - N_{GV}}{L_M - L_S} [\rho_m]_{Slug} + \frac{N_{GV} - L_S}{L_M - L_S} [\rho_m]_{Annular} . \quad (4.25)$$

De modo similar, para la pérdida de presión por fricción:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right)_{fric(Froth)} = \frac{L_M - N_{GV}}{L_M - L_S} \left[\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right]_{fric(Slug)} + \frac{N_{GV} - L_S}{L_M - L_S} \left[\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right]_{fric(Annular)} . \quad (4.26)$$

Observaciones:

- 1.- Cabe hacer notar que estas ponderaciones lineales son hechas bajo las condiciones actuales dentro del VC (volumen de control).
- 2.- Para obtener un valor más adecuado del término por fricción en la región Annular, el gasto de gas se obtiene con la siguiente ecuación:

$$Q_g = AL_M \left(\frac{\rho_l}{g\sigma_l} \right)^{-0.25} . \quad (4.27)$$

*** Flujo Annular**

La fracción volumétrica del gas en flujo Annular se expresa como sigue:

$$\epsilon_g = \frac{1}{1 + \frac{Q_l}{Q_g}} . \quad (4.28)$$

Con la fracción volumétrica del gas se determina la densidad de la mezcla (ecuación [\[4.12\]](#)).

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula como sigue:

$$NRe = \frac{1488\rho_g V_{sg} D}{\mu_g} . \quad (4.29)$$

- Modelo de Govier et al. [2]:

* **Flujo Bubble**

La fracción volumétrica del gas esta dada por:

$$\epsilon_g = \frac{V_{sg}}{V_{TBf}}, \quad (4.30)$$

donde, V_{TBf} es la velocidad de ascenso de las burbujas en el flujo de líquido; calculándose:

$$V_{TBf} = 1.2 V_m + V_{bs} \quad (4.31)$$

y V_{bs} dada por la ecuación [2.34].

Con la fracción volumétrica del gas se determina la densidad de la mezcla (ecuación [4.12]).

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula con la ecuación [4.21].

* **Flujo Slug**

Para calcular la fracción volumétrica del gas se consideran las ecuaciones ([4.30] y [4.31]), pero V_{bs} se determina como sigue:

$$V_{bs} = C \left[\frac{gD(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.32)$$

donde

$$C = 0.345 \left[1 - e^{\left(-\frac{0.01N}{0.345} \right)} \right] \left[1 - e^{\left(\frac{3.37 - E_o}{m} \right)} \right], \quad (4.33)$$

$$N = \frac{[D^3 g (\rho_l - \rho_g) \rho_l]^{\frac{1}{2}}}{\mu_l}, \quad (4.34)$$

$$m = \begin{cases} 10 & \text{si } N > 250 \\ 69 N^{-0.35} & \text{si } 18 < N < 250 \\ 25 & \text{si } N < 18 \end{cases} \quad (4.35)$$

y

$$E_o = \frac{g D^2 (\rho_l - \rho_g)}{\sigma_l}. \quad (4.36)$$

Alternativamente en este modelo, se propone la siguiente ecuación para calcular ϵ_g :

$$\epsilon_g = \frac{\nabla_{BT} + \epsilon_{gSl} \nabla_S}{A(L_{Sl} + L_{BT})}, \quad (4.37)$$

donde ∇_{BT} es el volumen de la burbuja de Taylor, ∇_S es el volumen del Slug, L_{Sl} es la longitud del Slug de líquido, L_{TB} es la longitud de la burbuja de Taylor y ϵ_{gSl} es la fracción volumétrica del gas en el Slug de líquido; y se encuentran dados como sigue:

$$\nabla_{BT} = A(0.931L_{BT} - 0.526D), \quad (4.38)$$

$$\nabla_S = AL_{Sl}, \quad (4.39)$$

$$\epsilon_{gSl} = \epsilon_g^{1.8}, \quad (4.40)$$

$$L_{Sl} \geq 8D \text{ o } L_{Sl} \simeq 10D. \quad (4.41)$$

La ecuación [4.37] establece relación entre ϵ_g , el volumen y dimensión de la burbuja de Taylor y el Slug, y la fracción volumétrica del gas en el Slug de líquido, ϵ_{gSl} .

Se recomienda tomar para propósito práctico L_{Sl} como 10 D. La [Figura 4.4] ilustra la situación en flujo Slug.

Ahora, la densidad de la mezcla considerada para el término de pérdida de presión por elevación es:

$$\rho_m = \frac{L_{BT} \rho_g + L_{Sl} \rho_{Sl}}{L_{BT} + L_{Sl}}, \quad (4.42)$$

donde,

$$\rho_{Sl} = (1 - \epsilon_{gSl})\rho_l + \epsilon_{gSl} \rho_g \quad (4.43)$$

y la considerada en el término de pérdida de presión por fricción:

$$\rho_m = \left[\frac{L_{Sl}}{L_{BT} + L_{Sl}} \right] \rho_{Sl}. \quad (4.44)$$

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula como sigue:

$$NRe = \frac{1488\rho_{Sl}V_m D}{\mu_l}. \quad (4.45)$$

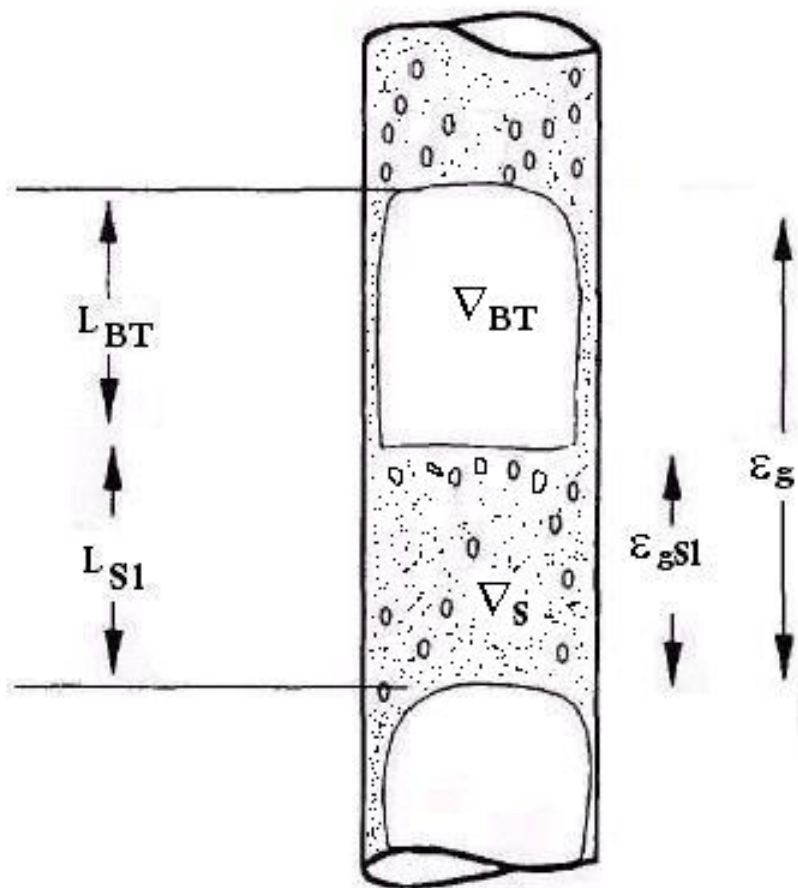


Figura 4.4: Esquema para flujo Slug, Govier et al. [2]

* Flujo Froth

La densidad de la mezcla es obtenida de forma similar a la ecuación [4.25], pero considerando

los límites de la [Figura 2.3]:

$$\rho_m = \frac{B34 - x}{B34 - B23} [\rho_m]_{Slug} + \frac{x - B23}{B34 - B23} [\rho_m]_{Annular} . \quad (4.46)$$

Así mismo, para la pérdida de presión por fricción:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right)_{fricc(Froth)} = \frac{B34 - x}{B34 - B23} \left[\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right]_{fricc(Slug)} + \frac{x - B23}{B34 - B23} \left[\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right]_{fricc(Annular)} \quad (4.47)$$

y considerando la observación (1) del modelo de Orkiszewski [1].

* **Flujo Annular - Mist**

Las correlaciones para este régimen de flujo son las mismas que las de Orkiszewski [1] (para [Flujo Annular])

■ **Modelo de Chokshi et al. [3]:**

* **Flujo Bubble**

La fracción volumétrica del gas se define como:

$$\epsilon_g = \frac{V_{bs}}{1.08V_m + V_{bs}} , \quad (4.48)$$

donde la velocidad superficial de la burbuja de Taylor esta dada por:

$$V_{bs} = 1.41 \left[\frac{g\sigma_l(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{\frac{1}{4}} . \quad (4.49)$$

Con la fracción volumétrica del gas se determina la densidad de la mezcla (ecuación [4.12]).

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula con la ecuación [4.21].

* Flujo Slug

Para describir esta correlación, se considera la [Figura 4.5].

Asumiendo constantes las densidades de fase sobre la unidad de Slug se tiene que:

$$V_{sl} = V_{TBf} \frac{L_{Sl}}{L_{Su}} (1 - \epsilon_{gSl}) + V_{TBf} \left(1 - \frac{L_{Sl}}{L_{Su}}\right) (1 - \epsilon_{gBT}) - (V_{TBf} - V_{lSl})(1 - \epsilon_{gSl}) \quad (4.50)$$

El flujo volumétrico a través de la sección sin la unidad Slug se puede considerar constante. Se obtiene que:

$$V_m = V_{lSl}(1 - \epsilon_{gSl}) + V_{gSl}\epsilon_{gSl}. \quad (4.51)$$

La cantidad de líquido que se mueve en el extremo de la burbuja es igual al líquido de la región del Slug de líquido. Esta expresión es:

$$(V_{TBf} - V_{lSl})(1 - \epsilon_{gSl}) = (V_{TBf} - V_{lBT})(1 - \epsilon_{gBT}). \quad (4.52)$$

La velocidad traslacional V_{TBf} , es considerada una superposición de la velocidad de una sola burbuja en un líquido estancado

$$V_{TBf} = 1.2V_m + 0.345 \left[\frac{gD(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.53)$$

Asumiendo que la película de líquido es perfectamente cilíndrica, se tiene que:

$$V_{lBT} = -9.916 \sqrt{gD(1 - \sqrt{\epsilon_{gBT}})}. \quad (4.54)$$

La velocidad de las burbujas de gas en el Slug de líquido es dada por:

$$V_{gSl} = V_{lSl} + 1.41 \left[\frac{g\sigma_l(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{\frac{1}{4}}. \quad (4.55)$$

La fracción volumétrica del gas en el Slug de líquido, ϵ_{gSl} es:

$$\epsilon_{gSl} = \frac{V_{sg}}{0.331 + 1.25V_m}. \quad (4.56)$$

En las ecuaciones (4.50 a 4.56) se encuentra un sistema de 7 ecuaciones con 7 incógnitas. Como la unidad Slug no es una estructura homogénea, esto implica que el gradiente de presión axial no es constante. Entonces la caída de presión viene dada por la unidad completa de Slug. Se considera que la presión permanece constante en la región de la burbuja de Taylor.

Ahora, la densidad de la mezcla considerada es:

$$\rho_m = \frac{L_{Sl}}{L_{Su}} \rho_{Sl}, \quad (4.57)$$

donde ρ_{Sl} es calculada con la ecuación [4.43]

Para el factor de fricción, el número de Reynolds se calcula con la ecuación [4.45].

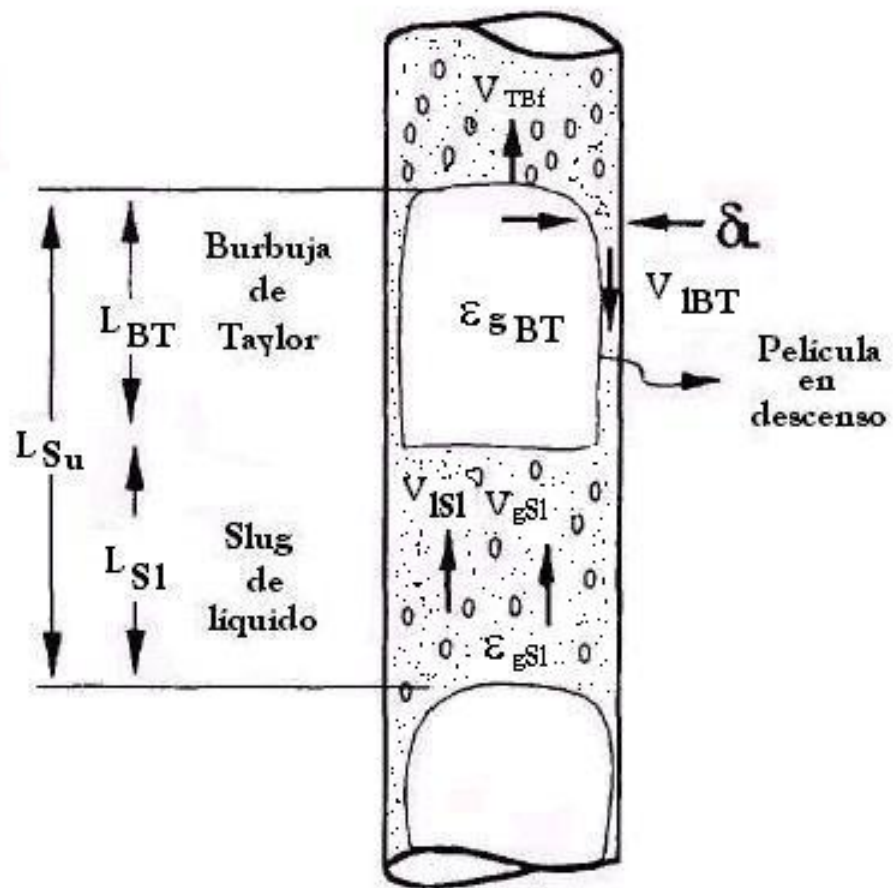


Figura 4.5: Esquema para flujo Slug, Chokshi et al. [3]

* Flujo Annular

Para describir esta correlación, se considera la figura [Figura 4.6].

Debido a que las áreas de flujo del núcleo de gas y la película de líquido son distintas, se aplica la conservación del momento en el núcleo y en la película de manera independiente:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_C = \frac{Z_*}{(1-2\delta)^5} \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_{SC} + \rho_c g \operatorname{sen}(\theta), \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_F &= \left(\frac{(1-FE)^2}{64\delta^3(1-\delta)^3}\right) \left(\frac{f_F}{f_{Sl}}\right) \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_{Sl} \\ &- \left(\frac{Z_*}{4\delta(1-\delta)(1-2\delta)^3}\right) \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_{SC} + \rho_l g \operatorname{sen}(\theta). \end{aligned} \quad (4.59)$$

El espesor de la película de líquido δ , se obtiene mediante la resolución de la siguiente ecuación implícita:

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{Z_*}{4\delta(1-\delta)(1-2\delta)^5}\right) \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_{SC} - (\rho_l - \rho_c) g \operatorname{sen}(\theta) \\ &- \left(\frac{(1-FE)^2}{64\delta^3(1-\delta)^3}\right) \left(\frac{f_F}{f_{Sl}}\right) \left(\frac{\Delta p}{\Delta Z}\right)_{Sl}. \end{aligned} \quad (4.60)$$

La variable Z_* es un factor de correlación para la fricción, que viene dado por la siguiente expresión:

$$Z_* = \begin{cases} 1 + 300\delta & \text{si } FE > 0.9 \\ 1 + 16 \left(\frac{\rho_l}{\rho_g}\right)^{\frac{1}{3}} \delta & \text{si } FE < 0.9 \end{cases} \quad (4.61)$$

El factor de arrastre (entrainment) FE viene dado por la correlación de Wallis [16] :

$$FE = 1 - e^{\left[-0.125 \left(10000 \frac{V_{sg}\mu_g}{\sigma_l} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l}\right)^{0.5} - 1.5\right)\right]}. \quad (4.62)$$

El gradiente de presión friccional superficial para el núcleo de líquido y gas respectivamente, se expresan de la siguiente manera:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right)_{sl} = \frac{f_{sl}\rho_l V_{sl}^2}{2D}, \quad (4.63)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta Z} \right)_{SC} = \frac{f_{SC}\rho_c V_{SC}^2}{2D}. \quad (4.64)$$

La velocidad superficial del núcleo se define como:

$$V_{SC} = FEV_{sl} + V_{sg}. \quad (4.65)$$

La densidad y viscosidad del núcleo vienen dadas por:

$$\rho_c = \rho_l \lambda_{LC} + (1 - \lambda_{LC})\rho_g, \quad (4.66)$$

$$\mu_c = \mu_l \lambda_{LC} + (1 - \lambda_{LC})\mu_g, \quad (4.67)$$

donde

$$\lambda_{LC} = \frac{FEV_{sl}}{V_{sg} + FEV_{sl}}. \quad (4.68)$$

Para los factores de fricción f_F , f_{SL} y f_{SC} , los números de Reynolds se calculan como sigue:

$$NRe_F = \frac{1488\rho_l V_{sl}(1 - FE)D}{\mu_l} \quad (4.69)$$

$$NRe_{SL} = \frac{1488\rho_l V_{sl}D}{\mu_l} \quad (4.70)$$

$$NRe_{SC} = \frac{1488\rho_c V_{SC}D}{\mu_c} \quad (4.71)$$

Cabe destacar que cualquiera de las ecuaciones [4.58] y [4.59] pueden ser empleadas para el cálculo de caída de presión, ya que ambas incluyen los componentes gravitacionales y friccionales.

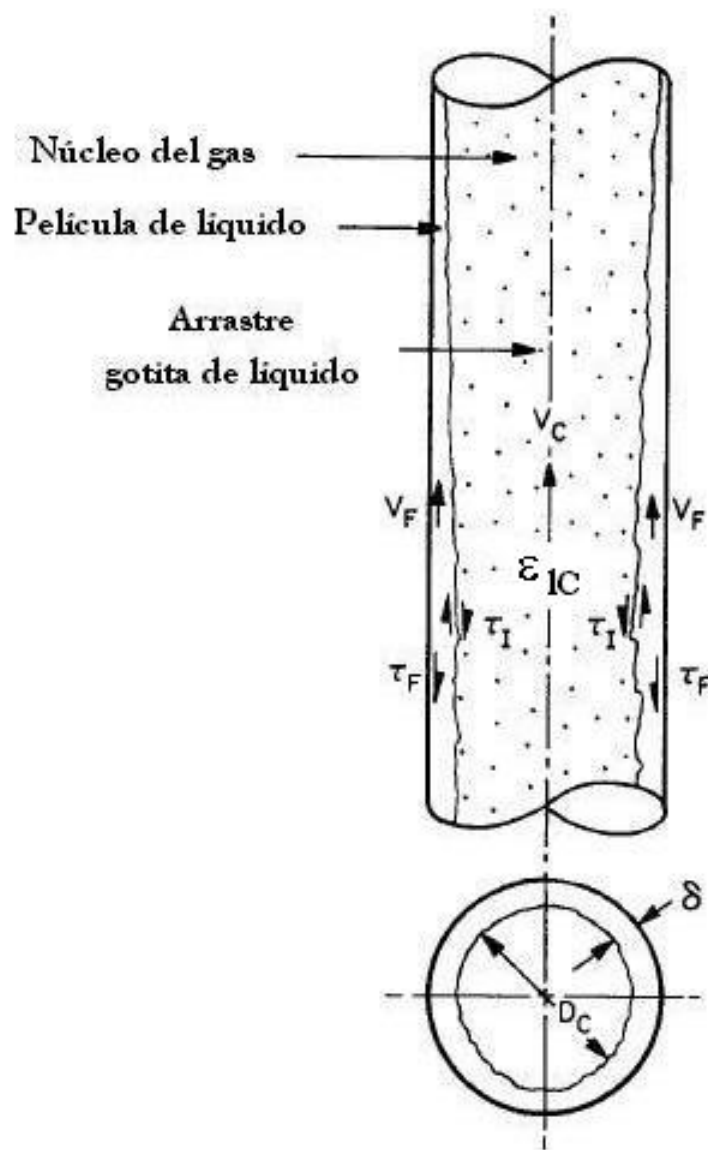


Figura 4.6: Esquema para flujo Anular, Ansari et al. [4]

La ecuación [4.14] del modelo de Orkiszewski [1] y [4.46] del modelo de Govier et al. [2] calculan la densidad de la mezcla en régimen Slug y Froth respectivamente; pero están dadas no en función de la fracción volumétrica del gas. Dicho lo anterior, solo podremos considerar a la densidad de la mezcla como nos es dada por cada modelo.

Se muestran en las tablas [4.2], [4.3] y en las figuras ([4.7], [4.8], [4.9], [4.10], [4.11] y [4.12]) los resultados obtenidos referentes a la densidad de la mezcla, variable que influye de manera determinante sobre la pérdida de presión en el sistema líquido-gas estudiado.

Las tablas [4.2] y [4.3] recogen la densidad de la mezcla y el régimen de flujo desarrollado en base a la profundidad de cada pozo; según las correlaciones de los modelos antes descritos.

En dichas tablas se puede observar que el régimen más predecible es el Slug, para los tres modelos utilizados. Y comparando la densidad de la mezcla en este régimen (Slug), la calculada por el modelo de Orkiszewski [1] es menor; lo cual implica que la caída de presión también es menor.

De acuerdo con el último párrafo comentado, y en base a la comparación de los resultados obtenidos con los datos reales de presión contra profundidad (ver Capítulo [6] Validación con datos experimentales), optamos por utilizar la correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al [3]. Con este cambio, se recogen en las tablas [4.4], [4.5] y en las figuras ([4.13], [4.14], [4.15], [4.16], [4.17] y [4.18]) los resultados referentes a la densidad de la mezcla.

Tabla 4.2: ρ_m e identificación de régimen de flujo contra profundidad; pozos de KU y Akal

KU61						
prof.	densidad de la mezcla			régimen de flujo		
ft	lb_m / ft^3			-		
	Orkiszewski	Govier	Chokshi	Orkiszewski	Govier	Chokshi
0	9.35	5.28	6.33	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.42	13.07	10.51	13.95	Slug	Froth	Slug
2460.63	17.64	14.83	18.35	Slug	Froth	Slug
3280.84	22.34	26.89	23.17	Slug	Slug	Slug
4101.05	26.79	31.50	27.97	Slug	Slug	Slug
4770.34	29.83	34.49	31.37	Slug	Slug	Slug
4783.46	29.89	34.55	31.44	Slug	Slug	Slug
4921.26	30.46	35.10	32.09	Slug	Slug	Slug
4993.44	30.75	35.38	32.43	Slug	Slug	Slug
5006.56	30.81	35.43	32.49	Slug	Slug	Slug
5337.93	32.05	36.60	33.93	Slug	Slug	Slug
5351.05	32.10	36.65	33.99	Slug	Slug	Slug
5741.47	29.08	35.83	34.31	Slug	Slug	Slug
6561.68	31.72	38.30	37.39	Slug	Slug	Slug
7381.89	34.07	40.43	41.26	Slug	Slug	Bubble
8202.10	36.07	42.24	43.43	Slug	Slug	Bubble
9022.31	37.15	43.67	45.26	Slug	Slug	Bubble
9842.52	46.78	45.10	46.97	Bubble	Slug	Bubble
KU87						
0	7.05	2.43	4.77	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.42	10.57	5.43	11.48	Slug	Froth	Slug
3280.84	21.71	24.30	20.26	Slug	Slug	Slug
4921.26	23.43	29.19	26.67	Slug	Slug	Slug
6561.68	30.01	35.52	33.94	Slug	Slug	Slug
KU1277						
0	7.83	3.54	1.60	Slug	Annular-Mist	Annular-Mist
1640.42	11.13	7.85	11.64	Slug	Froth	Slug
3280.84	21.60	25.58	21.66	Slug	Slug	Slug
4921.26	25.84	32.08	29.78	Slug	Slug	Slug
6561.68	32.53	38.43	38.85	Slug	Slug	Bubble
8202.10	37.46	42.86	44.14	Slug	Slug	Bubble
9553.81	46.73	44.98	46.99	Bubble	Slug	Bubble
10170.60	48.52	48.87	48.42	Bubble	Bubble	Bubble

Tabla 4.3: continuación, ρ_m e identificación de régimen de flujo contra profundidad; pozos de KU y Akal

KU1292						
prof.	densidad de la mezcla			régimen de flujo		
ft	lb_m / ft^3			-		
	Orkiszewski	Govier	Chokshi	Orkiszewski	Govier	Chokshi
0	11.78	6.95	8.36	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.45	16.17	13.44	17.14	Slug	Froth	Slug
3280.87	25.97	30.86	27.38	Slug	Slug	Slug
4921.29	34.32	38.90	38.34	Slug	Slug	Bubble
5492.16	32.64	39.35	40.03	Slug	Slug	Bubble
5498.72	32.66	39.37	40.06	Slug	Slug	Bubble
5505.28	32.69	39.40	40.09	Slug	Slug	Bubble
6561.58	39.93	43.79	44.51	Slug	Slug	Bubble
8350.93	48.61	46.76	48.55	Bubble	Slug	Bubble
8679.05	49.14	49.39	49.08	Bubble	Bubble	Bubble
9008.31	49.62	49.77	49.57	Bubble	Bubble	Bubble
9336.51	50.04	50.11	50.02	Bubble	Bubble	Bubble
Cantarell409						
0	8.82	6.28	5.54	Slug	Annular-Mist	Slug
820.00	11.39	8.93	8.44	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.00	14.14	12.17	11.98	Slug	Annular-Mist	Slug
2460.00	16.97	16.09	16.27	Slug	Annular-Mist	Slug
3280.10	21.69	20.67	21.28	Slug	Annular-Mist	Slug
4100.03	23.23	29.30	26.81	Slug	Slug	Slug
4966.05	28.02	34.30	32.55	Slug	Slug	Slug
5740.10	32.12	37.53	36.93	Slug	Slug	Slug
5890.91	32.82	38.28	37.85	Slug	Slug	Slug
6720.92	36.00	41.87	43.60	Slug	Slug	Bubble
Cantarell2257D						
0	8.45	6.42	7.13	Slug	Annular-Mist	Slug
2460.00	15.94	15.41	18.30	Slug	Froth	Slug
3342.32	21.29	26.92	23.66	Slug	Slug	Slug
4536.24	27.12	32.43	29.58	Slug	Slug	Slug
5861.36	32.50	37.16	35.14	Slug	Slug	Slug
6087.68	33.39	37.91	36.07	Slug	Slug	Slug
6251.68	34.03	38.45	36.75	Slug	Slug	Slug
7156.96	37.41	41.22	41.46	Slug	Slug	Bubble
8377.12	41.09	44.15	45.04	Slug	Slug	Bubble

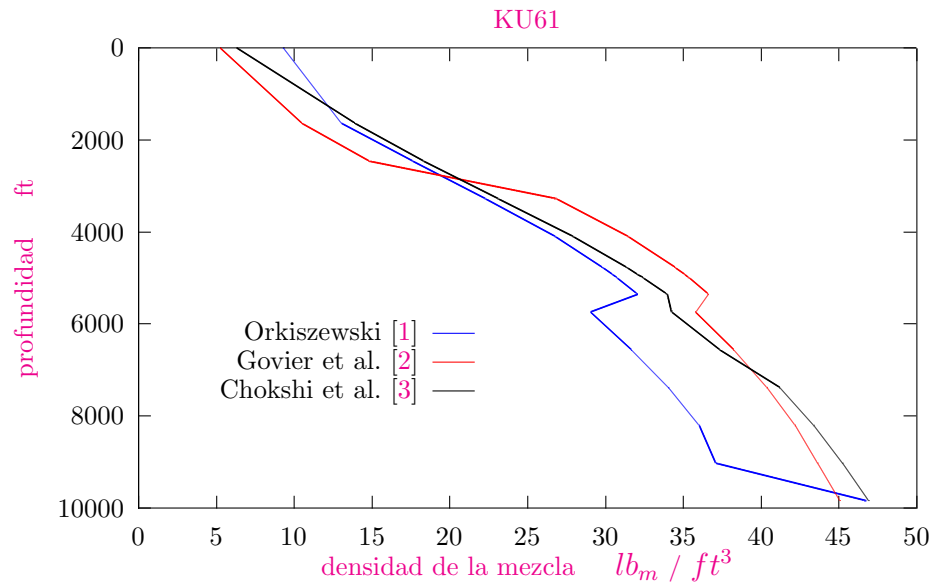


Figura 4.7: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU61

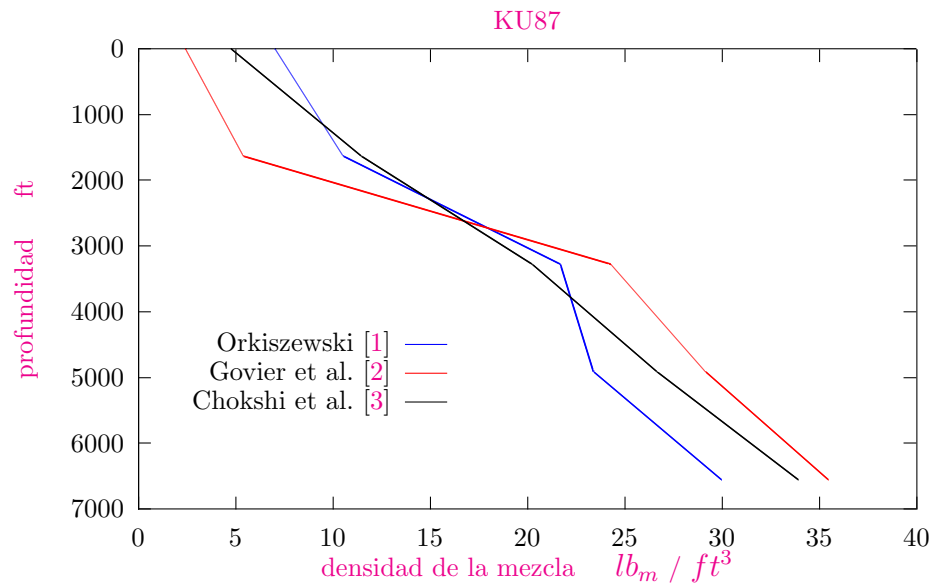


Figura 4.8: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU87

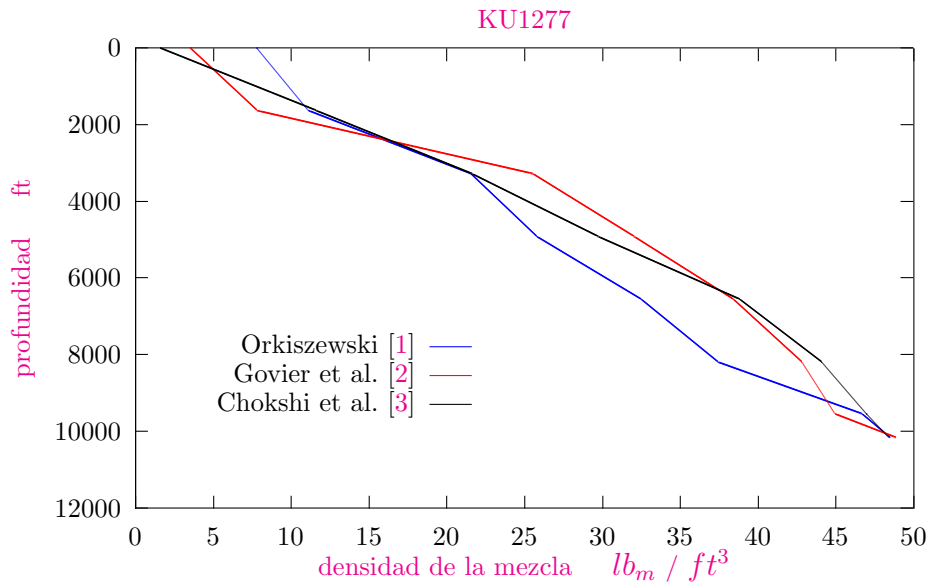


Figura 4.9: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1277

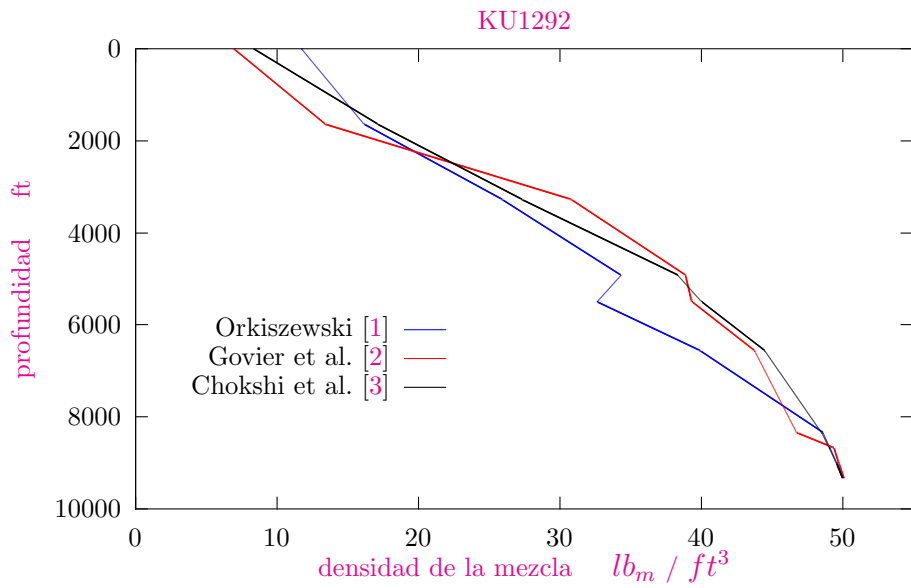


Figura 4.10: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1292

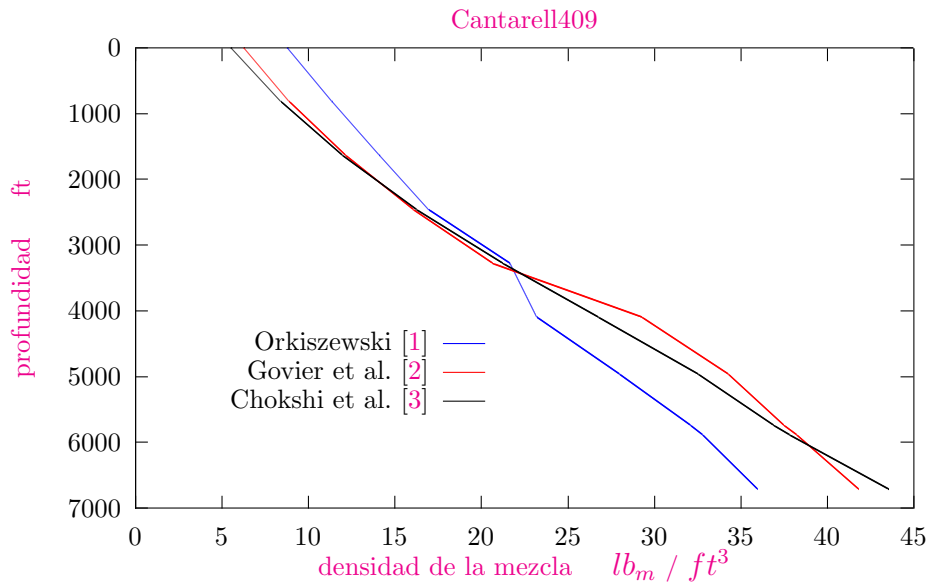


Figura 4.11: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell409

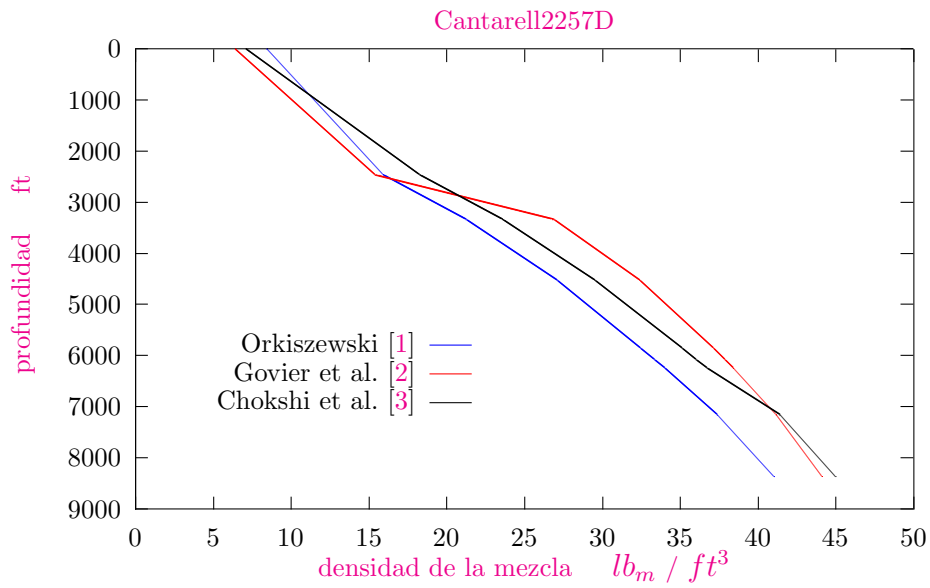


Figura 4.12: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell2257D

Tabla 4.4: ρ_m usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; pozos de KU y Akal

KU61						
prof.	densidad de la mezcla			régimen de flujo		
ft	lb_m / ft^3			-		
	Orkiszewski	Govier	Chokshi	Orkiszewski	Govier	Chokshi
0	9.35	11.46	8.13	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.42	13.07	13.73	10.97	Slug	Slug	Slug
2460.63	17.64	18.36	15.25	Slug	Slug	Slug
3280.84	22.34	23.10	19.79	Slug	Slug	Slug
4101.05	26.79	27.53	24.25	Slug	Slug	Slug
4770.34	29.83	30.53	27.40	Slug	Slug	Slug
4783.46	29.89	30.59	27.46	Slug	Slug	Slug
4921.26	30.46	31.15	28.06	Slug	Slug	Slug
4993.44	30.75	31.44	28.36	Slug	Slug	Slug
5006.56	30.81	31.49	28.42	Slug	Slug	Slug
5337.93	32.05	32.71	29.75	Slug	Slug	Slug
5351.05	32.10	32.76	29.80	Slug	Slug	Slug
5741.47	29.08	29.75	26.72	Slug	Slug	Slug
6561.68	31.72	32.33	29.56	Slug	Slug	Slug
7381.89	34.07	34.61	40.82	Slug	Slug	Bubble
8202.10	36.07	36.54	43.14	Slug	Slug	Bubble
9022.31	37.15	37.55	45.10	Slug	Slug	Bubble
9842.52	46.78	39.09	46.92	Bubble	Slug	Bubble
KU87						
0	7.05	8.23	6.93	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.42	10.57	10.57	10.02	Slug	Slug	Slug
3280.84	21.71	21.71	20.73	Slug	Slug	Slug
4921.26	23.43	23.43	22.61	Slug	Slug	Slug
6561.68	30.01	30.01	29.26	Slug	Slug	Slug
KU1277						
0	7.83	9.40	6.90	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.42	11.13	11.50	9.21	Slug	Slug	Slug
3280.84	21.60	22.06	19.09	Slug	Slug	Slug
4921.26	25.84	26.30	23.32	Slug	Slug	Slug
6561.68	32.53	32.91	30.39	Slug	Slug	Slug
8202.10	37.46	37.74	43.96	Slug	Slug	Bubble
9553.81	46.73	39.77	46.97	Bubble	Slug	Bubble
10170.60	48.52	48.86	48.42	Bubble	Bubble	Bubble

Tabla 4.5: continuación, ρ_m usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; pozos de KU y Akal

KU1292						
prof.	densidad de la mezcla			régimen de flujo		
ft	lb_m / ft^3			-		
	Orkiszewski	Govier	Chokshi	Orkiszewski	Govier	Chokshi
0	11.78	14.29	10.41	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.45	16.17	16.78	13.83	Slug	Slug	Slug
3280.87	25.97	26.61	23.39	Slug	Slug	Slug
4921.29	34.32	34.84	38.08	Slug	Slug	Bubble
5492.16	32.64	33.14	39.82	Slug	Slug	Bubble
5498.72	32.66	33.16	39.84	Slug	Slug	Bubble
5505.28	32.69	33.19	39.88	Slug	Slug	Bubble
6561.58	39.93	40.27	44.47	Slug	Slug	Bubble
8350.93	48.61	43.67	48.54	Bubble	Slug	Bubble
8679.05	49.14	49.38	49.08	Bubble	Bubble	Bubble
9008.31	49.62	49.77	49.57	Bubble	Bubble	Bubble
9336.51	50.04	50.11	50.02	Bubble	Bubble	Bubble
Cantarell409						
0	8.82	8.50	7.71	Slug	Annular-Mist	Slug
820.00	11.39	11.70	10.16	Slug	Annular-Mist	Slug
1640.00	14.14	15.59	12.82	Slug	Annular-Mist	Slug
2460.00	16.97	20.17	15.62	Slug	Annular-Mist	Slug
3280.10	21.69	25.33	19.16	Slug	Annular-Mist	Slug
4100.03	23.23	23.11	24.42	Slug	Slug	Slug
4966.05	28.02	27.90	25.72	Slug	Slug	Slug
5740.10	32.12	32.03	30.43	Slug	Slug	Slug
5890.91	32.82	32.73	39.20	Slug	Slug	Bubble
6720.92	36.00	36.00	43.60	Slug	Slug	Bubble
Cantarell2257D						
0	8.45	9.45	7.78	Slug	Annular-Mist	Slug
2460.00	15.94	16.02	14.56	Slug	Slug	Slug
3342.32	21.29	21.38	19.76	Slug	Slug	Slug
4536.24	27.12	27.20	25.53	Slug	Slug	Slug
5861.36	32.50	32.58	30.99	Slug	Slug	Slug
6087.68	33.39	33.47	31.90	Slug	Slug	Slug
6251.68	34.03	34.11	32.56	Slug	Slug	Slug
7156.96	37.41	37.48	41.34	Slug	Slug	Bubble
8377.12	41.09	41.15	45.00	Slug	Slug	Bubble

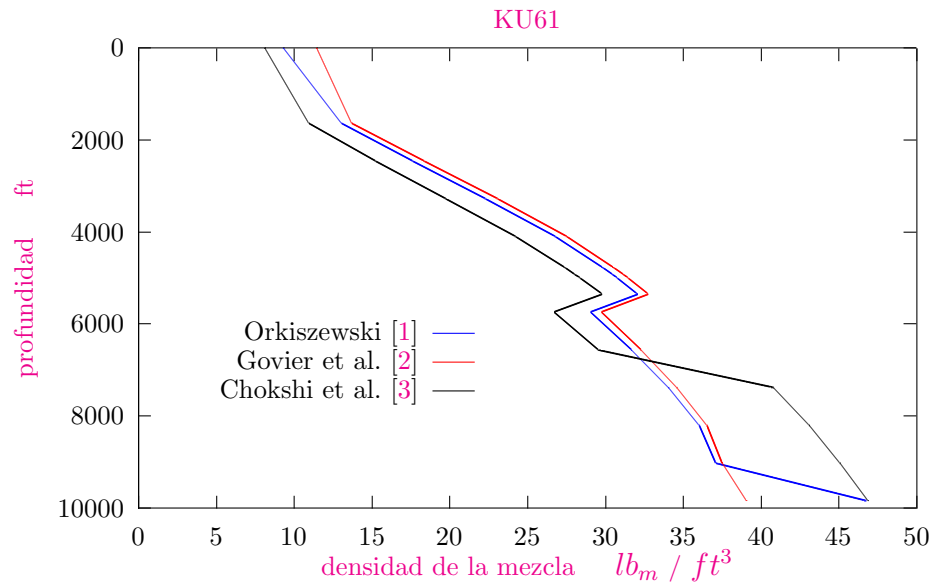


Figura 4.13: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU61, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

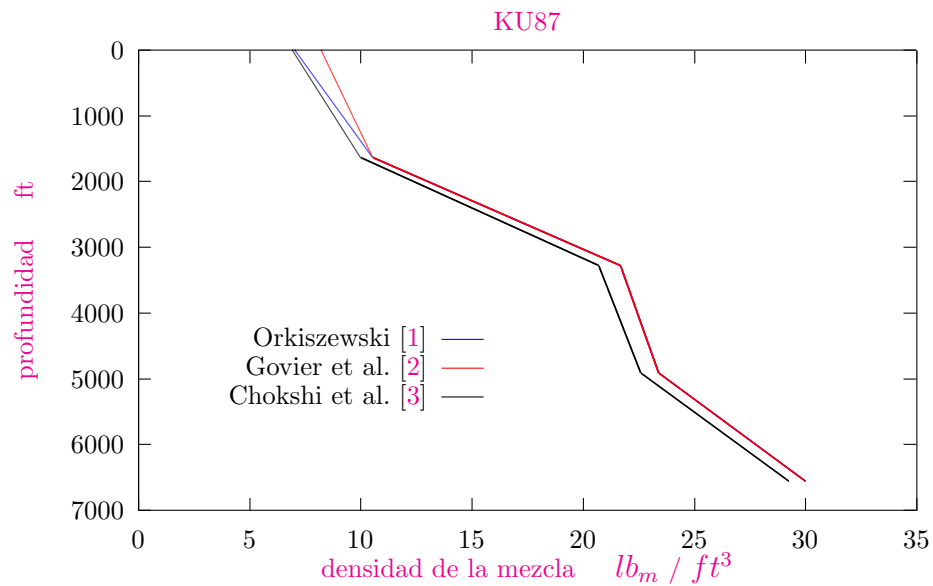


Figura 4.14: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU87, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

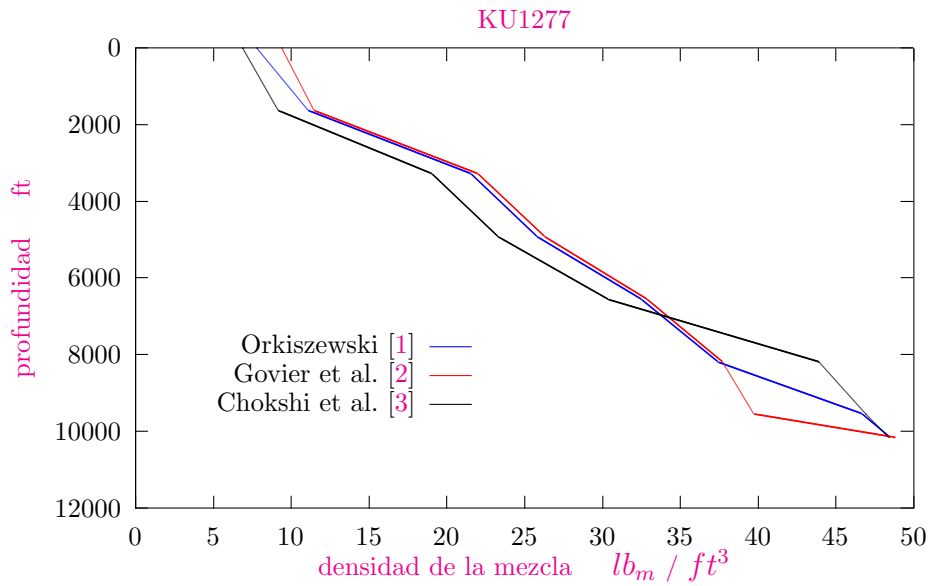


Figura 4.15: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1277, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

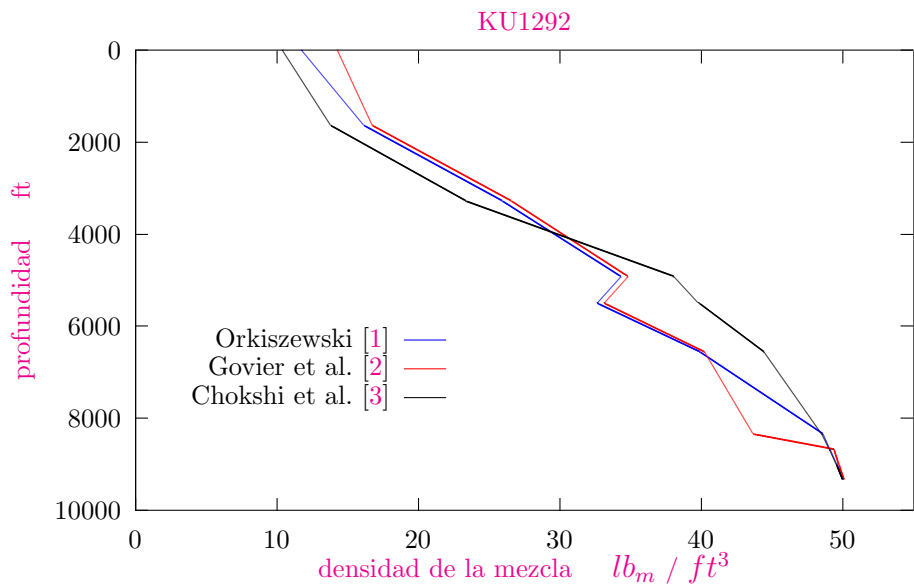


Figura 4.16: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para KU1292, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

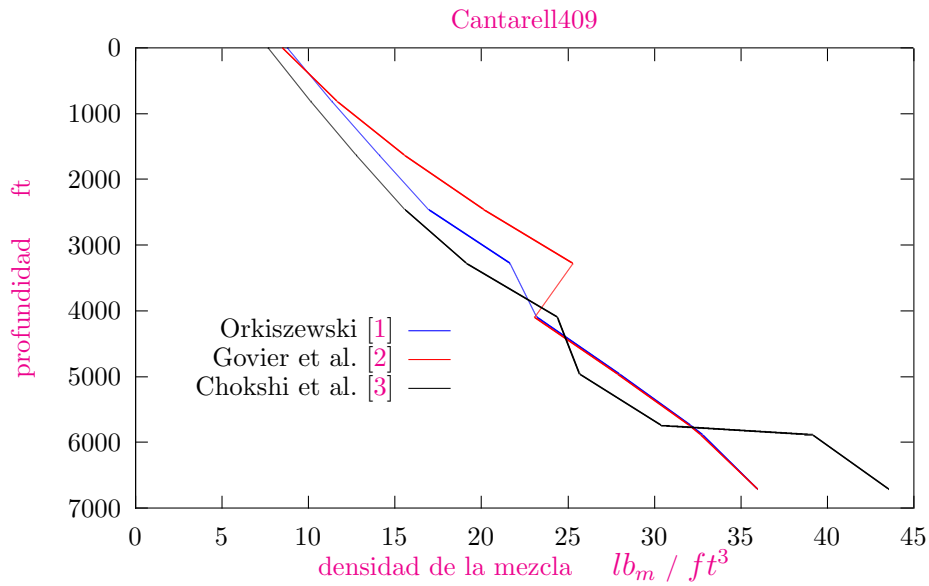


Figura 4.17: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell409, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

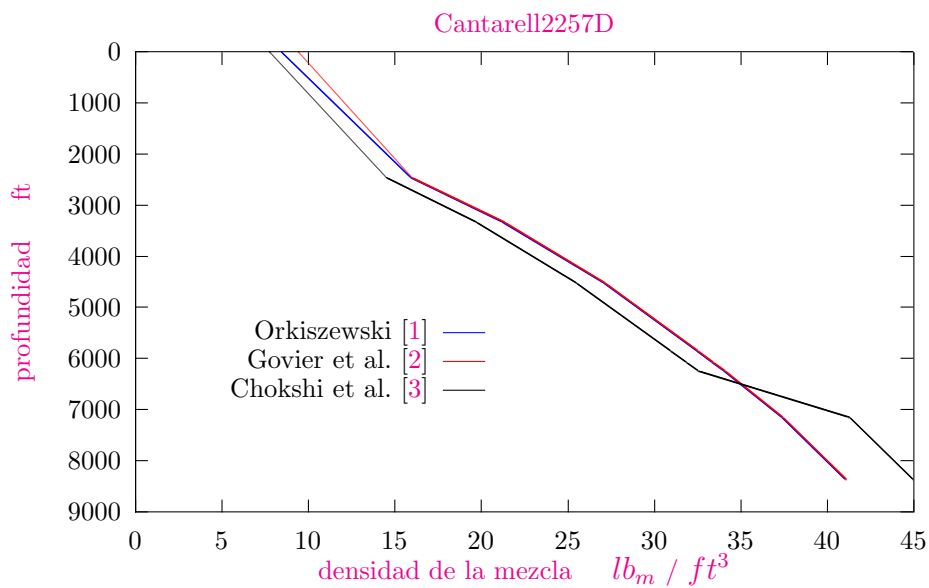


Figura 4.18: Densidad de la mezcla en relación a la profundidad para Cantarell2257D, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

4.4. Algoritmo numérico de resolución

El método de discretización usado para las ecuaciones gobernantes se ilustra en la [Figura 4.19] y ha sido acoplado utilizando el algoritmo implícito tramo a tramo (Step by Step Method); descrito dentro de esta sección.

4.4.1. Método tramo a tramo (Step by Step)

El pozo para su estudio se divide en secciones que dependen del diámetro, ángulo de inclinación respecto de la horizontal y la rugosidad de la tubería. Cada sección es a la vez particionada en volúmenes de control ver [Figura 4.19] que son conectados a través de uniones o nodos. El flujo es evaluado en cada uno de estos volúmenes de acuerdo a un esquema numérico implícito; donde el proceso de solución es llevado moviéndose paso a paso en la dirección del flujo. Iniciando desde el fondo del pozo, donde tenemos valores conocidos (flujo másico total, presión de fondo y temperatura de fondo) que sirven de entrada para la sección del primer volumen de control y teniendo definidas las condiciones de contorno, los valores de dichas variables salvo la temperatura (recordemos que se ajusto una línea recta para tener un perfil a lo largo del pozo) a la salida del mismo primer volumen de control son obtenidas a partir de la discretización de las ecuaciones gobernantes (ecuación de continuidad y cantidad de movimiento) que se detallan en la sección siguiente. Una vez obtenida la solución a la salida del primer volumen de control, ésta se convierte en los valores de entrada para el segundo volumen de control. Este procedimiento se sigue en la dirección del flujo hasta llegar a la cabeza del pozo. Este tipo de análisis es aplicado siempre y cuando las ecuaciones presenten una estructura parabólica en la dirección del flujo; quedando por tanto excluidos casos de recirculación y / o de reflujo.

4.4.2. Discretización temporal de las ecuaciones gobernantes

Ya se han presentado en la [sección 4.2.3], las ecuaciones de movimiento en su forma integral para la coordenada espacial sobre volúmenes de control finitos. Por lo cual sólo necesitamos ahora de su integración en la coordenada de tiempo. Se ha implementado un esquema implícito para los términos transitorios o dependientes del tiempo de las ecuaciones gobernantes que se discretizan mediante la utilización de un esquema diferencial de primer orden: $(\partial\phi/\partial t) \equiv (\phi - \phi^o) / \Delta t$, donde ϕ representa una variable dependiente genérica ($\phi = p, \rho, \dots$), en el instante actual de cálculo y ϕ^o indica su valor en el instante anterior.

Los valores medios sobre un volumen de control se han estimado como la media aritmética entre las secciones de entrada y salida, esto es: $\tilde{\phi} \equiv \bar{\phi} = (\phi_j + \phi_{j+1}) / 2$. Las propiedades físicas

medias se evalúan basadas en sus correspondientes presión y temperatura media local.

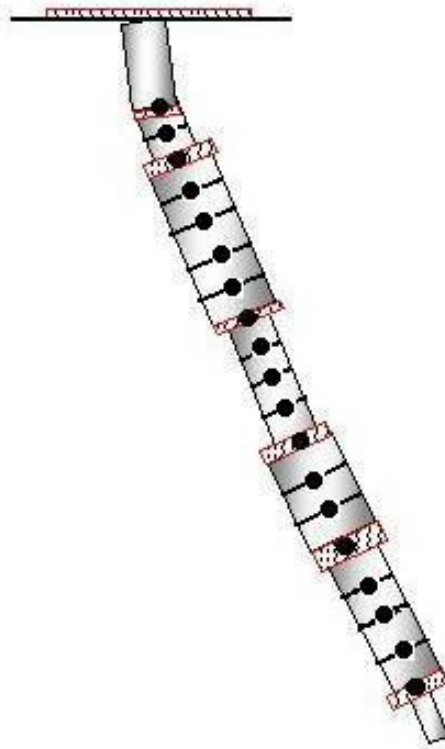


Figura 4.19: Nodos y malla para el método tramo a tramo (step by step)

Aplicando las aproximaciones numéricas arriba indicadas a las ecuaciones gobernantes para flujo bifásico dentro de un volumen de control (ecuaciones [4.7] y [4.8]), se establece el siguiente conjunto de ecuaciones para la evaluación de las variables dependientes a la salida del volumen de control. En lo que sigue se detalla la forma final de las ecuaciones discretizadas de conservación de la masa y cantidad de movimiento.

El flujo másico a la salida del volumen de control es obtenido a partir de la discretización de la ecuación de continuidad (ver proceso en el [APÉNDICE A])

$$\dot{m}_{j+1} = \dot{m}_j - \frac{A\Delta z}{\Delta t}(\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_m^o), \quad (4.72)$$

donde $\rho_m = \varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l$.

La discretización de la ecuación de cantidad de movimiento permite encontrar la presión a la salida (ver proceso en el [APÉNDICE A]),

$$p_{j+1} = p_j - \frac{\Delta z}{A} \left[\Phi \frac{\bar{f}}{4} \frac{\bar{m}^2}{2 \bar{\rho}_m A^2} P + \bar{\rho}_m A g \sin \theta + \frac{\bar{m} - \bar{m}^o}{\Delta t} + \frac{[\dot{m} (x_g \nu_g + (1 - x_g) \nu_l)]_j^{j+1}}{\Delta z} \right] \quad (4.73)$$

Las ecuaciones ([4.72] y [4.73]); ecuación de continuidad y cantidad de movimiento, junto con las propiedades termofísicas sección [3.4] son aplicables a estado transitorio y flujo bifásico. Siendo casos particulares de esta formulación; estado permanente y/o una sola fase (líquido o gas).

4.4.3. Condiciones de contorno

- Condiciones de entrada:** las condiciones de contorno a la entrada para la resolución directa del método tramo a tramo (step by step) son las condiciones a la entrada de: el flujo másico (\dot{m}_{in}), la presión (p_{in}) y la temperatura (T_{in}).

4.4.4. Algoritmo de resolución

En cada volumen de control, las variables del flujo en la sección de salida del volumen de control son obtenidas por medio de la discretización de las ecuaciones gobernantes de continuidad y cantidad de movimiento, a partir de los valores conocidos de las variables en la sección de entrada y las condiciones de contorno descritas anteriormente. Una vez que converge el conjunto de variables a la salida, éstas se toman como condiciones de entrada para el siguiente volumen de control. De esta forma la resolución se realiza moviéndose tramo a tramo (step by step) ó volumen de control a volumen de control de la malla de discretización en la dirección del flujo. En cada sección transversal, la tensión cortante y la fracción volumétrica de vapor son evaluadas a partir de correlaciones empíricas ó semiempíricas obtenidas de la literatura como las mencionadas anteriormente (ver Evaluación de coeficientes empíricos, [sección 4.3]).

La solución de casos transitorios se realiza de la misma manera que se mencionó anteriormente para cada instante de tiempo asignado tomando en cuenta los términos transitorios de las ecuaciones. Una vez resuelto el primer intervalo de tiempo partiendo de unas condiciones conocidas en el instante $t = 0$, se prosigue la resolución del siguiente incremento de tiempo, y así sucesivamente hasta alcanzar el tiempo que se desea ó bien el caso permanente, obteniéndose la distribución de las variables a lo largo del dominio para cada instante de tiempo. Dependiendo de la evolución en el tiempo de las condiciones de contorno, un valor constante o variable del incremento de tiempo (Δt) puede ser especificado.

4.4.5. Criterios de convergencia

En cada volumen de control las ecuaciones gobernantes son iterativamente resueltas hasta que se verifique el siguiente criterio de convergencia:

$$\left| \frac{\phi_{j+1}^* - \phi_{j+1}}{\Delta\phi} \right| < \omega, \quad (4.74)$$

donde ϕ se refiere a las variables dependientes: flujo másico y presión; ϕ^* representa sus valores en la iteración anterior y ω es el valor especificado de convergencia del método numérico.

El valor de referencia $\Delta\phi$ es localmente evaluado como $\phi_{j+1} - \phi_j$. Cuando este valor tiende a cero, $\Delta\phi$ es sustituido por ϕ_j .

Nomenclatura

Notación	Descripción	Unidades
A	área (sección transversal)	ft^2
A_1	para determinar ec. 4.9	
A_2	para determinar ec. 4.9	
B_{23}	ec. 2.24 (curva de la Figura 2.3)	ft / seg
B_{34}	ec. 2.25 (curva de la Figura 2.3)	ft / seg
C	ec. 4.33 (coeficiente ec. 4.32)	
C_1	coeficiente ec. 4.19 (es función de N_b ec. 4.20)	
C_2	coeficiente ec. 4.19 (es función de N_b ec. 4.20 y NRe ec. 4.21)	
D	diámetro	ft
E_o	Número de Eotvos ec. 4.36	
f	factor de fricción ec. 4.9	
FE	factor de arrastre (entrainment) ec. 4.62	
f_F	factor de fricción de la película	
f_{Sl}	factor de fricción de líquido superficial	
f_{SC}	factor de fricción superficial del núcleo	
g	gravedad	ft / seg^2
k	rugosidad de la tubería	ft
L_M	ec. 2.13 (curva de la Figura 2.2)	
L_{BT}	longitud de la burbuja de Taylor	ft
L_S	ec. 2.12 (curva de la Figura 2.2)	
L_{Sl}	longitud del Slug de líquido	ft
L_{Su}	longitud de la unidad Slug	ft
m	ec. 4.35	

Notación	Descripción	Unidades
\dot{m}	flujo másico	lb_m / seg
N	número para la viscosidad del líquido ec. 4.34	
N_b	número de Reynolds en la burbuja ec. 4.20	
N_{GV}	velocidad del gas adimensional ec. 2.15 (abscisa Fig 2.2)	
NRe	número de Reynolds	
NRe_F	número de Reynolds de la película ec. 4.69	
NRe_{SC}	número de Reynolds superficial del núcleo ec. 4.71	
NRe_{SL}	número de Reynolds superficial de la película ec. 4.70	
p	presión	psi
P	perímetro	ft
Q	flujo volumétrico	ft^3 / seg
t	tiempo	seg
V_b	velocidad de ascenso de la burbuja ec. 4.19	ft / seg
V_{bi}	velocidad base ec. 4.23, para calcular ec. 4.22	ft / seg
V_l	velocidad del líquido ec. 4.13 $V_l = Q_l / ((1 - \epsilon_g) A)$	ft / seg
V_m	velocidad de la mezcla $V_m = Q_t / A$	ft / seg
V_s	velocidad relativa del gas ec. 4.11	ft / seg
V_{bs}	velocidad de la burbuja en líquido estancado ec. 4.32	ft / seg
V_{SC}	velocidad superficial del núcleo ec. 4.65	ft / seg
V_{sg}	velocidad superficial del gas ec 2.2	ft / seg
V_{sl}	velocidad superficial del líquido ec 2.1	ft / seg
V_{lBT}	velocidad del líquido en la burbuja de Taylor ec. 4.54	ft / seg
V_{gSl}	velocidad del gas en el Slug de líquido ec. 4.55	ft / seg
V_{lSl}	velocidad del líquido en el Slug de líquido	ft / seg
V_{TBF}	velocidad de la burbuja de Taylor en el flujo de líquido ec. 4.53	ft / seg
x	ec. 2.26 (curva de la Figura 2.3)	ft / seg
x_g	fracción másica de vapor o calidad	
Z_*	factor de fricción interfacial ec. 4.61	
∇_{BT}	volumen de la burbuja de Taylor ec. 4.38	ft^3
∇_S	volumen del Slug ec. 4.39	ft^3
ΔZ	diferencial de altura	ft
Δp	gradiente de presión	psi
Símbolos griegos		
ϵ	fracción volumétrica	
ϵ_{gBT}	fracción volumétrica del gas en la burbuja de Taylor	
ϵ_{gSl}	fracción volumétrica del gas en el Slug de líquido	
λ_{LC}	holdup del líquido en el núcleo	
σ_l	tensión superficial del líquido	lb_m / seg^2
θ	ángulo de inclinación de la tubería (respecto de la horizontal)	grados
μ	viscosidad	cp
μ_c	viscosidad del núcleo	cp
ρ	densidad	lb_m / ft^3
ρ_c	densidad del núcleo de gas	lb_m / ft^3

Símbolos griegos	Descripción	Unidades
ρ_{Sl}	densidad del Slug de líquido	lb_m / ft^3
δ	$\delta = \delta_* / D$, donde δ_* es el espesor de la película de líquido (en ft)	
Γ	coeficiente de distribución del líquido	
τ	tensión cortante	$lb_m / (ft \cdot seg^2)$
ω	valor especificado de convergencia del método numérico, ec. 4.74	
Φ	factor para la caída de presión en flujo bifásico	
En las integrales, ecuaciones 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6		
ν	velocidad	ft / seg
V	volumen	
SC	superficie de control	
VC	volumen de control	

Parte III

Realización del Modelo Numérico

Estructura del Algoritmo

5.1. Descripción del algoritmo propuesto

- 1 Se cargan datos del PVT representativo del campo a los cuales pertenecen los pozos, [Tabla 3.7] y [Tabla 3.9], así como datos de los aforos efectuados en las fechas que marcan los gradientes o cercanas a estas, [Tabla 3.6] y [Tabla 3.8]. Estos datos son necesarios para poder calcular las propiedades termofísicas de las fases.
- 2 Para aplicar el método de los volúmenes finitos, se crea la malla. El pozo es dividido por secciones, donde en cada una se especifica el ángulo de inclinación, diámetro y la rugosidad de la tubería de producción; también el número de volúmenes de control y la profundidad de cada sección.
- 3 Son proporcionados los datos de entrada que requiere el algoritmo step by step; en este caso los datos son: flujo másico, presión de fondo, temperatura de superficie y temperatura de fondo.
- 4 Inicializamos las siguientes variables:

$$p_{(j+1)} = p_{(j)}$$

$$seccion = 0$$

$$profundidad = profpozo$$

$$tfondo1 = tfondo$$

- 5 Se lleva un contador para el número de secciones de la malla.

$$seccion = seccion + 1$$

y

$$p_{inicial}(n + 1) = p_{final}(n)$$

para que sea la presión de entrada para el primer volumen de control, de la sección siguiente.

- 6 Calculamos el área de la sección transversal de la tubería, y como se conocen la profundidad del pozo, la profundidad que abarca cada sección y el número de vc sobre cada sección es calculada la altura de cada uno de estos espacios físicos:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2,$$

$$\Delta Z = \frac{profundidad - profsuperior}{vc},$$

e, inicializamos la siguiente variable:

$$i1 = 0$$

que nos servirá como contador para el número de vc de cada sección.

- 7 Incrementamos en uno i1. Se ajusta una línea recta para los dos puntos dados de temperatura (de superficie y de fondo), y como se conoce la altura de cada vc, tenemos la temperatura media sobre cada uno de estos.

$$i1 = i1 + 1$$

$$PROF = profundidad - (i1 * \Delta Z)$$

$$t^* = \left(\left(\frac{tfondo - tsuperficie}{profpozo} \right) * PROF \right) + tsuperficie$$

$$\bar{t} = \frac{tfondo1 + t^*}{2}$$

- 8 Calculamos la presión media y definimos una variable que nos representará la presión a la salida en una iteración anterior.

$$\bar{p} = \frac{p(j) + p(j+1)}{2}$$

$$p^* = p(j+1)$$

- 9 Para \bar{t} y \bar{p} se calcula pbp y RS.

- 10 Comparamos RS con RGA.

- 11 Si RS es mayor RGA entonces el aceite se encuentra bajosaturado, es decir en una sola fase. Se determinan las propiedades termofísicas del aceite, el número de Reynolds y el factor de fricción; luego ir al paso [13].

- 12 Si RS es menor que RGA entonces el aceite se encuentra saturado, es decir en dos fases. Y se determinan las propiedades termofísicas del aceite y del gas. Se identifica el régimen de flujo, se determina el número de Reynolds, el factor de fricción y la densidad de la mezcla in situ.

- 13 Es determinada la presión a la salida de cada volumen de control, por medio de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación [4.73]), discretizada por volúmenes finitos.

$$p_{(j+1)} = p_{(j)} - \frac{\Delta z}{A} \left[\frac{\bar{f}}{4} \frac{\bar{m}^2}{2 \bar{\rho}_m A^2} P + \bar{\rho}_m A g \sin \theta \right] \quad (5.1)$$

donde el término,

$$\frac{[\dot{m}(x_g \nu_g + (1-x_g) \nu_l)]_j^{j+1}}{\Delta z} \quad (5.2)$$

no ha sido considerado, ya que es demasiado pequeño en comparación con los otros dos términos de la ecuación [5.1].

- 14 La ecuación [5.1] es iterativamente resuelta hasta que se verifique el siguiente criterio de convergencia:

$$\left| \frac{P_{(j+1)}^* - P_{(j+1)}}{\Delta p} \right| >= \omega$$

- 15 Mientras el criterio se cumpla, regresar al paso [7].

- 16 Si el criterio no se cumple,

$$tfondo1 = t^*$$

$$P_{(j)} = P_{(j+1)}$$

- 17 Verificar que el contador il es menor que el número de vc . Si il es menor, regresar al paso [6], de lo contrario,

$$profundidad = profsuperior$$

$$tfondo1 = t^*$$

$$P_{(j)} = P_{(j+1)}$$

y se guardan los resultados.

- 18 Verificar que el contador de las secciones sea diferente al número de estas. Mientras así sea regresar al paso [4], de lo contrario imprimir los datos en un fichero.

5.1.1. Diagrama de flujo, del algoritmo propuesto

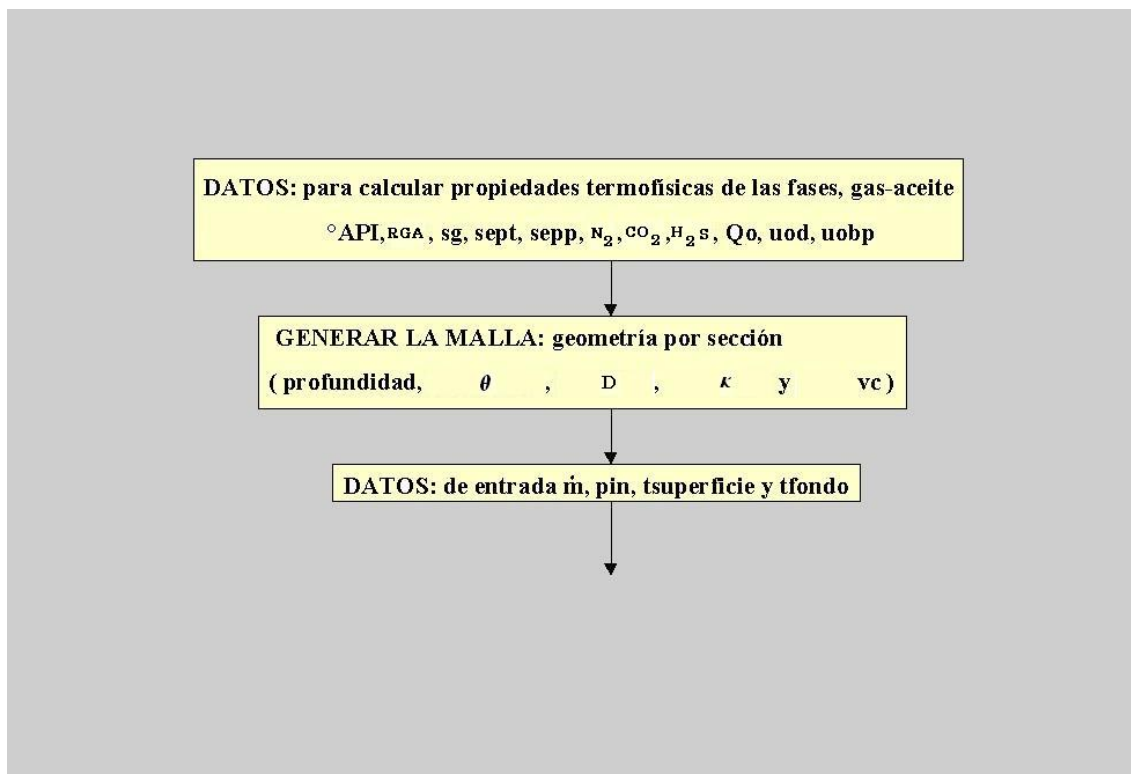


Figura 5.1: Esquema de resolución del método Step by Step

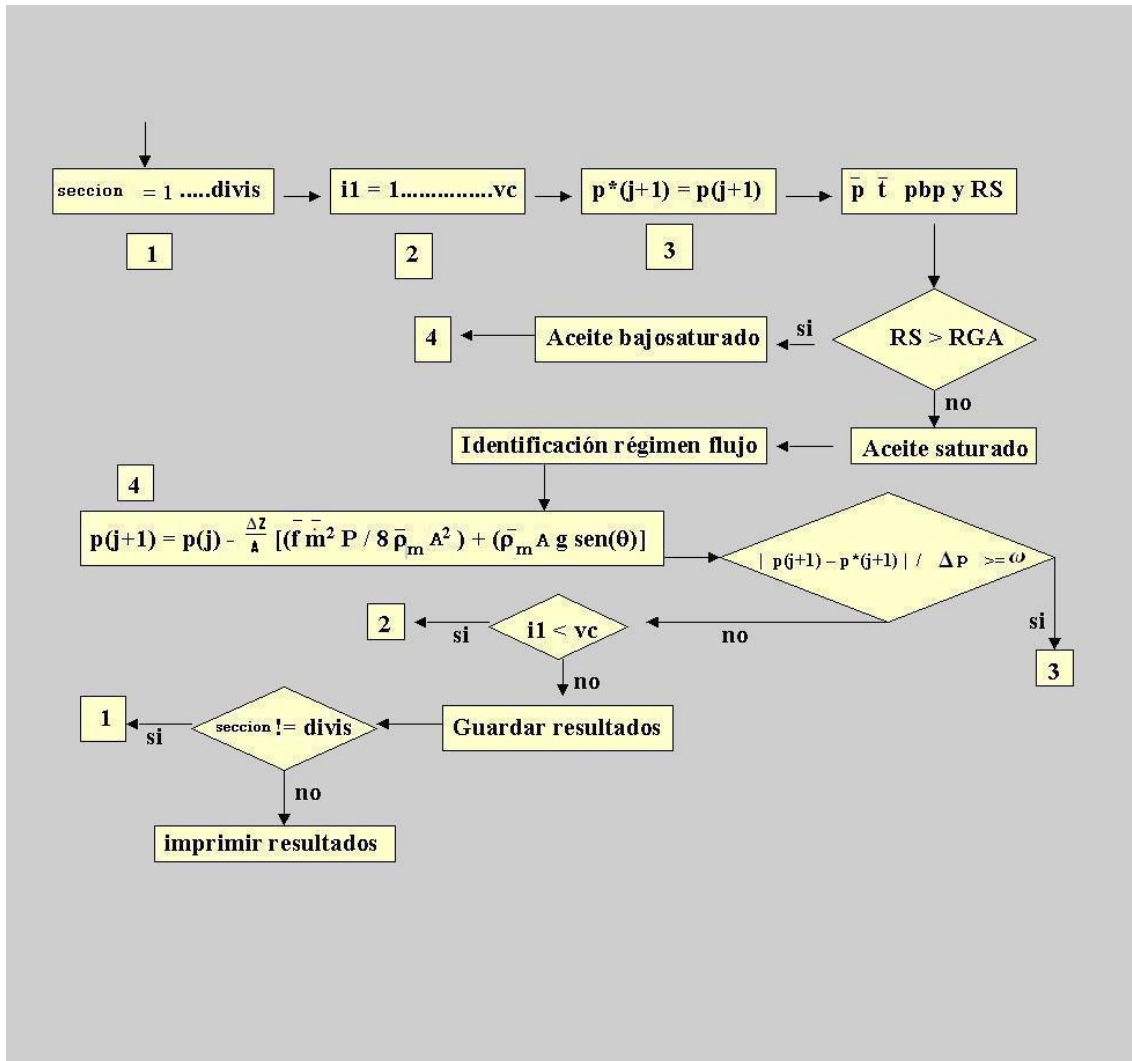


Figura 5.2: continuación del esquema de resolución del método Step by Step

Nomenclatura

Notación	Descripción	Unidades
a.c.s	a condiciones estándar	
bl_o	barriles (de aceite)	(1 bl = $0.16 \text{ m}^3 = 158.99 \text{ lt}$)
A	área (sección transversal)	ft^2
API	densidad	grados
D	diámetro	ft
f	factor de fricción	
g	gravedad	ft / seg^2
il	contador para el número de volúmenes de control	
k	rugosidad de la tubería	ft
\dot{m}	flujo másico	lb_m / seg
$p_{(j)}$	presión a la entrada para un volumen de control	psi
$P_{(j+1)}$	presión a la salida para un volumen de control	psi
$p_{inicial} (n+1)$	presión inicial para la sección n+1	psi
$p_{final} (n)$	presión final de la sección n	psi
p_{in}	presión de entrada (boca del pozo)	psi
profundidad	variable que guarda la profundidad del pozo	ft
profpozo	profundidad del pozo	ft
profsuperior	profundidad superior de cada sección	ft
PROF	determina la profundidad en base al tamaño de cada volumen de control para cada sección	ft

Notación	Descripción	Unidades
\bar{p}	presión media	psi
p^*	presión a la salida de cada volumen de control en una iteración anterior	psi
pbp	presión de burbuja	psi
P	perímetro	ft
Q_o	gasto de aceite	bl_o a.c.s / día
RGA	relación gas-aceite	ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s
RS	relación gas disuelto-aceite	ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s
seccion	contador para el número de secciones en que se ha dividido el pozo	
sg	densidad relativa del gas	densidad del gas / densidad del aire
sept	temperatura de separador	°F
sepp	presión de separador	psi
tfondo1	variable que guarda la temperatura de fondo (boca del pozo)	°F
tfondo	temperatura de fondo (boca del pozo)	°F
\bar{t}	temperatura media	°F
tsuperficie	temperatura de superficie (cabeza del pozo)	°F
t^*	determina la temperatura en base a PROF (ajuste de una línea recta)	°F
uod	viscosidad del aceite residual	cp
uobp	viscosidad del aceite a presión de burbuja	cp
vc	número de volúmenes de control	
ω	valor especificado de convergencia del método numérico	
Δp	gradiente de presión	psi
ΔZ	longitud de cada volumen de control	ft
Símbolos griegos		
θ	ángulo de inclinación de la tubería respecto de la horizontal	grados
ρ_m	densidad de la mezcla	lb_m / ft^3

Validación con datos experimentales

Las tablas [6.1], [6.2] y [6.3] recogen los gradientes de presión obtenidos en base a los modelos de Orkiszewski [1], Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3] columnas 3, 4 y 5 respectivamente; para los pozos KU-61, KU-1277 y KU-1292 del campo KU; Cantarell409 y cantarell2257D del campo Akal. Así mismo las columnas (9 y 10)¹ representan los datos obtenidos de presión con los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3] en este orden; salvo que se utilizó la correlación para flujo Slug de Orkiszewski [1].

Las columnas 6², 7 y 8 marcan el error relativo puntual para el cálculo de la presión utilizando los modelos de Orkiszewski [1], Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3] respectivamente. Y las columnas 11 y 12 marcan el error relativo puntual para los dos últimos modelos mencionados, pero utilizando la correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug. Al final de estas columnas, para cada pozo es dado el promedio del error relativo.

Les preceden a las tablas [6.1], [6.2] y [6.3] las figuras ([6.1], [6.2], [6.3], [6.4], [6.5] y [6.6]) que comparan los datos reales con los datos obtenidos por el modelo.

Y las figuras ([6.7], [6.8], [6.9], [6.10], [6.11] y [6.12]), que hacen la misma comparación, pero con el cambio efectuado en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3] para la correlación de flujo Slug que ya se mencionó.

Para cada modelo se tiene un promedio para el error relativo de los seis pozos: Orkiszewski [1] 15.18 %, Govier et al. [2] 25.23 % y Chokshi et al. [3] 22.14 %. Y al utilizar la correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3], 15.44 % y 16.99 % respectivamente.

¹para los encabezados de las columnas 9 y 10, CPFSSO significa correlación para flujo Slug de Orkiszewski, ER que aparece en las columnas 6, 7, 8, 11 y 12 significa error relativo

²en las columnas 6,7,8, 11 y 12, el signo (+) indica que el valor calculado por los modelos (presión), es mayor al valor real y un (-) indica lo contrario.

Tabla 6.1: Resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
KU61											
prof.	pres. real	Orkis.	Gov.	Chok.	Orkis.	Gov.	Chok.	CPFSO	CPFSO	Gov.	Chok.
ft	psi	psi	psi	psi	% ER	% ER	% ER	Gov. psi	Chok. psi	% ER	% ER
0	257.38	158.92	57.19	75.82	- 38.25	- 77.78	- 70.54	167.51	131.08	- 34.92	- 49.07
1640.42	436.55	313.60	159.46	204.96	- 28.16	- 63.47	- 53.05	324.30	280.75	- 25.71	- 35.69
2460.63	523.3	405.37	254.14	297.93	- 22.54	- 51.43	- 43.07	419.84	360.39	- 19.77	- 31.13
3280.84	604.35	521.17	391.56	415.48	- 13.76	- 35.21	- 31.25	539.73	462.70	- 10.69	- 23.44
4101.05	699.62	658.34	551.98	555.99	- 5.90	- 21.10	- 20.53	680.94	586.22	- 2.67	- 16.21
4770.34	787.79	775.55	686.75	677.24	- 1.55	- 12.83	- 14.03	801.04	693.48	+ 1.68	- 11.97
4783.46	789.21	777.90	689.43	679.68	- 1.43	- 12.64	- 13.88	803.44	695.64	+ 1.80	- 11.86
4921.26	811.96	802.85	717.87	705.65	- 1.12	- 11.59	- 13.09	828.95	718.66	+ 2.09	- 11.49
4993.44	823.34	816.02	732.86	719.38	- 0.89	- 10.99	- 12.63	842.41	730.83	+ 2.32	- 11.24
5006.56	829.03	818.41	735.57	721.87	- 1.28	- 11.27	- 12.93	844.86	733.04	+ 1.91	- 11.58
5337.93	888.75	878.33	803.42	784.47	- 1.17	- 9.60	- 11.73	906.01	788.62	+ 1.94	- 11.27
5351.05	890.17	880.67	806.06	786.92	- 1.07	- 9.45	- 11.60	908.40	790.80	+ 2.05	- 11.16
5741.47	968.38	948.76	882.96	860.06	- 2.03	- 8.82	- 11.19	977.79	854.38	+ 0.97	- 11.77
6561.68	1130.49	1100.65	1054.08	1025.85	- 2.64	- 6.76	- 9.26	1132.29	997.17	+ 0.16	- 11.79
7381.89	1309.66	1266.84	1237.37	1211.68	- 3.27	- 5.52	- 7.48	1300.80	1182.91	- 0.68	- 9.68
8202.1	1501.63	1441.84	1432.13	1411.03	- 3.98	- 4.63	- 6.03	1477.95	1387.85	- 1.58	- 7.58
9022.31	1707.82	1633.14	1641.79	1627.13	- 4.37	- 3.87	- 4.72	1671.14	1611.53	- 2.15	- 5.64
9842.52	1950.98	1859.95	1871.11	1865.04	- 4.67	- 4.09	- 4.40	1882.52	1859.06	- 3.51	- 4.71
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	7.67	20.06	19.52	-	-	6.48	15.96
KU87											
0	204.77	112.10	10.30	48.86	- 45.26	- 94.97	- 76.14	110.68	109.35	- 45.95	- 46.60
1640.42	311.42	200.52	66.24	144.85	- 35.61	- 78.73	- 53.49	200.52	193.53	- 35.61	- 37.86
3280.84	450.77	376.83	259.23	321.04	- 16.40	- 42.49	- 28.78	376.83	361.50	- 16.40	- 19.80
4921.26	614.3	639.60	550.63	572.28	+ 4.12	- 10.36	- 6.84	639.60	615.25	+ 4.12	+ 0.15
6561.68	867.42	923.75	880.87	882.03	+ 6.49	+ 1.55	+ 1.68	923.75	891.76	+ 6.49	+ 2.81
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	21.58	45.62	33.39	-	-	21.72	21.44

Tabla 6.2: continuación 1, resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
KU1277											
prof.	pres. real	Orkis.	Gov.	Chok.	Orkis.	Gov.	Chok.	CPFSO	CPFSO	Gov.	Chok.
ft	psi	psi	psi	psi	% ER	% ER	% ER	Gov. psi	Chok. psi	% ER	% ER
0	156.42	103.93	20.12	39.48	- 33.56	- 87.14	- 74.76	108.53	86.24	- 30.62	- 44.87
1640.42	162.11	227.64	90.58	134.62	+ 40.42	- 44.12	- 16.96	232.47	203.75	+ 43.40	+ 25.69
3280.84	196.24	417.74	293.75	322.14	+ 112.87	+ 49.69	+ 64.16	427.28	369.22	+ 117.73	+ 88.15
4921.26	399.58	679.84	594.26	584.97	+ 70.14	+ 48.72	+ 46.40	693.82	607.05	+ 73.64	+ 51.92
6561.68	955.58	978.49	931.89	908.35	+ 2.40	- 2.48	- 4.94	996.08	885.94	+ 4.24	- 7.29
8202.1	1345.21	1328.37	1320.34	1304.73	- 1.25	- 1.85	- 3.01	1348.88	1290.98	+ 0.27	- 4.03
9553.81	1707.82	1657.51	1663.86	1660.12	- 2.95	- 2.57	- 2.79	1669.24	1657.85	- 2.26	- 2.93
10170.6	1874.2	1826.63	1826.33	1827.22	- 2.54	- 2.55	- 2.51	1825.96	1826.85	- 2.57	- 2.53
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	33.27	29.89	26.94	-	-	34.34	28.42
KU1292											
0	248.85	207.25	81.57	105.54	- 16.72	- 67.22	- 57.59	212.32	174.95	- 14.68	- 29.70
1640.45	514.76	359.31	210.02	256.51	- 30.20	- 59.20	- 50.17	370.12	319.75	- 28.10	- 37.88
3280.87	789.21	606.71	502.02	511.44	- 23.12	- 36.39	- 35.20	624.63	539.28	- 20.85	- 31.67
4921.29	1093.52	957.84	904.31	884.38	- 12.41	- 17.30	- 19.13	982.38	872.04	- 10.16	- 20.25
5492.16	1222.92	1099.96	1063.17	1041.96	- 10.05	- 13.06	- 14.80	1126.41	1029.75	- 7.89	- 15.80
5498.72	1224.34	1101.56	1064.98	1043.80	- 10.03	- 13.02	- 14.75	1128.03	1031.65	- 7.87	- 15.74
5505.28	1225.76	1103.15	1066.80	1045.65	- 10.00	- 12.97	- 14.69	1129.64	1033.55	- 7.84	- 15.68
6561.58	1507.32	1386.27	1376.34	1360.33	- 8.03	- 8.69	- 9.75	1415.64	1356.79	- 6.08	- 9.99
8350.93	2013.55	1940.72	1942.56	1942.53	- 3.62	- 3.53	- 3.53	1943.75	1941.08	- 3.47	- 3.60
8679.05	2105.98	2052.77	2053.05	2054.04	- 2.53	- 2.51	- 2.47	2052.00	2052.99	- 2.56	- 2.52
9008.31	2196.99	2166.32	2166.66	2167.08	- 1.40	- 1.38	- 1.36	2166.00	2166.42	- 1.41	- 1.39
9336.51	2278.04	2280.52	2280.72	2280.81	+ 0.11	+ 0.12	+ 0.12	2280.46	2280.55	+ 0.11	+ 0.11
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	10.68	19.62	18.63	-	-	9.25	15.36

Tabla 6.3: continuación 2, resultados obtenidos de presión para pozos de KU y Akal

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cantarell409											
prof.	pres. real	Orkis.	Gov.	Chok.	Orkis.	Gov.	Chok.	CPFSO	CPFSO	Gov.	Chok.
ft	psi	psi	psi	psi	% ER	% ER	% ER	Gov. psi	Chok. psi	% ER	% ER
820	274.45	216.50	129.70	117.23	- 21.12	- 52.74	- 57.28	181.82	184.73	- 33.75	- 32.69
1640	345.69	295.66	194.56	183.99	- 14.47	- 43.72	- 46.78	263.20	257.22	- 23.86	- 25.59
2460	418.64	389.77	278.57	270.69	- 6.90	- 33.46	- 35.34	367.86	344.14	- 12.13	- 17.80
3280.1	515.62	503.27	386.01	382.38	- 2.40	- 25.14	- 25.84	499.78	446.87	- 3.07	- 13.33
4100.03	618.29	643.61	520.98	522.87	+ 4.09	- 15.74	- 15.43	640.47	574.78	+ 3.59	- 7.04
4966.05	740.29	794.27	706.48	696.44	+ 7.29	- 4.57	- 5.92	790.49	720.60	+ 6.78	- 2.66
5740.1	864.15	948.28	891.33	874.84	+ 9.74	+ 3.15	+ 1.24	943.97	875.60	+ 9.24	+ 1.33
5890.91	897	981.79	929.96	913.02	+ 9.45	+ 3.67	+ 1.79	977.39	911.90	+ 8.96	+ 1.66
6720.92	1151.25	1195.58	1165.75	1156.79	+ 3.85	+ 1.26	+ 0.48	1195.58	1156.79	+ 3.85	+ 0.48
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	8.81	20.38	21.12	-	-	11.69	11.40
Cantarell2257D											
1640	400.44	301.51	191.39	218.37	- 24.71	- 52.20	- 45.47	302.15	276.02	- 24.55	- 31.07
2460	485.61	388.11	272.35	311.51	- 20.08	- 43.92	- 35.85	389.55	361.98	- 19.78	- 25.46
3342.32	574.06	503.26	410.01	434.73	- 12.33	- 28.58	- 24.27	505.14	469.26	- 12.01	- 18.26
4536.24	661.8	654.89	588.30	594.91	- 1.04	- 11.11	- 10.11	657.25	612.06	- 0.69	- 7.52
5861.36	791.63	831.08	787.54	780.40	+ 4.98	- 0.52	- 1.42	833.89	779.76	+ 5.34	- 1.50
6087.68	811.39	864.86	825.06	816.03	+ 6.59	+ 1.68	+ 0.57	867.74	812.10	+ 6.95	+ 0.09
6251.68	836.56	890.09	852.97	842.66	+ 6.40	+ 1.96	+ 0.73	893.03	836.29	+ 6.75	+ 0.03
7156.96	999.81	1040.29	1017.04	1006.48	+ 4.05	+ 1.72	+ 0.67	1043.52	1000.55	+ 4.37	+ 0.07
8377.12	1233.44	1252.42	1243.51	1235.98	+ 1.54	+ 0.82	+ 0.21	1255.97	1232.96	+ 1.83	- 0.04
prom.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
% ER	-	-	-	-	9.08	15.83	13.25	-	-	9.14	9.34

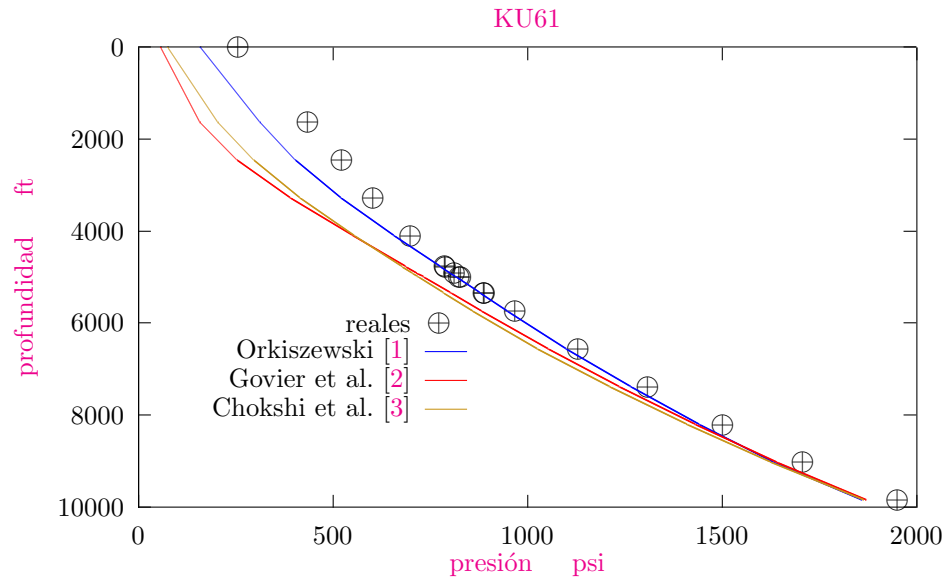


Figura 6.1: Valores reales y calculados para KU61

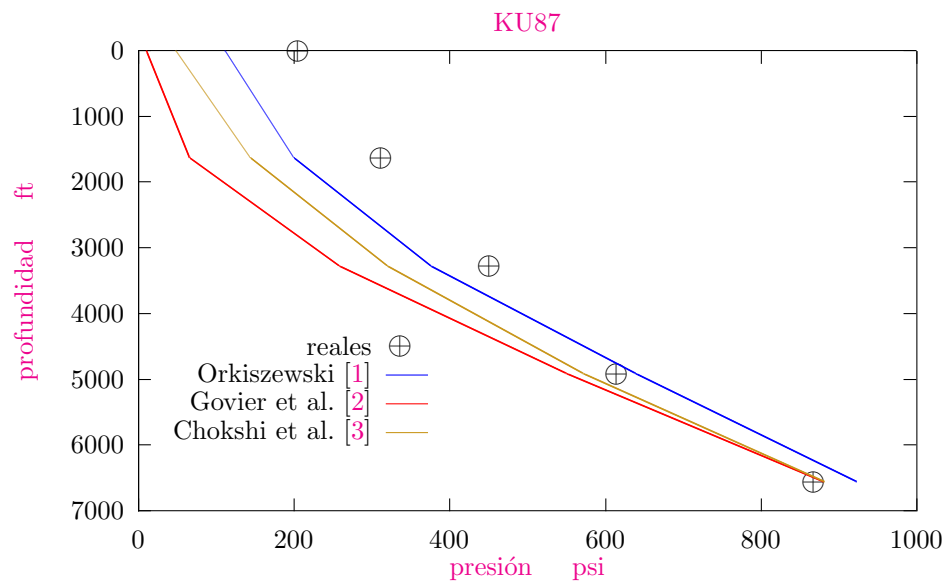


Figura 6.2: Valores reales y calculados para KU87

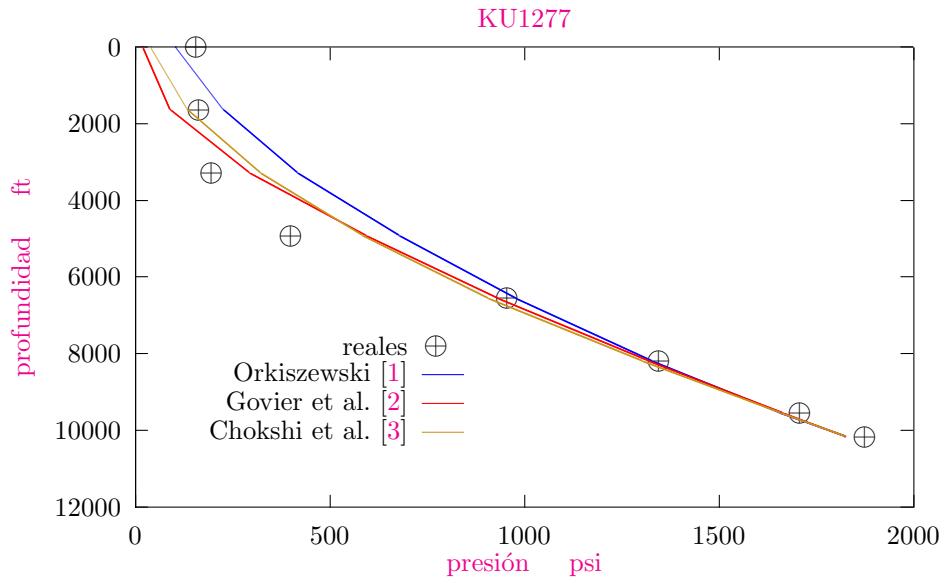


Figura 6.3: Valores reales y calculados para KU1277

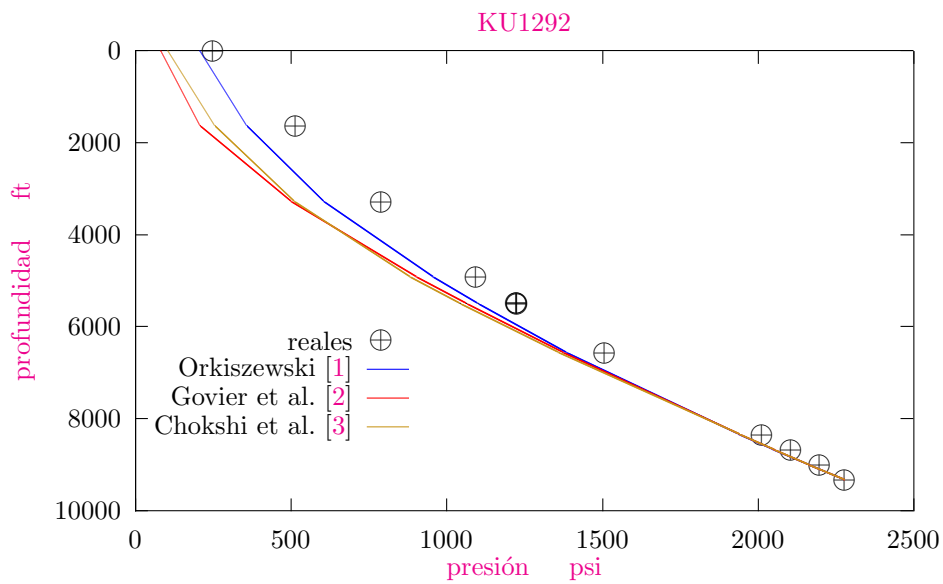


Figura 6.4: Valores reales y calculados para KU1292

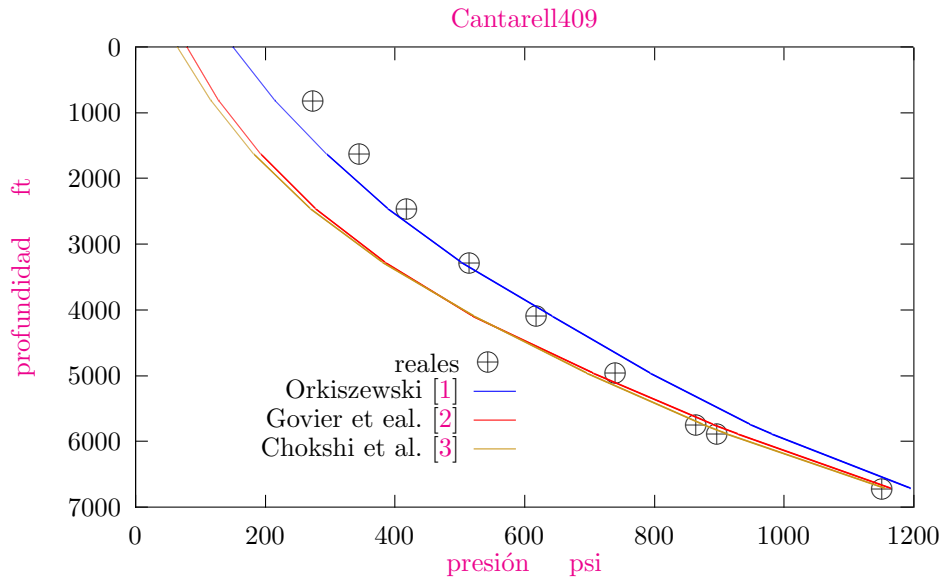


Figura 6.5: Valores reales y calculados para Cantarell409

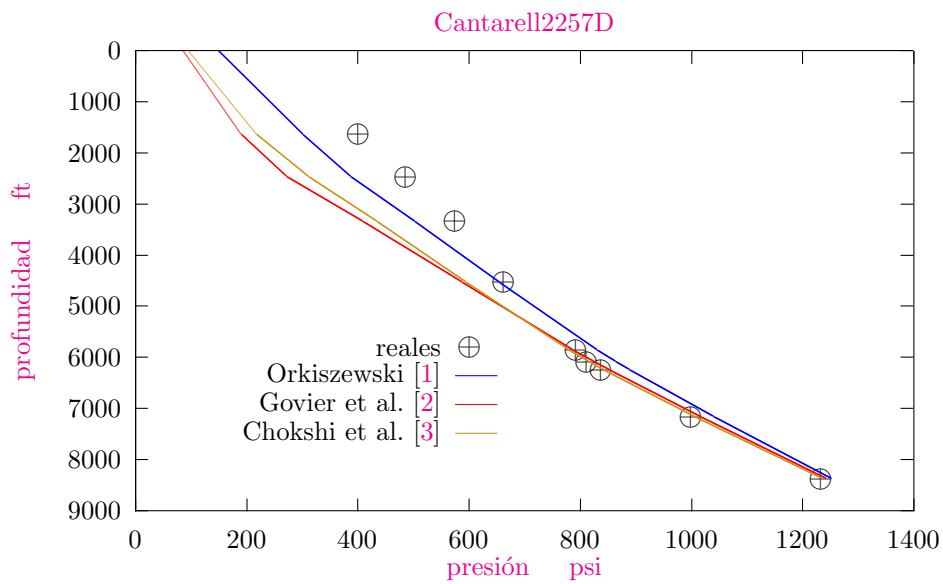


Figura 6.6: Valores reales y calculados para Cantarell2257D

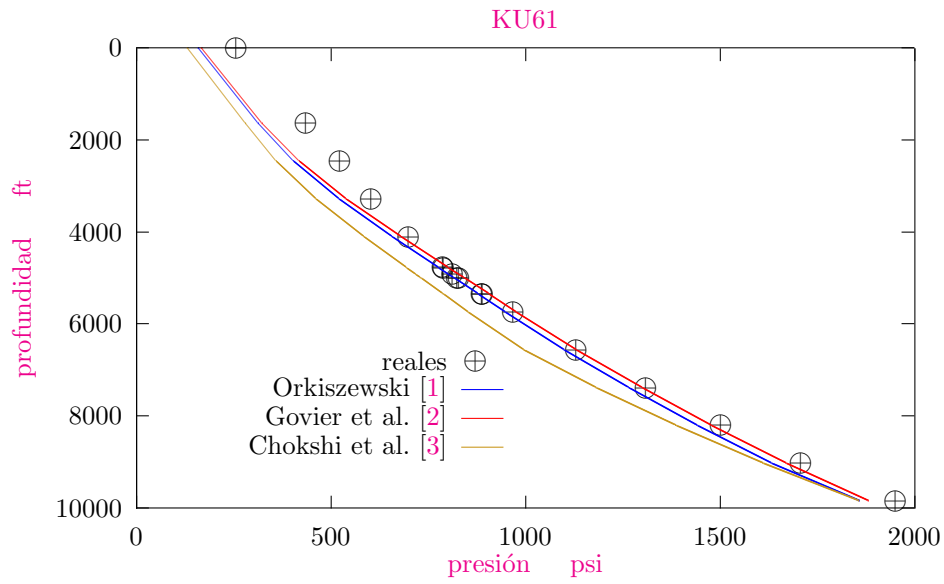


Figura 6.7: Valores reales y calculados para KU61, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

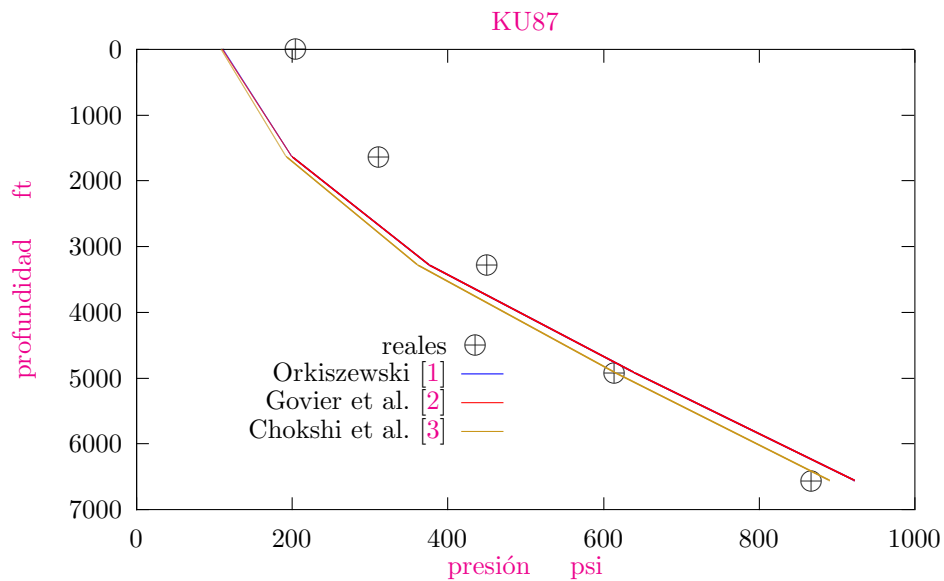


Figura 6.8: Valores reales y calculados para KU87, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

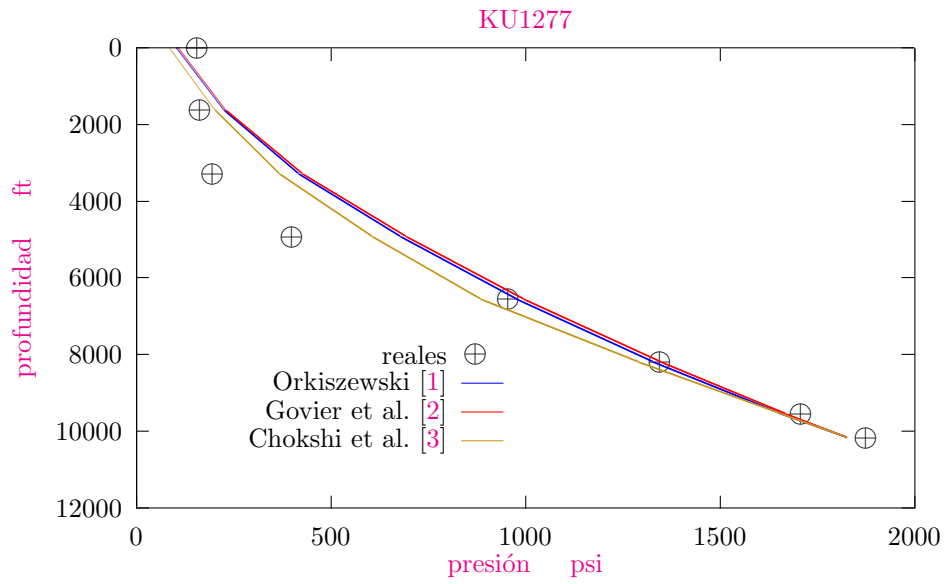


Figura 6.9: Valores reales y calculados para KU1277, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

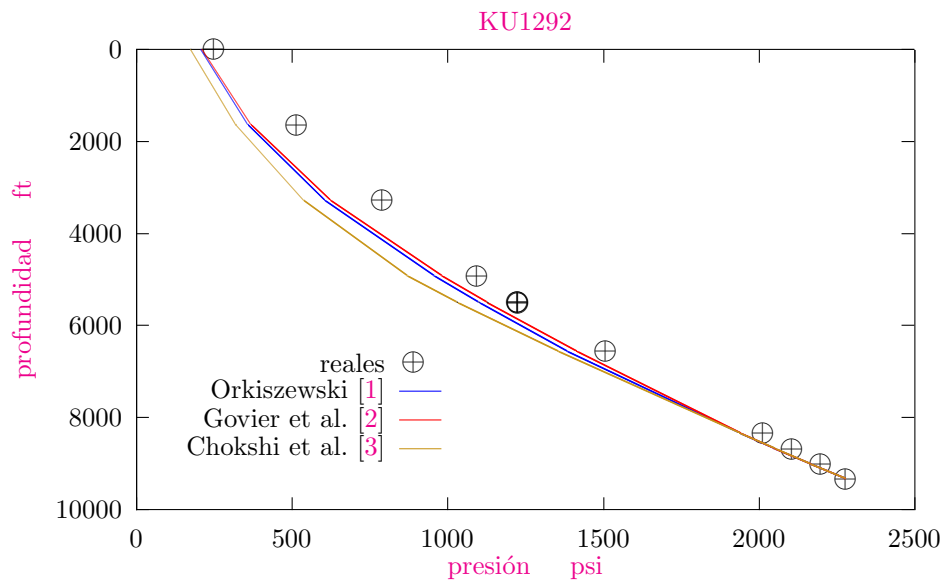


Figura 6.10: Valores reales y calculados para KU1292, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

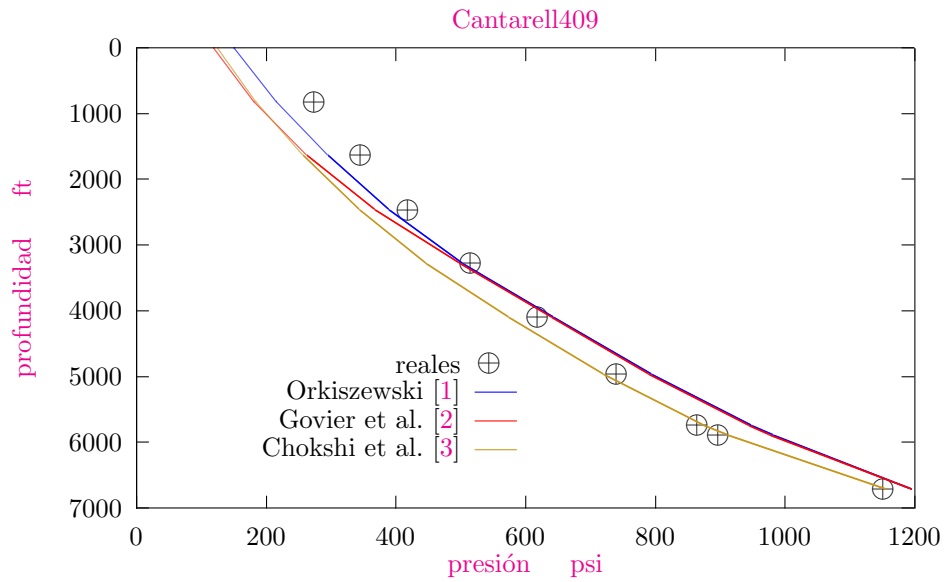


Figura 6.11: Valores reales y calculados para Cantarell409, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

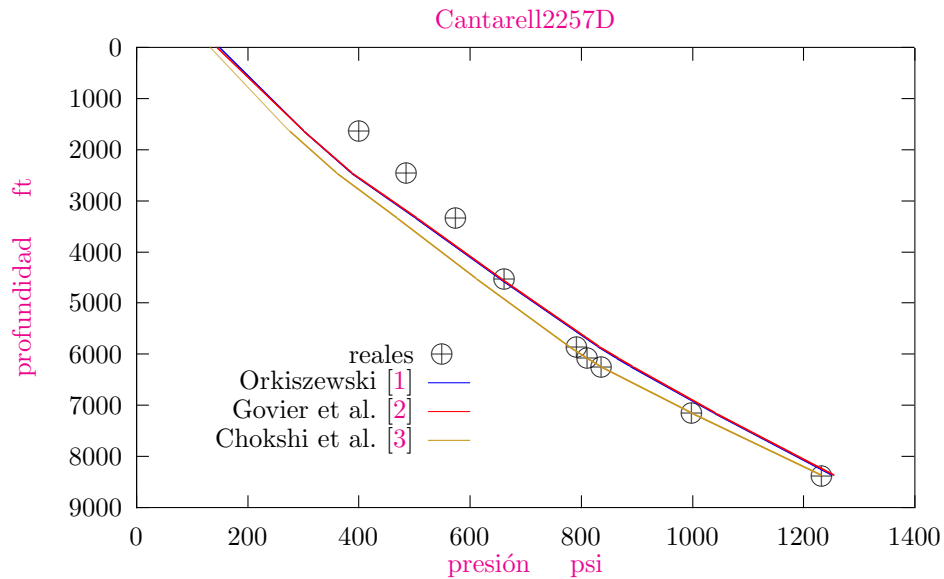


Figura 6.12: Valores reales y calculados para Cantarell2257D, usando correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]

Errores implícitos en el modelo

El modelo matemático presentado en esta tesis, requiere del uso de correlaciones para:

- **Determinar propiedades físicas de las fases**
- **Determinar el factor de fricción**
- **Flujo bifásico ascendente**

Una de las cuestiones de mayor interés en las Ciencias Experimentales consiste en obtener un modelo matemático que relacione dos o más variables a partir de un número limitado de observaciones experimentales. En la mayor parte de los fenómenos que son objeto de investigación experimental no es posible deducir una relación exacta entre las variables involucradas pues la dependencia perfecta no existe en la Naturaleza.

En cualquier caso, es frecuente observar una dependencia aproximada entre las variables que es posible expresar de forma analítica (por medio de una función). Este tipo de dependencia se denomina correlación; de esta forma, dos variables se dice que guardan o que tienen correlación cuando es posible encontrar una relación funcional que expresa aproximadamente una en términos de la otra. Los casos extremos de esta situación son la dependencia funcional exacta en la que la función describe fielmente las observaciones y la independencia que es la situación opuesta: no existe una función que se ajuste a los datos observados.

7.1. Error en las correlaciones para determinar propiedades físicas de las fases

A modo de justificar lo descrito en los párrafos anteriores, consideremos únicamente las correlaciones de Vasquez y Beggs [9] y de Beggs y Robinson [10] para determinar las propiedades físicas de la fase aceite (saturado):

Correlación de Vasquez y Beggs [9]:

En 1976 Vasquez y Beggs presentaron una correlación para la determinación de la P_b , R_s y el factor de volumen B_o de un aceite saturado, ecuaciones ([3.1], [3.2] y [3.5] respectivamente), usaron un total de 6004 datos para el desarrollo de la correlación, los datos se separaron en dos grupos debido a la variación en la volatilidad del aceite, en el primer grupo se agruparon los aceites con gravedades ≤ 30 API, mientras que el segundo se integró con aceites de gravedades > 30 API, en la Tabla [7.1] se tiene información del número de datos y rangos de los datos para cada grupo.

Ellos encontraron que la gravedad del gas es un parámetro fuerte de correlación para el desarrollo de la R_s (ecuación [3.2]), esto dado que la densidad es función de las condiciones a las que fue separado, desarrollaron la ecuación ([3.3]) para normalizar la densidad del gas a una presión de 100 psi, el valor derivado de la ecuación ([3.3]) para este ajuste, se usa en todas las correlaciones de Vasquez y Beggs [9].

La ecuación ([3.3]) se derivó a partir de 124 datos de 27 fluidos diferentes, de la cual se reporta que presenta un margen de error de -0.545 %, mientras que para la R_s (ecuación [3.2]) y B_o (ecuación [3.5]) los errores son de -0.7 % y 4.7 % respectivamente.

Correlación de Beggs y Robinson [10]:

En 1975 publicaron ecuaciones para el cálculo de viscosidades del aceite muerto μ_{od} y del aceite saturado μ_l (ecuación [3.9]), emplearon 2533 mediciones de viscosidad, (460 de aceite muerto y 2073 de aceite saturado), que incluían 600 sistemas diferentes de aceite, el error reportado fue de -0.64 % con una desviación estándar de 13.53 % para la viscosidad del aceite muerto, esto al compararse con los datos empleados en el desarrollo de la correlación, pero al compararse contra 93 casos de la literatura el error se elevó a 114.3 % con una desviación estándar de 530 %, para el caso de la viscosidad del aceite saturado el error es de -1.83 % y una desviación estándar de 27.25 %.

Tabla 7.1: P_b , R_s y B_o correlación de Vasquez y Beggs [9] para aceite saturado

	API ≤ 30	API > 30
Número de datos	1141	4863
P_b (psia)	15 - 4572	15 - 6055
B_o (bl_o a.c.y / bl_o a.c.s)	1.042 - 1.545	1.028 - 2.226
R_s (ft^3 a.c.s / bl_o a.c.s)	0 - 831	0 - 2199
API	15.3 - 30	30.6 - 59.5

7.2. Error en las correlaciones para flujo bifásico ascendente

En la subsección [4.3.2], fueron descritas las correlaciones para el cálculo de la fracción volumétrica de vapor (ε_g) o en su caso las correlaciones para determinar la densidad de la mezcla (ρ_m) de los modelos de Orkiszewski [1], Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3].

Como ya fue mencionado en el capítulo anterior, de acuerdo con la Tabla [6.1] y considerando de esta misma las columnas 6, 7 y 8 (las cuales recogen al final el promedio del error relativo puntual), el modelo que mejor ajusta los datos observados es el de Orkiszewski [1]; para cinco de los seis pozos tratados, siendo la excepción el pozo KU1277, ya que el modelo que mejor ajusto los datos (para este pozo) fue el de Chokshi et al. [3].

No obstante, al probar con la correlación de Orkiszewski [1] para flujo Slug en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3], estos modelos ajustaron mejor los datos que anteriormente.

Para ello, basta observar las columnas 11 y 12 de la Tabla [6.1] (que recogen al final el promedio del error relativo puntual) y comparar con la columna 6. De la columna 12, el modelo de Chokshi et al. [3] ajusta mejor los datos del pozo KU87; mientras que la columna 11, del modelo de Govier et al. [2] ajusta mejor los datos de los pozo KU61 y KU1292.

La gran mayoría de las correlaciones existentes para descripción del flujo multifásico ascendente en tuberías, incluidas las que hemos utilizado en este trabajo fueron desarrolladas para mezclas de vapor(aire)-agua, por tanto no se justifica su uso en mezclas multicomponentes de hidrocarburos.

Para el factor de fricción la única correlación que se empleó fue la de Churchill [14] (subsección [4.3.1]).

Para concluir: al utilizar correlaciones debemos entender que se obtendrán valores aproximados de las propiedades en cuestión.

7.3. Valores reales fuera de rango

En las gráficas presentadas dentro del capítulo anterior, Figuras 6.1 a 6.12, se observa que los datos reales de presión contra profundidad presentan la tendencia a quedar sobre o por encima de alguna de las curvas descritas por los modelos utilizados; salvo el caso del pozo KU1277 Figuras [6.3] y [6.9], ya que en estas se tienen respectivamente 2 y 3 puntos por debajo de las curvas ya mencionadas. Estos puntos son: (162.11 psi, 1640.42 ft), (196.24 psi, 3280.84 ft) y (399.58 psi, 4921.26 ft) donde la abscisa representa la presión real y la ordenada la profundidad (columnas 2 y 1 respectivamente, de la Tabla [6.2]). Considerando los puntos (162.11 psi, 1640.42 ft) y (196.24 psi, 3280.84 ft) se observó (para el pozo KU1277) que de 3280.84 a 1640.42 ft existe una pérdida de presión de 34.13 psi mientras que de 1640.42 a 0 ft una pérdida de 5.69 psi. Por otra parte,

para el pozo KU61 se tiene que de 3280.84 a 1640.42 ft se presenta una pérdida de 167.8 psi y de 1640.42 a 0 ft una pérdida de 179.17 psi; para el pozo KU87 de 3280.84 a 1640.42 ft una pérdida de 139.35 psi y de 1640.42 a 0 ft una pérdida de 106.65 psi y para el pozo KU1292 de 3280.87 a 1640.45 ft una pérdida de 274.45 psi y de 1640.45 a 0 ft una pérdida de 265.91 psi. Recordando que estos cuatro pozos de los cuales se ha hablado, pertenecen al mismo campo (KU).

Dicho lo anterior, podemos concluir que los datos reales del gradiente dinámico del pozo KU1277 presentan inconsistencia. En estos casos, se debe revisar con mayor detalle esta información para determinar la posible causa del problema. Pero para los pozos de KU solo contamos con los gradientes dinámicos, es decir no contamos con los informes de las pruebas de presión-producción.

7.4. Errores de medición en la toma de información

Las operaciones de toma de información mediante los sensores de presión y temperatura necesitan fundamentalmente que se cuide la calibración de las herramientas. Realizar las operaciones bajo la supervisión de personal capacitado y cuidar que los sensores bajen al pozo a la velocidad adecuada y con un procedimiento controlado permite que la información tomada sea confiable.

Las corridas del registro deben llevarse a cabo por especialistas experimentados que garanticen el correcto funcionamiento de los sensores y puedan en un momento dado interpretar diferentes condiciones del pozo y diagnosticar si existen problemas mecánicos, de geometría o de ambientes difíciles que influyan en los resultados. Es deseable que los sensores de temperatura tengan un tiempo de respuesta rápido para minimizar los efectos de las diferentes velocidades del cable.

Los golpes a los sensores en su viaje por el pozo pueden también influir negativamente en los datos obtenidos.

Así pues, al efectuar registros simultáneos de temperatura y presión en pozos de manera dinámica, hay que tener en cuenta que las herramientas del sistema, también llamadas sondas, despliegan los sensores de temperatura y presión en el interior de los pozos. Consecuentemente, están expuestas simultáneamente a altas temperaturas y presiones, fluidos (líquidos y gases) químicamente agresivos, esfuerzos mecánicos considerables y rozamiento con las tuberías.

Para que funcionen confiablemente deben proteger adecuadamente a los sensores de las amenazas del medio ambiente a las que están sometidos.

La compañía Wood Group Production Technology [17], elabora diferentes tipos de medidores para flujo bifásico, los cuales miden entre otros; el flujo volumétrico, la densidad del fluido, la temperatura y la presión absoluta.

El medidor llamado *FloStreamTM* de esta compañía mide las cuatro variables antes mencionadas, y según las especificaciones para este producto, presenta una exactitud de +/- 0.6%

cuando el medidor de flujo esta operando dentro de las condiciones de diseño. Aún cuando éstas cambien, se puede lograr una exactitud de $\pm 2.5\%$.

Antes de cerrar este capítulo, es muy importante tener en cuenta que un modelo será tanto más perfecto cuanto mejores y más numerosos sean los datos de comparación disponibles.

Conclusiones y Recomendaciones

Se ha desarrollado un modelo unidimensional y en estado permanente para describir el comportamiento fluido-dinámico de pozos petroleros. Las ecuaciones gobernantes (continuidad y cantidad de movimiento) son acopladas usando el método tramo a tramo en la dirección del flujo. Todas las variables de flujo (presión, velocidad, densidad, etc.) junto con las propiedades termofísicas de los fluidos presentes son evaluadas en cada nodo de la malla discretizada. Producto de la comparación entre los resultados obtenidos por el modelo desarrollado y datos obtenidos para diferentes pozos; a continuación se plantean las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- 1.- Las correlaciones que mejor ajustaron los datos reales son las de Orkiszewski [1], presentando un promedio para el error relativo de los seis pozos de 15.18 %.
- 2.- El régimen de flujo más predecible y por ende más desarrollado a lo largo de los pozos según los modelos utilizados fue el Slug.
- 3.- De las conclusiones anteriores, se utilizó la correlación para flujo Slug de Orkiszewski [1] en los modelos de Govier et al. [2] y Chokshi et al. [3]; obteniéndose un promedio para el error relativo de los seis pozos de 15.44 % y 16.99 % respectivamente, disminuyendo con ello estos mismos errores que eran de 25.23 % y 22.14 % respectivamente; antes de combinar en ellos la correlación ya mencionada de Orkiszewski [1].
- 4.- Luego de observar los resultados obtenidos de las conclusiones 1 y 3, estos se pueden considerar satisfactorios; ya que además del empleo de estas correlaciones el modelo necesita también hacer uso de correlaciones para propiedades PVT y factor de fricción; y cada correlación lleva consigo un error implícito debido a las suposiciones realizadas para el desarrollo de cada una de las mismas.
- 5.- El modelo numérico implementado para flujo bifásico (líquido-gas) en pozos petroleros, basado en la integración numérica de las ecuaciones gobernantes (continuidad y cantidad de movimiento) formuladas sobre volúmenes de control y de acuerdo con los resultados obtenidos, apróxima el comportamiento real del sistema tratado.

Para futuros estudios del comportamiento del flujo en pozos petroleros se recomienda:

- 1.- Trabajar principalmente con otras correlaciones para flujo bifásico y propiedades PVT; buscando posibles mejoras en cuanto a los resultados obtenidos y con ello verificar a un más la eficiencia del modelo.
- 2.- Revisar con mayor tiempo y detalle la literatura, con el fin de proveerse de alguna correlación para calcular la entalpía del gas y del líquido en base a las condiciones de presión y temperatura (datos con los que no se contó al momento de realizar esta tesis) para poder incluir en el modelo la ecuación de la energía.
- 3.- Comparar el modelo desarrollado con una mayor cantidad de datos experimentales obtenidos de pozos para darle una mayor validación y por ende confianza en el mismo.
- 4.- Otra recomendación importante si se desea continuar con este trabajo; y con el fin de presentar un programa con un aspecto y una sensación más distintivos, sería adaptar una interfaz gráfica.

Discretización de las ecuaciones de transporte

A.1. Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$$

donde para cada término tenemos

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV = \frac{\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_m^o}{\Delta t} V$$

y

$$\int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = (\dot{m}_g + \dot{m}_l)_{j+1} - (\dot{m}_g + \dot{m}_l)_j = \dot{m}_{j+1} - \dot{m}_j.$$

Al sumar los términos anteriores

$$\frac{A\Delta z}{\Delta t} (\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_m^o) + \dot{m}_{j+1} - \dot{m}_j = 0,$$

lo cual implica

$$\dot{m}_{j+1} = \dot{m}_j - \frac{A\Delta z}{\Delta t}(\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_m^o), \quad (\text{A.1})$$

donde $\rho_m = \varepsilon_g \rho_g + (1 - \varepsilon_g) \rho_l$.

A.2. Ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \nu_z \rho dV + \int_{SC} \nu_z (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) = F_{sup,z} + F_{mas,z},$$

donde para cada término tenemos

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \nu_z \rho dV = \frac{\bar{\rho}_m \nu_z - \bar{\rho}_m^o \nu_z}{\Delta t} V = \frac{\bar{m} - \bar{m}^o}{\Delta t} \Delta z$$

$$\begin{aligned} \int_{SC} \nu_z (\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}) &= (\dot{m}_g \vec{v}_g + \dot{m}_l \vec{v}_l)_j^{j+1} \\ &= [\dot{m} x_g \vec{v}_g + \dot{m} (1 - x_g) \vec{v}_l]_j^{j+1} \\ &= [\dot{m} (x_g \vec{v}_g + (1 - x_g) \vec{v}_l)]_j^{j+1} \end{aligned}$$

$$F_{sup,z} = p_j A - p_{j+1} A - \bar{\tau}_w A$$

$$F_{mas,z} = m g \text{Sen } \theta$$

obteniendo así

$$p_{j+1} = p_j - \frac{\Delta z}{A} \left[\Phi \frac{\bar{f}}{4} \frac{\bar{m}^2}{2\bar{\rho}_m A^2} P + \bar{\rho}_m A g \sin \theta + \frac{\bar{m} - \bar{m}^o}{\Delta t} + \frac{[\dot{m} (x_g \nu_g + (1 - x_g) \nu_l)]_j^{j+1}}{\Delta z} \right] \quad (\text{A.2})$$

Las fuerzas que actúan en la masa del fluido que coincide con el volumen de control en un instante particular: $F_{sup,z}$ ¹, $F_{mas,z}$ ² y $\bar{\tau}_w$ ³

¹vector resultante de las fuerzas superficiales aplicadas sobre las superficies exteriores del volumen de control.

²fuerza de cuerpo debida a la gravedad (fuerzas másicas por unidad de masa).

³son las fuerzas que aplican al fluido las paredes del pozo, también llamadas esfuerzos cortantes. Estos esfuerzos se evalúan apartir del factor de fricción, usualmente calculado usando correlaciones empíricas de la forma: $\bar{\tau}_w = \Phi (f/4) (\dot{m}^2 / 2\rho_m A^2)$

APÉNDICE B

Estructura de las mallas

La [\[Figura B1\]](#) muestra como se generó cada malla para cada pozo, para de esta manera poder desarrollar el método de los volúmenes finitos. Donde en cada volumen de control son aplicadas de forma macroscópica las leyes de conservación.

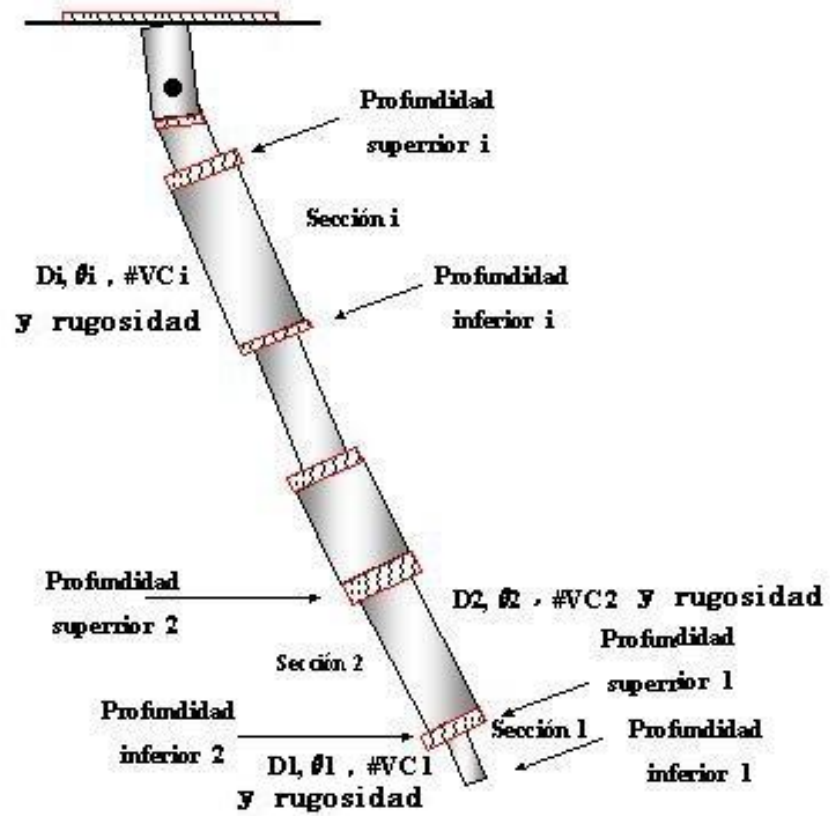


Figura B.1: Esquema para crear la malla de cada pozo

B.1. Datos usados para generar las mallas

En las siguientes tablas, se presentan los datos¹ que se emplearon para crear las mallas de los pozos, de los campos KU y Akal.

¹la rugosidad para las tuberías de los pozos se considero constante e igual a 0.00005 ft

Tabla B.1: Pozo KU61

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	10351.05	9842.52	0.32	64.26	160
2	9842.52	9022.31	0.32	62.93	260
3	9022.31	8909.09	0.32	58.20	40
4	8909.09	8871.88	0.25	57.88	20
5	8871.88	8202.1	0.35	57.14	210
6	8202.1	7381.89	0.35	54.52	260
7	7381.89	6716.73	0.35	53.31	210
8	6716.73	6706.73	0.25	53.20	10
9	6706.73	6698.13	0.24	53.20	10
10	6698.13	6688.12	0.25	53.20	10
11	6688.12	6683.07	0.24	53.20	10
12	6683.07	6681.33	0.25	53.20	10
13	6681.33	6561.68	0.35	53.27	40
14	6561.68	5741.47	0.35	52.63	260
15	5741.47	5421.88	0.35	51.47	100
16	5421.88	5351.05	0.51	51.87	30
17	5351.05	5337.93	0.51	52.12	10
18	5337.93	5006.56	0.51	54.53	110
19	5006.56	4993.44	0.51	57.01	10
20	4993.44	4921.26	0.51	57.58	30
21	4921.26	4783.46	0.51	58.13	50
22	4783.46	4770.34	0.51	57.97	10
23	4770.34	4101.05	0.51	60.86	210
24	4101.05	3280.84	0.51	73.34	260
25	3280.84	2460.63	0.51	80.38	260
26	2460.63	1640.42	0.51	88.28	260
27	1640.42	460.47	0.51	89.88	360
28	460.47	455.41	0.33	89.92	10
29	455.41	451.02	0.32	89.92	10
30	451.02	444.46	0.32	89.92	10
31	444.46	442.72	0.32	89.92	10
32	442.72	40.03	0.33	89.92	130
33	40.03	38.29	0.51	89.93	10
34	38.29	33.23	0.33	89.93	10
35	33.23	31.99	0.32	89.93	10
36	31.99	30.18	0.33	89.93	10
37	30.18	0	0.33	89.93	10

Tabla B.2: Pozo KU87

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	8202.1	6561.68	0.36	56.94	500
2	6561.68	6116.5	0.36	55.72	140
3	6116.5	6114.76	0.25	57.72	10
4	6114.76	6084.15	0.25	57.72	10
5	6084.15	6075.72	0.25	57.72	10
6	6075.72	6045.05	0.25	58.29	10
7	6045.05	6043.31	0.25	58.84	10
8	6043.31	4921.26	0.36	65.50	350
9	4921.26	4438.88	0.36	64.62	150
10	4438.88	4437.14	0.35	61.43	10
11	4437.14	3280.84	0.55	65.91	360
12	3280.84	1640.42	0.55	78.98	500
13	1640.42	528.74	0.55	89.63	340
14	528.74	526.94	0.33	89.47	10
15	526.94	511.19	0.33	89.47	10
16	511.19	504.66	0.32	89.47	10
17	504.66	495.11	0.33	89.47	10
18	495.11	493.54	0.33	89.47	10
19	493.54	61.55	0.55	89.65	140
20	61.55	0	0.33	89.83	20

Tabla B.3: Pozo KU1277

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	10580.71	10170.6	0.53	54.18	130
2	10170.6	9588.75	0.53	54.01	180
3	9588.75	9587.83	0.25	54.01	10
4	9587.83	9556.89	0.25	54.01	10
5	9556.89	9555.45	0.2	54.01	10
6	9555.45	9553.81	0.25	54.01	10
7	9553.81	9524.02	0.25	54.01	10
8	9524.02	9523.26	0.25	54.01	10
9	9523.26	9517.98	0.27	54.01	10
10	9517.98	9516.96	0.24	54.01	10
11	9516.96	9485.27	0.22	54.05	10
12	9485.27	9464.4	0.25	54.08	10
13	9464.4	8202.1	0.36	54.84	390
14	8202.1	6561.68	0.36	55.63	500
15	6561.68	6554.23	0.36	55.36	10
16	6554.23	6552.69	0.33	55.36	10
17	6552.69	6529.99	0.3	55.36	10
18	6529.99	6528.44	0.33	55.36	10
19	6528.44	4921.26	0.36	55.43	490
20	4921.26	4896.52	0.36	55.47	10
21	4896.52	4894.78	0.35	55.58	10
22	4894.78	3280.84	0.53	59.97	500
23	3280.84	1640.42	0.53	83.28	500
24	1640.42	497.64	0.53	89.77	350
25	497.64	496.13	0.33	89.82	10
26	496.13	476.28	0.3	89.76	10
27	476.28	469.75	0.32	89.68	10
28	469.75	453.12	0.3	89.68	10
29	453.12	451.44	0.33	89.68	10
30	451.44	62.73	0.53	89.76	120
31	62.73	0	0.33	89.83	20

Tabla B.4: Pozo KU1292

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	9550.24	9336.51	0.52	86.80	70
2	9336.51	9008.31	0.52	87.07	110
3	9008.31	8679.05	0.52	87.08	110
4	8679.05	8350.93	0.52	87.42	110
5	8350.93	6561.58	0.52	88.17	550
6	6561.58	6043.37	0.52	89.14	160
7	6043.37	6028.15	0.24	89.39	10
8	6028.15	6021.13	0.33	89.39	10
9	6021.13	5999.21	0.25	88.47	10
10	5999.21	5997.51	0.25	89.51	10
11	5797.51	5925.82	0.36	89.51	30
12	5925.82	5924.08	0.25	89.51	10
13	5924.08	5914.14	0.25	89.51	10
14	5914.14	5905.54	0.24	89.51	10
15	5905.54	5888.91	0.25	89.65	10
16	5888.91	5887.2	0.25	89.65	10
17	5887.2	5505.28	0.36	89.74	120
18	5505.28	5498.72	0.36	89.84	10
19	5498.72	5492.16	0.36	89.84	10
20	5492.16	5477.07	0.36	89.87	10
21	5477.07	5475.3	0.35	89.89	10
22	5475.3	4921.29	0.52	89.93	170
23	4921.29	3280.87	0.52	89.94	500
24	3280.87	1640.45	0.52	89.95	500
25	1640.45	499.05	0.52	89.75	350
26	499.05	497.34	0.33	89.64	10
27	497.34	480.81	0.33	89.64	10
28	480.81	476.35	0.32	89.64	10
29	476.35	453.74	0.33	89.72	10
30	453.74	451.97	0.33	89.79	10
31	451.97	48.43	0.52	89.87	130
32	48.43	46.72	0.33	89.92	10
33	46.72	0	0.33	89.92	20

Tabla B.5: Pozo Cantarell409

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	7592.81	6720.92	0.33	60.13	270
2	6720.92	6603.95	0.33	68.55	40
3	6603.95	6523.59	0.24	69.81	30
4	6523.59	6143.11	0.33	70.65	120
5	6143.11	5890.91	0.41	70.16	80
6	5890.91	5740.1	0.41	69.94	50
7	5740.1	5695.06	0.41	69.62	20
8	5695.06	4966.05	0.52	68.99	230
9	4966.05	4100.03	0.52	72.32	270
10	4100.03	3280.1	0.52	86.37	250
11	3280.1	2460	0.52	89.38	250
12	2460	1640	0.52	89.70	250
13	1640	820	0.52	89.78	250
14	820	0	0.52	89.70	250

Tabla B.6: Pozo Cantarell2257D

sección número	profundidad inferior ft	profundidad superior ft	diámetro ft	ángulo θ grados	VC cantidad
1	9774.4	8377.12	0.52	38.94	430
2	8377.12	8127.81	0.52	38.37	80
3	8127.81	8126.1	0.41	37.81	10
4	8126.1	8103.31	0.41	37.81	10
5	8103.31	8093.47	0.4	37.81	10
6	8093.47	8070.57	0.41	37.81	10
7	8070.57	8068.93	0.41	37.81	10
8	8068.93	7156.96	0.52	38.46	280
9	7156.96	6251.68	0.52	40.53	280
10	6251.68	6087.68	0.52	39.55	50
11	6087.68	5861.36	0.52	39.12	70
12	5861.36	4536.24	0.52	38	410
13	4536.24	3342.32	0.52	45.77	370
14	3342.32	2460	0.52	71.04	270
15	2460	1640	0.52	88.2	250
16	1640	465.85	0.52	90	360
17	465.85	455.12	0.50	90	10
18	455.12	42.78	0.52	90	130
19	42.78	0	0.50	90	20

APÉNDICE C

Datos de entrada para el método tramo a tramo

Tabla C.1: Condiciones de entrada para el método tramo a tramo

Pozo	Profundidad	\dot{m}_{in}	p_{in}	T_{in}	$T_{superficie}$
	ft	lb_m / seg	psi	°F	°F
KU61	10351.05	27.434	2018.29	249.80	86
KU87	8202.10	16.611	1244.54	222.80	78.80
KU1277	10580.71	25.734	1940.06	249.80	75.20
KU1292	9550.24	29.469	2355.38	248	80.60
Cantarell409	7592.81	64.324	1412.56	211.95	181.43
Cantarell2257D	9774.40	36.708	1522.66	204.40	173.70

le llamamos entrada, a la parte inferior del pozo.

APÉNDICE D

Ejemplo de salida del simulador

La tabla que se presenta enseguida recoge los resultados del simulador para el pozo KU1292 del campo KU.

En la antepenúltima columna de la tabla [\[D.1\]](#) (régimen de flujo), los números significan:

- 0 una sola fase (líquido (aceite))
- 1 Bubble
- 2 Slug
- 3 Froth
- 4 Annular-Mist.

Tabla D.1: Resultados del simulador para KU1292, correlación de Orkiszewski

profundidad ft	p psi	T °F	ρ_l lbm / ft ³	ρ_g lbm / ft ³	μ_l cp	μ_g cp	Q_l ft ³ / seg	Q_g ft ³ / seg	f	régimen flujo	pfriicc psi	phidros psi
0	207.25	80.6	56.51	1	5.42	0.01072	0.49317	1.608	0.018	2	2.9139	3.8694
46.72	214.03	81.42	56.48	1.02	5.38	0.01075	0.49356	1.559	0.0181	2	0.1056	0.1432
48.43	214.28	81.45	56.48	1.02	5.38	0.01075	0.49358	1.557	0.0193	2	4.0092	23.6349
451.97	241.92	88.52	56.25	1.13	5.23	0.01093	0.49593	1.394	0.0183	2	0.1022	0.1601
453.74	242.18	88.55	56.25	1.13	5.23	0.01093	0.49595	1.391	0.0183	2	1.2992	2.0548
476.35	245.54	88.95	56.23	1.14	5.21	0.01094	0.49614	1.373	0.0182	2	0.2937	0.4112
480.81	246.24	89.03	56.23	1.15	5.2	0.01095	0.49618	1.368	0.0183	2	0.9416	1.5172
497.34	248.7	89.32	56.22	1.16	5.19	0.01096	0.49632	1.355	0.0183	2	0.0971	0.1575
499.05	248.96	89.35	56.21	1.16	5.19	0.01096	0.49634	1.353	0.0194	2	7.5326	102.8165
1640.45	359.31	109.35	55.53	1.59	4.67	0.01152	0.50393	0.937	0.0202	2	6.7601	240.6307
3280.87	606.71	138.11	54.46	2.54	3.82	0.01252	0.51729	0.511	0.0209	2	4.6912	346.4276
4921.29	957.84	166.86	53.33	3.88	3.05	0.01382	0.53315	0.267	0.0211	2	1.34309	136.6868
5475.3	1095.87	176.57	52.96	4.39	2.83	0.01432	0.53886	0.213	0.0197	2	0.0320	0.3981
5477.07	1096.3	176.6	52.95	4.39	2.83	0.01432	0.53888	0.213	0.0197	2	0.2361	3.4243
5492.16	1099.96	176.87	52.94	4.41	2.82	0.01433	0.53903	0.211	0.0197	2	0.1025	1.4905
5498.72	1101.56	176.98	52.94	4.41	2.82	0.01434	0.5391	0.211	0.0197	2	0.1024	1.4917
5505.28	1103.15	177.1	52.94	4.42	2.82	0.01435	0.53918	0.21	0.0197	2	5.8222	88.7612
5887.2	1197.74	183.79	52.69	4.75	2.69	0.0147	0.54301	0.181	0.0188	2	0.1477	0.4146
5888.91	1198.3	183.82	52.69	4.76	2.69	0.0147	0.54304	0.181	0.0188	2	1.4345	4.0361
5905.54	1203.77	184.11	52.67	4.78	2.68	0.01472	0.54324	0.179	0.0187	2	0.9043	2.0916
5914.14	1206.77	184.27	52.67	4.79	2.68	0.01473	0.54336	0.178	0.0188	2	0.8550	2.4187
5924.08	1210.04	184.44	52.66	4.8	2.67	0.01474	0.54348	0.177	0.0188	2	0.1495	0.4237
5925.82	1210.61	184.47	52.66	4.8	2.67	0.01474	0.54351	0.177	0.0197	2	1.0579	17.1579
5997.51	1228.83	185.73	52.61	4.86	2.65	0.01481	0.54423	0.172	0.0188	2	0.1451	0.4165
5999.21	1229.39	185.76	52.61	4.87	2.65	0.01481	0.54426	0.172	0.0188	2	1.8682	5.3753
6021.13	1236.64	186.14	52.6	4.89	2.64	0.01484	0.54452	0.17	0.0194	2	0.1605	1.6549
6028.15	1238.45	186.26	52.59	4.9	2.64	0.01484	0.5446	0.169	0.0187	2	1.5790	3.746
6043.37	1243.78	186.53	52.58	4.92	2.63	0.01486	0.54481	0.168	0.021	2	1.1252	141.3647
6561.58	1386.27	195.61	52.24	5.41	2.46	0.01538	0.55032	0.133	0.0209	2	3.3017	551.1336
8350.93	1940.72	226.98	51.12	7.16	1.99	0.01739	0.57023	0.044	0.0206	1	0.5296	111.5084
8679.05	2052.77	232.73	50.93	7.48	1.92	0.01778	0.5734	0.032	0.0205	1	0.5309	113.0145
9008.31	2166.32	238.5	50.74	7.79	1.85	0.01818	0.57776	0.02	0.0204	1	0.5287	113.6756
9336.51	2280.52	244.25	50.55	8.09	1.79	0.01857	0.58147	0.009	0.0203	1	0.3440	74.5106

Referencias

- [1] J. Orkiszewski., "Predicting Two - Phase Pressure Drops in Vertical Pipe". *Journal of Petroleum Technology*, June (1967), pp. 829-836.
- [2] G. W. Govier., K. Aziz., and M. Fogarasi., "Pressure Drop in Wells Producing Oil and Gas". *The journal of Canadian Petroleum*, July-September (1972), Montreal; pp. 38-48.
- [3] Rajan N. Chokshi., Zelimir Schmidt., and Dale R. Doty., "Experimental Study and the Development of a Mechanistic Model for Two-Phase Flow Through Vertical Tubing". *SPE 35676 (Society of Petroleum Engineers)* (May 1996), pp. 255-267
- [4] A. M. Ansari., N. D. Sylvester., C. Sarica., O. Shoham., and J. P. Brill., "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores". *SPE (Society of Petroleum Engineers)* (May 1994); pp. 143-152.
- [5] N. C. J. Ros., H. Jr. Duns., "Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells". *Proceedings of the Sixth World Petroleum Congress, Frankfurt (1963), Vol. 10, p.694.*
- [6] G. L. Chierici., G. M. Ciucci., and G. Sclocchi., "Two-Phase Vertical Flow in Oil Wells-Prediction of Pressure Drop". *Journal of Petroleum Technology*, August (1974); pp. 927-938.
- [7] Y. Taitel., D. Bornea., and A. E. Dukler., "Modelling Flow Pattern Transition for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes". *AIChE J.* (May 1980); pp. 345-54.
- [8] L. P. Dake., "Fundamentals of Reservoir Engineering". Elsevier, 1978.
- [9] M. Vasquez., and H. D. Beggs., "Correlations for Fluid Physical Property Predictions". *Journal of Petroleum Technology*, June 1980, pp. 968-970.
- [10] H. D. Beggs., and J. R. Robinson., "Estimating the Viscosity of Crude Oil Systems". *JPT Forum (Journal of Petroleum Technology)*, September, 1975, pp. 1140-1141.
- [11] P. M. Dranchuk., R. A. Purvis., and D. B. Robinson., "Computer Calculations of Natural Gas Compressibility Factors Using the Standing and Katz Correlation,". *Institute of Petroleum Technical Series, No. IP 74-008, 1974.*
- [12] A. L. Lee., M. H. Gonzalez., and B. E. Eakin., "The Viscosity of Natural Gases". *Journal of Petroleum Technology*, August, 1966, pp. 997-1000.

-
- [13] O. García Valladares., C.D. Pérez Segarra., and A. Oliva., "Numerical simulation of capillary tube expansion devices behaviour with pure and mixed refrigerants considering metastable region. Part II: experimental validation and parametric studies". *Applied Thermal Engineering* 2002; 22; 4; pp. 379-391.
- [14] S. W. Churchill., "Frictional equation spans all fluid flow regimes". *Chemical Engineering* 1977; 84; pp. 91-92.
- [15] Griffith, P., and Wallis., "Two - Phase Slug Flow". *J. Heat Transfer; Trans., ASME*, (Aug., 1961); pp. 307-320.
- [16] G. B. Wallis., "One-Dimensional Two-Phase Flow". McGraw-Hill (1969).
- [17] Wood Group Production Technology (WGPT)., www.wgpt.com